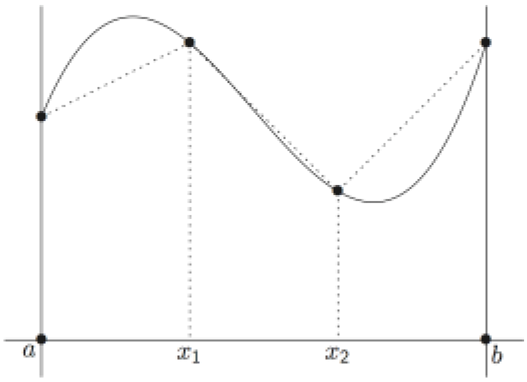
<u>Intégration numérique</u>

1. <u>Méthode des trapèzes</u>



Méthode des trapèzes

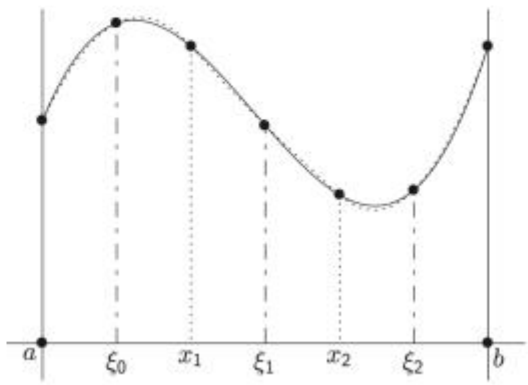
On remplace la courbe représentative de f, sur chaque segment de la subdivision, par le segment qui joint $(x_i, f(x_i))$ à $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$. Cela revient donc à interpoler la fonction f sur le segment $[x_i, x_{i+1}]$ par le polynôme de Lagrange de degré 1 aux points x_i et x_{i+1}.

La valeur approchée de l'intégrale de f sur I par la méthode des trapèzes est alors donnée par :

$$\int_a^b f(x)\,dx \cong \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\,.\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

Où : $h = \frac{b-a}{n}$, et n le nombre d'intervalle.

2. <u>Méthode de Simpson</u>



Méthode de Simpson

On remplace f, sur chaque segment $[x_i, x_{i+1}]$ de la subdivision, par la fonction polynômiale de degré inférieur ou égal à 2 qui prend les mêmes valeurs que f aux extrémités et au milieu ξ_i de ce segment. Cette méthode consiste à remplacer f sur le segment $[x_i, x_{i+1}]$ par son polynôme d'interpolation P_i de Lagrange de degré 2 ayant les mêmes valeurs que f aux bornes de l'intervalle et en son milieu.

La valeur approchée de l'intégrale de f sur I par la méthode de Simpson est alors donnée par :

$$\int_a^b f(x)\,dx \cong \frac{h}{3}\,[\,f(a) + f(b) + 4\,S_1 + 2\,S_2\,]$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{S_1 = f(x_1) + f(x_3) + \cdots + f(x_{n-1})} \\ \boldsymbol{S_2 = f(x_2) + f(x_4) + \cdots + f(x_{n-2})} \end{cases}$$

Où : $\boldsymbol{h = \frac{b-a}{n}}$