Chapitre I: Transfert de chaleur par convection

I.1Introduction

La convection est un mécanisme du transfert de chaleur entre deux milieux de phases différentes ou entre deux régions du même milieu en présence d'un mouvement du fluide (gaz ou liquide). On distingue deux types principaux de convection, convection naturel et convection forcée. En **convection naturelle**, le mouvement du fluide est causé par les effets de flottabilité due au variation de la densité de fluide (qui nécessite une différence de température). Par contre, en **convection forcée**, un gradient de pression imposé provoque l'écoulement du fluide. Cependant, la force de flottabilité diminue lorsque la densité de fluide approche celle du fluide environnant. La vitesse du fluide atteint un maximum et ensuite, tend vers zéro loin de la surface chaude. Ce transfert de chaleur est caractérisé par un coefficient (h), dépendant de plusieurs paramètres; la densité, la viscosité, la vitesse du fluide ainsi que les propriétés thermiques.

L'objectif principal de l'étude de phénomène de la convection, consiste essentiellement à:

a. La compréhension et la modélisation de ce phénomène pour la prédiction de ses effets dans les équipements relatifs et même dans l'environnement;
b. Le dimensionnement et le choix de matériaux convenables des appareils, équipements et installations de chauffage et de refroidissement;
c. L'amélioration de performances des systèmes de refroidissement des composants électroniques (processeurs par exemple, pour atteindre une vitesse optimale de traitement des données);
d. Calcul du coefficient d'échange de chaleur par convection (h),
e. L'établissement des corrélations empiriques utilisées pratiquement pour le calcul et le dimensionnement.

II.2 Régime d'écoulement

1.le régime laminaire: les couches de fluide sont parallèles, entre deux filets de fluides les échanges radiatifs s'effectuent par:

- conduction si on considère une direction normale aux filets de fluides.
- convection si on considère une direction non normale aux filets de fluides.

2.le régime turbulent: l'écoulement n'est pas unidirectionnel, dans la zone turbulente l'échange de chaleur s'effectue par convection et conduction dans toutes les directions.

II.3 Expression du Flux :

Quelque soit le type de convection (libre ou forcée)et quelque soit lerégime d'écoulement(laminaire ou turbulent) le flux de chaleur $\phi= hs\Delta T$

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flu
x de chaleur consiste à déterminer h
qui dépend de nombreux paramètres :

*caractéristiques du fluide,
*nature de l'écoulement,
*la température,
*la forme de la surface d'échange,...

Avant de calculer le flux, on doit déterminer le coefficient de transfert de chaleur par conection (h) qui dépend de plusieurs paramètres:

- l'état de surface : qualité(rugueuse ou lisse
-nature du fluide , viscosité , masse volumique, capacité thermique massique
-température du fluide

Ordre s de grandeur du coefficient h (W.m-2.-1)

convection libre (air) - 2-25
convection libre (eau) - 100-900
convection forcée (air) - 10-500
convection forcée (eau) - 100-15000
convection forcée (huile) - 50-2000
convect1ion forcée (eau bouillante) 2500- 25000
Condensation de vapeur d'eau 50000-100000

II.4 Analyse dimensionnelle :

II.4.1 Principe de la méthode :

On est amenées pour des raisons de commodités à choisir arbitrairement un certain nombre de grandeurs indépendantes comme grandeurs fondamentales, toutes les autres grandeurs seront exprimées en fonction de celles-ci et appelées grandeurs dérivées.

Les grandeurs fondamentales du système international sont : la masse M , la longueur L , le Temps T et la température θ.

