

Université de M'sila

Faculté de : Technologie

Socle commun

Série de TD N° 01

EXERCICE 01 : Calcul du gradient d'une fonction scalaire :

I : Soient les fonctions scalaires suivantes :

$$F(x, y, z) = x^2 + y^3 + z^4 \quad \text{et} \quad E(x, y, z) = x^2 y^3 z^4 \quad \text{(supplémentaire)}$$

1° - Quel est le gradient de ces fonctions dans la base cartésienne ?

II : La hauteur d'une montagne est donnée par l'équation (en kilomètres) :

$$h(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 - 9x + 6y$$

2° - Où est localisé le sommet de cette montagne ?

3° - Quelle est la hauteur de cette montagne ?

II : Supplémentaire

Dans une base orthonormée on donne les points $B(x, y, z)$ et $A(x', y', z')$

4° - Donner l'expression du vecteur $\vec{r} = \overline{AB}$?

5° - Déterminer le gradient de $|\vec{r}| = r$.

6° - Déterminer le gradient de r^2 , $1/r$. Déduire l'expression générale du gradient de r^n

EXERCICE 02 : Calcul du rotationnel et de la divergence d'une fonction vectorielle :

I : Calcul de la divergence

On donne les deux fonctions vectorielles suivantes :

$$\vec{G}(x, y, z) = x^2 \vec{i} + 3xz^2 \vec{j} - 2xz \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{H}(x, y, z) = xy \vec{i} + 2yz \vec{j} + 3xz \vec{k} \quad \text{(supplémentaire)}$$

- 1° -
- Calculer la divergence de la fonction \vec{G}_1 . Qu'en déduisez-vous de \vec{G}_1 ?
 - Déterminer la divergence du vecteur position $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (supplémentaire)

II : Calcul du rotationnel

On donne la fonction vectorielle suivante : $\vec{K}(x, y, z) = y^2 \vec{i} + (2xy + z^2) \vec{j} + 2yz \vec{k}$

- 2° -
- Calculer le rotationnel de la fonction $\vec{K}(x, y, z)$. Qu'en déduisez-vous ?
 - Déterminer la divergence du vecteur position $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (supplémentaire)

EXERCICE 03 : (FIG.01)

Deux charges ' $Q_1 = 9 \mu\text{C}$ ' et ' $Q_2 = -1 \mu\text{C}$ ' séparées d'une distance ' $d = 10 \text{ cm}$ '

1° - Quelle est la force exercée par chacune de ces charges sur l'autre ?

2° - **a** - Esquisser dans quelle zone, une 3^{ème} charge ' $Q_0 > 0$ ' ne subit aucun effort dû aux deux autres charges Q_1 et Q_2 .

b - Déterminer cette distance ' x ' à partir de la charge Q_2 .

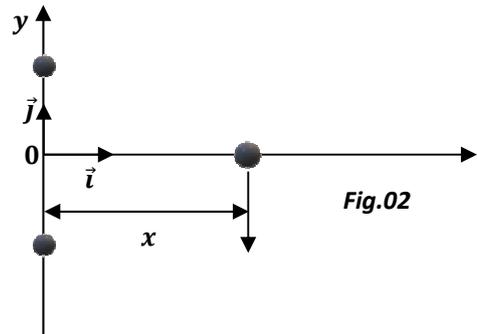
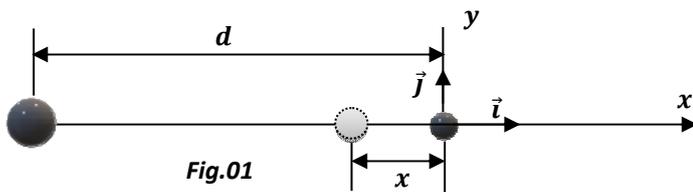
EXERCICE 04 (FIG.02)

Deux charges identiques " $Q_1(0, a, 0) = +q$ " et " $Q_2(0, -a, 0) = +q$ "

1°/ Donner l'expression de la force exercée par ' Q_1 ' et ' Q_2 ' sur ' $Q_3 = +q_0$ ' située à une distance ' x ' de l'origine ' o ' milieu de ' Q_1, Q_2 '

2°/ Pour une très grande distance ' x ' de l'origine ($x \gg a$), vérifier que la force résultante semble due à l'action d'une charge ponctuelle ' $2q$ ' située à l'origine sur Q_3 .

3°/ Est-ce qu'il sera le cas si on change le signe de l'une des charges " Q_1 " ou ' Q_2 ' ?



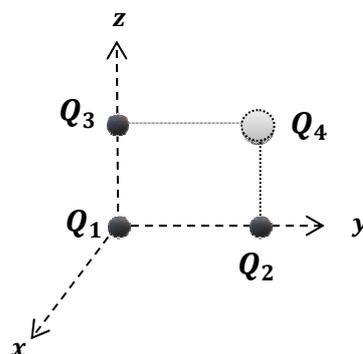
EXERCICE 05 : D.M

On considère 3 charges ponctuelles $Q_1(0, 0, 0) = 2 \mu\text{C}$, $Q_2(0, a, 0) = 8 \mu\text{C}$, $Q_3(0, 0, a) = -4 \mu\text{C}$ (l'unité des distances est le cm).

Si ces charges sont placées aux sommets d'un triangle rectangle isocèle de côté " a ".

1°- Quelle est la force due à Q_1 , Q_2 et Q_3 sur $Q_4(0, a, a) = -6 \mu\text{C}$?

2°- Quelle est la force exercée par ces 4 charges sur Q_0 située au centre du carré formé ?



EXERCICE 06 :: SUPPLÉMENTAIRE

Deux charges ' $Q_1 = Q_2 = -4 \mu\text{C}$ ' séparées d'une distance ' d '. On introduit au milieu à mi-distance une 3^{ème} charge ' Q '

1°- Quel est le signe et la valeur de cette charge ' Q ' pour que le système soit en équilibre ?

2°- Quel est le champ \vec{E} à une distance ' y_0 ' au-dessus de ce milieu ?