Université Med. Boudiaf - M'Sila
Faculté des Mathématiques et d'Informatique / Département de Mathématiques
Master Maths. **S 2/ Analyse fonctionnelle**
– ***Analyse de Fourier*** –

<u>Devoir maison</u> Mai 2022

À rendre le jour de l'examen final

** On utilisera les notations du cours

Exercice 1. Dans $\mathbb{R}$, calculer la trasformée de Fourier de :
— $f(x) = e^{-x^2}$,
— la distributions de Dirac,
— les deux fonctions $f(x) = x$, $g(x) = x^2$.

Exercice 2. Démontrer que si $s > (n/2) - (n/q)$ alore $H^s \hookrightarrow L_q(\mathbb{R}^n)$.

Exercice 3. (Cours)
— Dans $\mathbb{R}$, donner (et démontrer) la formule de Taylor avec reste intégral.
— Démontrer que : $H^s(\mathbb{R}^n)$ est un espace de Banach.
— Donnée un résumé sur la décomposition de Littlewood-Paley.

Exercice 4. (Cours) Donner la définition :
(i) des fonctions ρ et γ telle que $\rho(\xi) + \sum_{j=1}^{\infty} \gamma(2^{-j}\xi) = 1 \quad (\forall \xi \in \mathbb{R})$.
(ii) des opérateurs de convolution S_j et Q_j.
(iii) des espaces $\mathcal{S}_\infty(\mathbb{R})$ et $\mathcal{S}'_\infty(\mathbb{R})$.
(4i) Soit $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$. À partir de f , donner une fonction $g \in \mathcal{S}_3(\mathbb{R})$.

================