Pour les problèmes de transfert thermique, on ajoute la quantité de chaleur Q qui s'ecrit en fonction des dimensions suivant : M , L et T par : $Q = M \cdot L \cdot T^{-2}$

La méthode d'analyse dimensionnelle est basée sur le principe de l'homogénéité dimensionnelle des termes d'une équation. Dans un problème de convection thermique les grandeurs physiques mises en jeu, dans un problème de convection thermique sont regroupées dans le tableau

Grandeur	Symbole	Unité S.I	Equation aux dimensions
Ecart de température	ΔT	K	θ
Dimension caractéristique	D	m	L
Vitesse du fluide	U	m/s	$L \cdot T^{-1}$
Masse volumique du fluide	ρ	kg/m^3	$M \cdot L^{-3}$
Conductivité thermique	λ	$W/m \cdot K$	$M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}$ ou $Q \cdot T^{-1} \cdot L^{-1} \cdot \theta^{-1}$
Capacité thermique massique	C	$J/km \cdot K$	$L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$ ou $Q \cdot M^{-1} \cdot \theta^{-1}$
Coefficient de transfert thermique convectif	h	$W/m^2 \cdot K$	$M \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}$ ou $Q \cdot T^{-1} \cdot L^{-2} \cdot \theta^{-1}$
Viscosité dynamique du fluide	μ	$kg/m \cdot s$	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$

Tableau: Equations aux dimensions des grandeurs utilisées dans la convection.

I.4.2 Nombres adimensionnels

a) *Le nombre de Reynolds :*

Le rgime d'coulement d'un fluide peut étre soit laminaire, soit turbulent. Le nombre de Re ynolds caractérise le passage d'un régime à un autre :

$$R_e = \frac{Forces \quad d'inertie}{Forces \quad viscosité} = \frac{v \cdot D}{\upsilon} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

Avec ;

D : dimension caractéristique [m]
v : vitesse caractéristique [ms^{-1}]
υ : viscosité cinématique [m^2.s^{-1}]
ρ : masse volumique du fluide [kg.m^{-3}]
μ : viscosité dynamique du fluide [kg.m^{-1}.s^{-1}]

<u>*Remarque :*</u>

S'il s'agit d'un conduit circulaire, D est le diamètre ; dans tous les autres cas, D est le diamètre hydraulique : $D_h = \frac{4 \cdot S}{P}$ avec *S* la surface et *P* le périmètre.

L'expérience montre que lorsqu'une valeur de Re est inférieure à une valeur critique $\mathrm{Re}c$, l'écoulement dans une conduite est toujours laminaire. En cas d'écoulement interne, la valeur 2300 pour $\mathrm{Re}c$ peut être utilisée.

b) **Le nombre de Nusselt :**

Le rapport ($h \cdot L/\lambda$), quantité sur dimension, est appelé nombre de Nusselt, c'est le gradient de température sans dimension pour le fluide, évalué à l'interface paroi-fluide.
La relation du nombre de Nusselt est similaire à celle du nombre de Biot, ils diffèrent par la conductivité thermique, (λ), car le nombre de Nusselt est du fluide, au lieu du nombre de Biot, la conductivité thermique est du solide.

$$Nu = \frac{h \cdot S \cdot \Delta T}{\lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{L}} = \frac{h \cdot L}{\lambda}$$

c) **Le nombre de Grashof :**

La force de viscosité du fluide est caractérisée par le nombre de Grashof :

$$Gr = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta_p \cdot \Delta T}{v^2}$$

Où :

d: dimension caractéristique de la paroi [m].
g : accélération de la pesanteur [m.s^{-2}].
$\Delta T = T_p - T_f$ *:* différence de temperature caractéristique [°C].
β_p : facteur de dilatation volumique du fluide [°C^{-1}].

$$\beta = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \qquad \text{pour un gaz parfait : } \beta = \frac{1}{T}$$

d) **<u>Le nombre de Prandtl :</u>**

C’est le rapport entre la distribution des vitesses et la distribution de la température.

$$\Pr = \frac{\mu . C_p}{\lambda}$$

Cp : chaleur spécifique du fluide.

e) **<u>Le nombre de Rayleigh :</u>**

Il est identique au nombre de Reynolds en convection naturelle.

$$Ra = \Pr \cdot Gr$$

I.5 Notions de la couche limite

La figure (1) montre la distribution de la vitesse aux différentes stations à partir du bord d'entrée d'une plaque plane horizontale. A partir de cette arrête, une région se développe dans l'écoulement et où les forces visqueuses ralentissent le mouvement du fluide.

