المحاضرة الأولى: مدخل إلى المنطق متعدد القيم (1)

استئناف البعد المنطقي للرياضيات

إذا ما تأملنا في طبيعة العلاقة بين الرياضيات والمنطق، فإننا نجدها علاقة وطيدة جدا تتسم بالتفاعلية، حيث إن التأثير متبادل بينهما على مر التاريخ، بيد أنه ينبغي التنويه هنا إلى أنه في أوائل القرن العشرين فهمت هذه العلاقة فهما أخر، إذ لم تعد الرياضيات ترتد إلى المنطق، وإنما أصبح المنطق مجرد لغة يستعملها الرياضيون، وبذلك امتصت الرياضيات المنطق، الذي أصبح نظرية في الرياضيات.

إن انتقال الرياضيات إلى الصياغات المنطقية الصورية وتوطد المنطق الصوري الموسع هو أمر مشروع بل وضروري، تجسد في صورة منهج مطبق كنظرية في المعنى، ولعل هذا ما دفع بالرياضيات إلى أن تأخذ بلباس الرموز التي تشمل على وجود حقيقي يعمل على تحسين الصياغة النظرية للتصورات المنطقية.

لقد كانت أبحاث "فريغه" (1848-1925م) في مجال المنطق في ذروتها في الوقت الذي وقف فيه المناطقة في مفترق الطرق، حيث لم يتمكن الرياضي من تخطي المنطق التقليدي ولا التقليديون قادرون على تجاوز تحليلات "أرسطو" إلى ما هو جديد، ولعل هذا الانسداد والاختلاف في الرؤى كان نقطة الانطلاق في كتاب التصورات لبناء الاتجاه اللوجستيكي (الرمزي) في المنطق والرياضيات معا، حيث زود كل من المناطقة والرياضيين بأربعة تصورات أساسية:

- تصوره لإطار نظرية حساب القضايا.
- تصوره لفكرة دالة قضية.
- تصوره لفكرة الصور واستخدامها استخداما حديثا، بحيث أصبحت بالإضافة إلى فكرة دالة القضية تكون التصور الأساسي لنظرية حساب المحمول.
- التحليل المنطقي للبرهان عن طريق الاستقراء الرياضي باستخدام فكرة الفصل.

هذا ما يتجلى في علم الحساب الذي أدخل على المنطق اللغة الرمزية فنقله بذلك من اللغة الطبيعية التي تحتوي على الكثير من المفاهيم والمصطلحات – كما يتجسد ذلك في صورة الاستدلال التقليدي الذي وضعه أرسطو– إلى لغة رمزية، ولذا فإن الرياضيات بتطورها استطاعت أن تطور المنطق في حد ذاته.

إن التطور الذي شهده العلم الرياضي في الفكر المعاصر كان معادلا لاستقصاء بنية الفكر الصوري المنطقي الذي انتقل من صورة تقليدية تستعمل لغة طبيعية إلى صورة حسابية تفطن لها الفيلسوف الرياضي "ليبنتز" فيما قبل، بيد أنه لم يصل بها إلى الطابع الرمزي في شكله الحسابي الدقيق، ولعل هذه المهمة هي التي وجهت الفكر المنطقي المعاصر إلى ضرورة الأخذ بنموذج التصور الرياضي كمدخل سليم لتطوير المنطق.

وبهذا ظهرت التوجهات الوضعية المنطقية على اختلاف أطروحاتها تنادي بضرورة المزاوجة بين الطرح الرياضي والطرح المنطقي من أجل حل مشكلات الفكر الإنساني، وليس هذا وفقط بل إن طبيعة مشكلات المنطق وجد لها حل في الرياضيات، كما أن طبيعة الأزمة الرياضية وجدت حلا لها في المنطق، فعلى سبيل المثال الاهتزاز الذي تعرضت له الرياضيات حينما انتزعت صفة اليقين عن التصور المطلق للمكان ولد تصورا جديدا للحقيقة الرياضية لا يتطابق مع واقع موضوعي بعينه، وإنما يفترض أن صدق أي نظرية هندسية إنما يعني اندماجها داخل المنظومة الواحدة بمعنى أنه يمكن أن تكون هناك المنظومة الهندسية المتناقضة التي ينفي بعضها بعضا والتي تكون صادقة جميعها، وما نعنيه بالصدق هنا ليس سوى الصدق المنطقي في ذاته.

