Résolution d'équations différentielles ordinaires

Il s'agit de résoudre numériquement des équations différentielles du premier ordre avec condition initiale.

$$\begin{cases} y'(t) = f\left(t, y(t)\right), \ t > 0 \\ y\left(0\right) = y_0 \qquad \text{donné} \end{cases}$$

1. **Méthode d'Euler**

   Appelée aussi «méthode de la tangente», c'est la plus simple des méthodes de résolutions numérique des équations différentielles, on considère que, $h = t_{n+1} - t_n$ étant petit. Soit donc à résoudre numériquement :

$$\begin{cases} y'\left(t\right) = f\left(t, y\left(t\right)\right) \quad 0 \leq t \leq T \\ \qquad y\left(0\right) = y_0 \end{cases}$$

   La méthode d'Euler correspond à une méthode des rectangles à gauche, soit :

$$y(t + h) \approx y(t) + h\, y'(t)$$

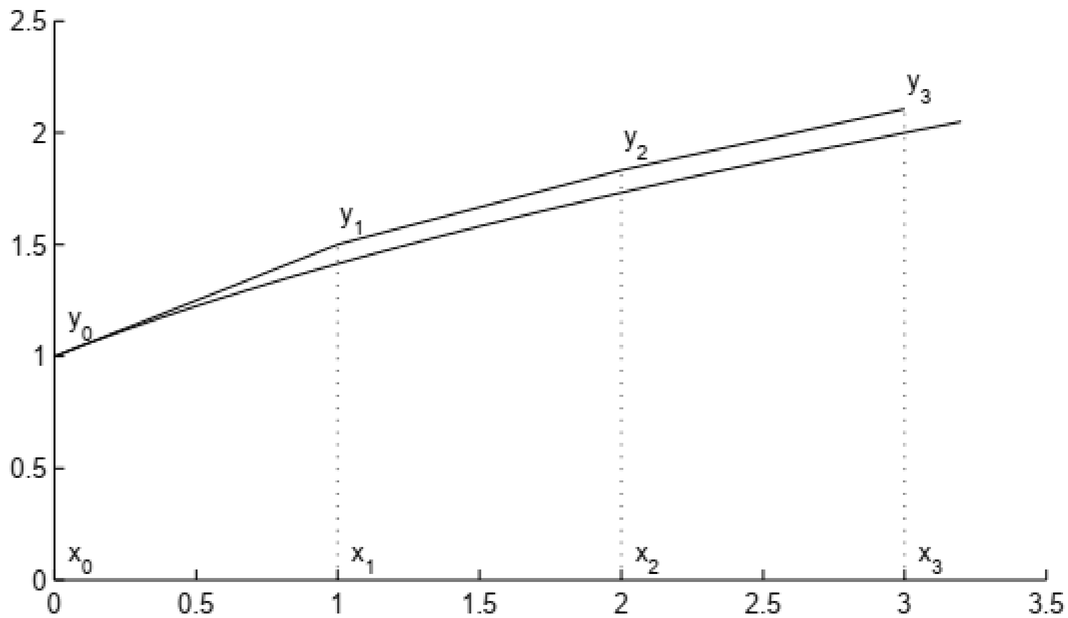

FIGURE 5.2 – La méthode d'Euler pour l'équation y'=1/(2y) avec un pas constant $h_n = 1$: $y_{n+1} = y_n + 1/(2y_n)$

2. **Méthode de Runge-Kutta**

La relation de Runge-Kutta d'ordre 4 :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6} \times \left[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right]$$

Avec

$$\begin{cases} k_1 & = h \, . \, f(t_n, y_n) \\ k_2 & = h \, . \, f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1) \\ k_3 & = h \, . \, f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2) \\ k_4 & = h \, . \, f(t_n + h, y_n + k_3) \end{cases}$$