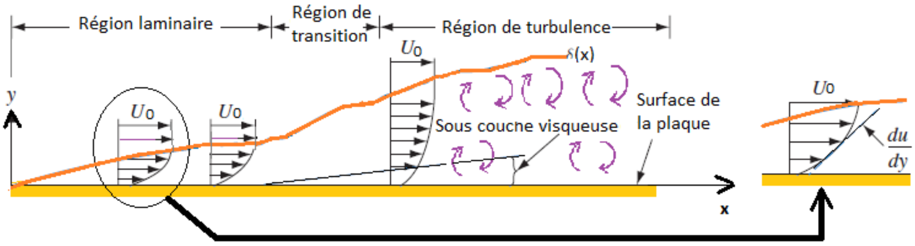

Fig.1: Ecoulement sur une plaque plane-Profiles de vitesse en couche limite (laminaire, de transition et de turbulence)

Les forces visqueuses dépendent de la contrainte tangentielle donnée par:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

tels que;

$$\begin{cases} \frac{du}{dy} \text{ le gradient de la vitesse et } \mu \text{ la viscosité dynamique} \\ \end{cases}$$

La région de l'écoulement prés de la paroi (surface de la plaque) où la vitesse du fluide diminue par les forces visqueuses est appelée **couche limite,** Ludwing Prandtl (1905). La distance verticale à partir de la surface de la plaque jusqu'à la vitesse atteint (99%) de celle du courant libre, désigne **l'épaisseur de la couche limite (δ)**.

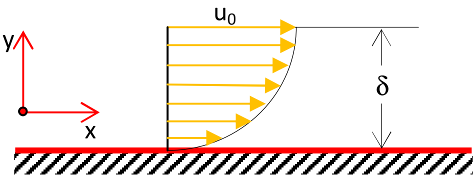

Fig.2 : Couche limite au voisinage d'une paroi solide

Au début, le régime d'écoulement dans la couche limite est complètement laminaire. L'épaisseur de la couche limite augmente en fonction de la distance (x). A une **distance critique (x_c)**, les effets d'inertie deviennent suffisamment grands comparés aux forces visqueuses, une région de transition (du régime laminaire vers le régime turbulent), se développe. Dans la région de turbulence, des morceaux macroscopiques de fluide se déplacent avec les lignes de courant, en transportant efficacement l'énergie thermique et la quantité de mouvement.

Le paramètre adimensionnel qui relie quantitativement les forces visqueuses et inertielles et dont sa valeur détermine la transition du régime laminaire vers le régime turbulent est le nombre de Reynolds (Re_x) donné par:

$$R_{e_x} = \frac{\rho U_0 x}{\mu} = \frac{U_0 x}{\nu}$$

tels que;

$$\begin{cases} U_0\text{: La vitesse du courant libre} \\ x\text{: La distance à partir du bord} \\ \nu = (\mu/\rho)\text{: La viscosité cinématique du fluide} \\ \rho\text{: La densité du fluide} \end{cases}$$

La distance (x_c) à partir du bord de la plaque jusqu'à l'apparition de la région de transition est donnée par:

$$x_c = \frac{R_{e_x} . \nu}{U_0}$$

I.6 Développement de l'équation d'hydrodynamique sur une plaque plane verticale en convection naturelle

La convection naturelle résulte du mouvement du fluide engendré par la variation de la densité. Par exemple, l'air en contact avec une surface chaude s'échauffe, sa densité diminue et en présence de la gravité, il monte vers le haut due à la flottabilité en laissant un vide. L'air froid du milieu environnant se déplace pour remplir ce vide et un courant d'air ascendant s'établit.