لقد عملت الوضعية المنطقية التي تزعمها مجموعة من الفلاسفة والعلماء الذين أطلقوا على أنفسهم اسم حلقة فينا بإدراج إشكاليات مستحدثة للفلسفة فتحت الباب لما يعرف الآن بفلسفة الرياضيات، وهذا ما يظهر بالضبط في البيان الرسمي الذي أعلنت عنه في 1929م بقولها: "حلقة فينا: وجه نظرها العلمية اشتمل على تصور مختصر لموقف الجماعة الفلسفي وعلى مراجعة للمشاكل الفلسفية الخاصة بالرياضيات". من مثل هذه المشاكل نجد ما ذكره

"فريديريك فايزمان" في مقالته الموسوم عنوانها بـ "كيف أرى الفلسفة" والتي توجه فيها إلى طرح إشكالي للفلسفة من موقع أهمية البعد الرياضي الذي اجتاح الفكر المعاصر. حيث نجده يقول: "صفوة الفلاسفة يعرفون أصالة براهينهم، لكن تلك البراهين تخفق في انجاز المهام التي تنجح براهين الرياضيات في انجازها".

إن موضوع العلم الرياضي أصبح له أكثر من أفق، الأمر الذي جعله مميزا عن غيره من العلوم، ولكن هذا التميز لم يعف الرياضيات إطلاقا من الاستغناء عن المنطق، حيث تبين للفلاسفة المعاصرين أمثال "راسل" أنه لا توجد حدود فاصلة يمكن أن نضع الرياضيات على يمينها والمنطق على يسارها، إذ نجده متسائلا ومجيبا في الوقت نفسه: "ما هذا الموضوع الذي قد يسمى بغير تفرقة إما رياضة وإما منطقا؟ أهناك أية طريقة يمكن بها أن نعرفه؟ هناك خصائص معينة لهذا الموضوع واضحة (...) اننا على استعداد للقول بأن واحد وواحد اثنان، لا أن سقراط وأفلاطون اثنان"، لأنه على الرغم من عدم وجود هذين الشخصين الآن، إلى أنه ما زال يصدق القول إن واحد وواحد اثنان، بمعنى أن قولنا إن "سقراط" و"أفلاطون" اثنان هو تصور محض، وبالتالي فإن الرياضيات هي تصورات منطقية بالأساس، حيث نقع في مصادرة عن المطلوب إذا ما أردنا أن نضع الحد الفاصل بين الرياضيات والمنطق.

هذا ما تؤكده الضرورة النسقية الرياضية والمنطقية الجديدة، التي أضحت لا تهتم في إذا ما كان الاشتغال يتم على الرياضيات أو على المنطق، وإنما ما يهمها بالدرجة الأولى هو كيف يمكننا أن نعالج إشكالية ما في إطار ما يطرحه العقل الإنساني من قضايا، سواء حكمتها المقتضيات الرياضية أو الضرورة المنطقية، فقد تبين بأن اعتماد المنطق في الرياضيات والرياضيات على المنطق قد سهل كثيرا من مهمة المناطقة والرياضيين المعاصرين، حيث قدمت الرياضيات للمنطق طابع الرمزية، كما أن المنطق أخرج الرياضيات من إشكالاتها الرئيسية، وجعلها أكثر انفتاحا على تطورات المنطق.

إن هذه المزاوجة استطاعت أن تتجاوز الفهم الكلاسيكي للمنطق الأرسطي الذي وضع حدودا له بقيت سائدة لمدة طويلة، دون أن يجرأ أحد على تجاوزها، ولعل ذلك نتج عن الاعتقاد

بأن المنطق والرياضيات لا يجتمعان، إذ اقتصرت نظرتهم للمنطق على أنه قوانين الفكر الأساسية التي بدونها يقع في التناقض وأن الرياضيات هي علم الكم ومن ثم فإن موضوعهما متباين وطريقة استدلالهما مختلفة، ولكن ما أكده "فريغة" و"راسل" استطاع بشكل ما أن يتجاوز هذا الطرح من خلال التأكيد أن الرياضيات والمنطق متطابقان، حيث اتفقا على أن جميع قضايا الرياضيات الخالصة يمكن استنباطها من القوانين المنطقية ...