TP de $\LaTeX$

Nom et Prénom

29 mars 2020

Résumé

Utiliser la classe `article` avec les options `a4paper,10pt` et le deux packages `amsfonts` et `amsmath`.

Table des matières

1 Intégrale de Riemann

Soit $I = [a, b]$ un intervalle de $\mathcal{R}$ et $f : [a, b] \longrightarrow \mathcal{R}$ une application bornée.

1.1 Sommes de Darboux

1.1.1 Définition.

On appelle subdivision ordonnée du segment $[a, b]$ toute suite strictement croissante $(x_i)_{i=0}^{n}$ telle que

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b.$$

On pose

$$m_i = \inf_{x\in[x_i,x_{i+1}]} f(x), \quad M_i = \sup_{x\in[x_i,x_{i+1}]} f(x) \tag{1}$$

et

$$s(f,d) = \sum_{i=0}^{n-1} m_i \left(x_{i+1} - x_i\right), \quad S(f,d) = \sum_{i=0}^{n-1} M_i \left(x_{i+1} - x_i\right). \tag{2}$$

On appelle s et S, définie par (1) et (2), sommes de Darboux.

1.2 Exemple.

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et $[a, b] = [1, 2]$. Soit $(x_i)_{i=0}^{4} = \left(1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 2\right)$, alors

$$s(f, d) = 0,63 < \ln 2 < 0,75 = S(f, d).$$

Remarque. Voir [1] et [2].

Références

[1] J. Dixmier, *Cours de Mathématiques du 1er cycle*. Gauthiers-Villars, 1976.

[2] W. Rudin, *Analyse réelle et complexe*, Masson, Paris, 1980.

A. Sengouga

TP LaTeX

Nom et Prénom

29 mars 2020

Résumé

Le TP consiste à reproduire ces deux pages en utilisant l'éditeur SWP . Utiliser la classe `article` avec les options `a4paper,12pt`.

Table des matières

1 Quelques propriétés des L^p

Pour les démonstrations voire [2].

1.1 Convergence simple et convergence dans L^p

Soit $f \in L^1(R)$ et $(f_n) \subset L^1(R)$ telle que

$$\lim_{n \to +\infty} \int_R f_n dx = \int_R f dx. \tag{1}$$

Si $\forall n \geq 1$, f_n est positive et f_n converge p.p. vers f. On peut démontrer que $\int_R |f_n - f| \, dx \to 0$.

1.2 Inégalité d'interpolation

Soit $p, q \in [1, +\infty]$ avec $q < p$. Si $f \in L^p(X, M, \mu) \cap L^q(X, M, \mu)$, Montrer que $f \in L^r(X, M, \mu)$ pour tout $r \in [p, q]$, et on a :

$$\|f\|_r \leq \|f\|_q^{\alpha} \cdot \|f\|_p^{1-\alpha} . \tag{2}$$

où $\alpha \in [0, 1]$ est défini par $\frac{1}{r} = \frac{\alpha}{q} + \frac{1-\alpha}{p}$.

L'inégalité (2) est une généralisation de l'inégalité de Hölder.

2 Une EDP

Pour $\varepsilon > 0$ et $f \in L^2(\Omega)$, on considère le problème elliptique suivant [1]

$$\begin{cases} -\varepsilon \Delta_{X_1} u - \Delta_{X_2} u = f & in \quad \Omega, \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu_1} = 0 & on \quad \partial\omega_1 \times \omega_2, \\ u = 0 & on \quad \omega_1 \times \partial\omega_2, \end{cases} \tag{3}$$

Ce problème a une solution unique (voir : [1])

$$u_\varepsilon \in \left\{ v \in H^1(\Omega) \,|\, u = 0, on \ \omega_1 \times \partial\omega_2 \right\}.$$

3 LaTeX Vs Word

Références

[1] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, AMS, Providence, RI, **2010**.

[2] A. Sengouga, *Cours de Mesure et Intégration*, Univ. de M'sila, **2012**.

Good LaTeX

1. avec de conditions mixte Dirichlet-Neumann.

TP $\LaTeX$

Nom et Prénom

March 29, 2020

Abstract

Le TP consiste à reproduire ces deux pages en utilisant l'éditeur SWP. Utiliser Blank- standard Latex article avec les options `a4paper,11pt`.

Contents

1 Espaces mesurables

Definition 1 *Soit X un ensemble. On appelle tribu sur X une famille M de parties de X possédant les propriétés suivantes:*

i) $X \in M$

ii) Si $A \in M$*,alors* $A^c \in M$

iii) Si $A_n \in M, \forall n \in \mathbb{N}$*, alors* $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n \in M$ *Les éléments de* M *sont appelésles parties mesurables de* X.

Remark 2 *Si au lieu de iii) on demande seulement iii) Si* $A, B \in M$*, alors* $A \cup B \in M$ *cest-à-dire la stabilité de* M *par intersection finie, alors on obtient un anneau booléen.*

2 Quelques propriétés des L^p

Pour les démonstrations voire [2].

Definition 3 *l'espace de Lebesgue est*

$$L^p(X, M, \mu) = \left\{ f : X \to M; \int_X |f|^p \, d\mu < \infty \right\}.$$

2.1 Convergence simple et convergence dans L^p

Soit $f \in L^1(R)$ et $(f_n) \subset L^1(R)$ telle que

$$\lim_{n \to +\infty} \int_R f_n dx = \int_R f dx. \tag{1}$$

Si $\forall n \geq 1$, f_n est positive et f_n converge p.p. vers f. On peut démontrer que $\int_R |f_n - f| \, dx \to 0$.

2.2 Inégalité d'interpolation

Soit $p, q \in [1, +\infty]$ avec $q < p$. Si $f \in L^p(X, M, \mu) \cap L^q(X, M, \mu)$, Montrer que $f \in L^r(X, M, \mu)$ pour tout $r \in [p, q]$, et on a:

$$\|f\|_r \leq \|f\|_q^{\alpha} \cdot \|f\|_p^{1-\alpha}. \tag{2}$$

où $\alpha \in [0, 1]$ est défini par $\frac{1}{r} = \frac{\alpha}{q} + \frac{1-\alpha}{p}$.

L'inégalité (2) est une généralisation de l'inégalité de Hölder.

3 Une EDP

Pour $\varepsilon > 0$ et $f \in L^2(\Omega)$, on considère le problème elliptique suivant[1]

$$\begin{cases} -\varepsilon \Delta_{X_1} u - \Delta_{X_2} u = f & in \quad \Omega, \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu_1} = 0 & on \quad \partial\omega_1 \times \omega_2, \\ u = 0 & on \quad \omega_1 \times \partial\omega_2, \end{cases} \tag{3}$$

Ce problème a une solution unique (voir: [1])

$$u_\varepsilon \in \left\{ v \in H^1(\Omega) \, | u = 0, on \ \omega_1 \times \partial\omega_2 \right\}.$$

Theorem 4 *Le problème a une solution.*

References

[1] L. C. Evans, *Partial Differential Equations,* AMS, Providence, RI, **2010**.

[2] A. Sengouga, *Cours de Mesure et Intégration,* Univ. de M'sila, **2012**.

Good LaTeX

[1]avec de conditions mixte Dirichlet-Neumann.