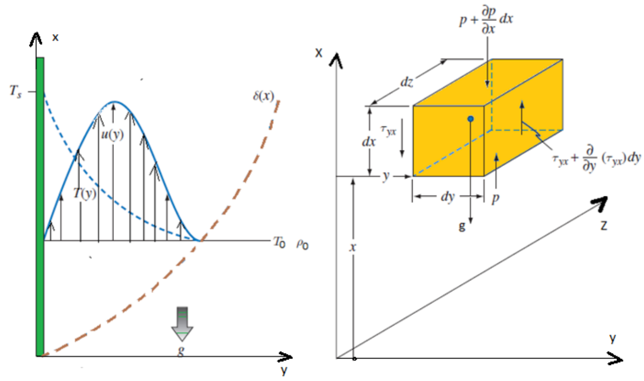

Fig.3: Plaque plane verticale: distribution de vitesse et de température

La force conductrice ou motrice en convection libre est l'action de la flottabilité ou la poussée d'Archimède. Considérons le panneau (de fluide) représenté sur la figure ci-dessus, parallèlement à la plaque plane verticale. Lorsque le fluide est en mouvement, en plus des forces de flottabilité (poussée d'Archimède), il y a les forces de pression et celles de frottement. En régime stationnaire (permanent), les forces totales agissant sur l'élément de volume (dxdydz) sont données comme suit:

1. Les forces dûe au gradient de pression:

$$pdydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz$$

2. Le poids de l'élément de volume (dxdydz):

$$dP = -g\rho dxdydz$$

3. Les forces de cisaillement(de frottement) dûe au gradient de vitesse:

$$-\tau_{yx}dxdz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\right)dxdz = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dxdydz, (\tau_{yx} = \mu\frac{\partial u}{\partial y})$$

4. Le taux de variation de la quantité de mouvement de l'écoulement de fluide est donné par:

$$\rho dxdydz\left[u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right]$$

Par application de la seconde loi de Newton sur l'élément de fluide, il en résulte:

$$\rho dxdydz\left[u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dxdydz - g\rho dxdydz$$

$$\Rightarrow \rho\left[u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho g$$

On suppose qu'à chaque hauteur la pression est uniforme et le fluide non chauffé loin de la paroi de plaque est en équilibre hydrostatique, par conséquent:($\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 g$) d'où, l'équation du mouvement devient:

$$\Rightarrow \rho\left[u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right] = g(\rho_0 - \rho) + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Pour les fluides incompressibles, on suppose que la densité est seulement fonction de la température mais, pour les gaz, on suppose que la dimension verticale (dx) de l'élément considéré est petite de telle sorte que la densité hydrostatique (ρ_0) est constante (Hypothèse de Boussinesq). Avec ces hypothèses, le terme de flottabilité peut être écrit sous la forme suivante:

$$g(\rho_0 - \rho) = -g\rho\beta(T_0 - T)$$

tel que (β) est le coefficient de dilatation thermique défini par: $\beta = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial T}\Big|_p$, pour les gaz idéal, $\beta = 1/T_0$). Finalement, l'équation du mouvement pour la convection naturelle est donnée par:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_0) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

I.6 Solution analytique d'un écoulement de couche limite en régime laminaire sur une plaque plane en convection forcée

A partir des corrélations expérimentales de transfert de chaleur par convection forcée, il a été trouvé que le nombre de Nusselt dépend des deux nombres adimensionnels, le nombre de Reynolds et celui de Prandtl tel que:

$$Nu = \phi(Re).\psi(\mathrm{Pr})$$

Les relations fonctionnelles ϕ(Re) et ψ(Pr), seront déterminées analytiquement. Premièrement, on doit considérer le cas de la couche limite laminaire qui est susceptible à des méthodes de solution exacte et approximative. Pour déterminer le coefficient d'échange de chaleur par convection (h) et le coefficient de frottement pour un écoulement incompressible sur une plaque plane, les équations de conservation (continuité, quantité de mouvement et d'énergie) doivent être satisfaisantes simultanément.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} + \mu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x} + v\dfrac{\partial T}{\partial y} = \alpha\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{cases}$$

Pour résoudre ces équations, on suppose la fonction du courant ψ(x, y) qui satisfera automatiquement l'équation de continuité, de telle sorte que:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ et } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

En introduisant une nouvelle variable (η), telle que:

$$\eta = y\sqrt{\frac{U_0}{\nu.x}}$$

On peut exprimer la fonction ψ(x, y) par:

$$\psi = \sqrt{\nu . x U_0} . f(\eta)$$

Telle que (η), représente une fonction adimensionnelle de courant. Les composantes de vitesse deviennent:

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} = \dfrac{\partial \psi}{\partial \eta} . \dfrac{\partial \eta}{\partial y} = U_0 . \dfrac{d[f(\eta)]}{d\eta} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu . U_0}{x}} . \left\{ \dfrac{d[f(\eta)]}{d\eta} . \eta - f(\eta) \right\} \end{cases}$$

En exprimant ($\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$ et $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$) en fonction de (η) et on les introduit dans l'équation de quantité de mouvement, on peut obtenir l'équation différentielle ordinaire non linéaire de 3$^{\text{éme}}$ ordre suivante:

$$f(\eta) . \frac{d^2[f(\eta)]}{d\eta^2} + 2 \frac{d^3[f(\eta)]}{d\eta^3} = 0$$

Cette équation peut être résolue relativement aux trois conditions aux limites suivantes:

$$\begin{cases} \grave{a}\ \eta = 0 : f(\eta) = 0 \\ \grave{a}\ \eta = 0 : \dfrac{d[f(\eta)]}{d\eta} = 0 \\ \grave{a}\ \eta = 1 : \dfrac{d[f(\eta)]}{d\eta} = 1 \end{cases}$$

Soit (δ), l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique où (u=99%U_0):

$$\delta = \frac{5.x}{\sqrt{R_{ex}}} \qquad (5\text{-}24)$$

telle que;($R_{e_x} = \frac{\rho U_0 x}{\mu}$): le nombre local de Reynolds.

De la solution numérique de (5-23), (u/ U_0=f(y$\sqrt{R_{e_x}}$/x), la force de cisaillement à la paroi (y=0) peut être obtenue à partir du gradient de vitesse. Cette dernière, représente dans ce cas, la pente de la courbe (u/ U_0=f(y$\sqrt{R_{e_x}}$/x), elle est donnée par:

$$\left. \frac{\partial (u/U_0)}{\partial (y/x\sqrt{R_{e_x}})} \right|_{y=0} = 0.332$$

Par conséquent, le gradient de vitesse en fonction de (x), est donné par:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0.332 \frac{U_0}{x} R_{e_x}$$

La contrainte tangentielle par unité de surface est donnée dans ce cas par:

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0.332 \mu \frac{U_0}{x} R_{e_x}$$

En divisant les deux membres de l'équation (5-25) par (la vitesse de pression), le terme ($\rho U_\infty^2/2$), on peut obtenir le coefficient adimensionnel local de frottement:

$$C_{fx} = \frac{\tau_s}{\rho U_0^2/2} = \frac{0.664}{\sqrt{R_{ex}}}$$

Le coefficient moyen de frottement est obtenu en intégrant l'équation entre x=0 et x=L:

$$\bar{C_f} = \frac{1}{L}\int_0^L C_{fx}dx = 1.33\sqrt{\frac{\mu}{U_\infty \rho L}}$$

Remarques

On peut obtenir des résultats significatifs en comparant les deux équations, celle d'énergie et celle de la quantité de mouvement . En effet, u(x, y) est aussi une solution pour la distribution de la température T(x, y) si (ν=α) et si la température de la plaque (T_s) est constante. Si on utilise la température de la surface (T_s) comme donnée de référence et en réécrivant la variable de gauche de (5-22) sous la forme de ($T-T_s$)/(T_0-T_s), ensuite, les conditions aux limites sont données par:

$$\begin{cases} à\ y = 0: \dfrac{T - T_s}{T_0 - T_s} = 0\ et\ \dfrac{u}{U_0} = 0 \\ à\ y \to \infty: \dfrac{T - T_s}{T_0 - T_s} = 1\ et\ \dfrac{u}{U_0} = 1 \end{cases}$$

T_0: est la température du courant libre (fluide environnant). La condition imposée (ν=α) correspond à un nombre de Prandtl égal à l'unité depuis que ($Pr = C_p.\mu/k = \nu/\alpha$).

- Pour (Pr=1), la distribution de la vitesse est similaire à celle de la température. Physiquement, le transfert de quantité de mouvement est analogue au transfert thermique lorsque (Pr=1). Les propriétés physiques de la majorité des gaz correspondent au nombre de Prandtl; Pr=(0,6÷1) donc, l'analogie est satisfaisante.
- Selon les calculs de Pohlhausen, la relation entre les épaisseurs des couches limites hydrodynamique et thermique est approximativement:($\delta/\delta_{th} = Pr^{1/3}$).

Ainsi au voisinage immédiat de la paroi, on pourra définir une résistance thermique locale de conduction, R, telle que :R=δT/λ où λ estla conductivité thermique du fluide.La densité de flux (flux par unité de surface) échangée entre la paroi et le fluide s'écrit alors :

$$\varphi = \frac{\Delta T}{R} \approx \frac{\Delta T}{\lambda / \delta_T} = \frac{T_p - T_\infty}{\lambda / \delta_T}$$

Le transfert de chaleur se produit ensuite par convection dans le fluide et la densité de flux obéit alors à la loi de Newton :

$$\varphi = h\Delta T$$

où h désigne le coefficient d'échange convectif (W.m-2.K-1).

On aura alors : $\varphi \approx \dfrac{\Delta T}{\lambda / \delta_T} \approx h\,\Delta T \quad \Rightarrow \quad h = \lambda/\delta T$

I.7 Formules empiriques couraments utilisées

I.7.1 Corrélations empiriques en convection naturelle

Les résultats expérimentaux relatifs au transfert de chaleur par convection naturelle, peuvent être corrélés par des expressions de type: $Nu = C.(Gr.Pr)^m$. A titre d'exemples, on peut citer:

1. Plaques et cylindres verticales:
   - Pour $10^4 < (Gr.Pr) < 10^9 \Rightarrow Nu = 0,59.(Gr.Pr)^{0,25}$;
   - Pour $10^9 < (Gr.Pr) < 10^{13} \Rightarrow Nu = 0,021.(Gr.Pr)^{0,40}$
2. Cylindres horizontaux:
   - Pour $10^{-2} < (Gr.Pr) < 10^2 \Rightarrow Nu = 1,02.(Gr.Pr)^{0,148}$;
   - Pour $10^2 < (Gr.Pr) < 10^4 \Rightarrow Nu = 0,85.(Gr.Pr)^{0,188}$
3. Sphères de diamètre (D):
   - Pour 1<(Gr <$10^5 \Rightarrow \overline{Nu}_D = 2 + 0,392.(Gr_D)^{0,25}$

I.7.2 Corrélations empiriques en convection forcée

1. Ecoulement le long d'une plaque plane
   - Ecoulement turbulent:

     $\overline{Nu}_L = 0,035.R_{e_L}^{0,8}.Pr^{1/3}, pour\ Re > 5.10^5\ et\ Pr \geq 0,6$
   - Ecoulement laminaire:

     $\overline{Nu}_L = 0,664\, R_{e_L}^{0,5}.Pr^{1/3}, pour\ Re < 5.10^5\ et\ 0,6 \leq Pr \leq 10$
2. Conduits et tubes

   $\overline{Nu}_D = 0,023.R_{e_D}^{0,8}.Pr^n, pour\ 0,5 < Pr < 120\ ;\ 6000 < R_{e_D} < 10^7 et\ (L/D) > 60$

   n=0,4 en cas de chauffage et n=0,3 en cas de refroidissement.
3. Conduits non circulaire

$$\overline{Nu}_{DH} = \overline{Nu}_c[1 + \{0,8.(D_i/D_0)^{-0,16}\}^{15}]^{1/15}$$