المحاضرة الثانية: الثورات العلمية المعاصرة

أ/- في الرياضيات:

1/- الهندسة الاقليدية و الهندسات اللاإقليدية:

1-الهندسة الإقليدية:

لقد ظلت الهندسة منذ اقليدس مسيطرة على أسس ، و أصول الرياضيات قرابة ألفي عام، و هي التي كانت تعتبر القاعدة الثابتة للعقلانية الفلسفية ، فقد ارتبطت هذه الهندسة بإقليدس، وبين فيها ثلاثة مبادئ في الرياضيات، اعتبرها منطق كل فكر رياضي لا يريد الوقوع في التناقض، وهذه الأسس هي:

أولا، البديهيات: Les axiomes وهي قضايا واضحة بذاتها لا تحتاج إلى البرهان، لأن البرهان يقوم عليها، أو كما أبدع ديكارت في تعريفها: " البديهية كشمعة، تضيئ نفسها ، وتضيئ غيرها، و لا تحتاج إلى شيء يضيئها". ومن البديهيات التي وضعها اقليدس: الكل أكبر من الجزء، الكميتان المساويتان لكمية ثالثة متساويتان.

ثانيا، المصادرات: Les postulats وهي قضايا أقل وضوحا من البديهيات، نسلم بها مع الرياضي لإقامة البرهان ، ومن هذه المصادرات: أن السطح مستو، وأن مجموعة زوايا المثلث يساوي 180 درجة.

ثالثا، التعريفات: Les définition وفيها يبين الرياضي أو يشرح مفاهيم الكائنات الرياضية، ومن أمثلتها، النقطة هي ما ليس له بعد ، والمثلث هو شكل هندسي يتألف من ثلاثة مستقيمات متقاطعة مثنى مثنى... ومن خلال هذه المبادئ قام اقليدس باستنباط 465 قضية، وبذلك تمكن من بناء ما يسمى بالنسق الاستنباطي ، وهو أول نسق متكامل في الرياضيات ، وضعه اقليدس اعتمادا على مفاهيم مجردة لخلق إطار منطقي للهندسة.

لا مراء في أن الخاصية الأساسية للعلم أيا كان نوعه التطور والثبات والمضي حثيثا نحو الأمام ،إما بالاعتماد على النظريات السابقة أو الثورة عليها وإحداث القطيعة الانفصالية معها، ولم ينأى العلم الرياضي عن هذه الخاصية ،فبالاعتماد على النسق الإقليدي حاول الرياضيون المضي نحو الأمام بالعلم الرياضي، لكنهم اصطدموا بجملة من العوائق جعلتهم يكتشفون جملة من العيوب في هذا النسق،مما دفعهم إلى بناء أنساق هندسية جديدة، لذا فالإشكال المحوري الذي تتمحور حوله هذه المحاضرة: أين تكمن عيوب ونقائص النسق الإقليدي ؟وما هي الأنساق المعاصرة التي ظهرت كبديل له؟

عيوب النسق الإقليدي:

لقد ظلت الهندسة الإقليدية نموذجا للرياضيات الدقيقة واليقينية لما يربو عن ألفي عام، نظرا لاعتمادها على منهج منطقي صارم تلزم فيه النظريات والنتائج لزوما مباشرا عن مبادئ حقيقية للواقع الخارجي.

وكان الرياضيون يعترفون بهذه السمات والخصائص بدرجات متفاوتة، محاولين بذلك البرهنة على نظرياتهم الهندسية بما هو في النسق الإقليدي، وتحليل العلاقات التي تسري بينها دون أدنى مناقشة فلسفية لمبادئ هذه الهندسة وأسسها. ولكن مع تطور الأبحاث والدراسات الهندسية والرياضية، وما أحدثته مسلمة التوازي من شكوك وسط الرياضيين، انتقل هؤلاء من مرحلة تقرير نظرياتهم إلى مرحلة النقد والمناقشة لمبادئ النسق الأقليدي وقوانينه، مكتشفين بذلك أوجه النقص فيها، فلقد تعرضت مسلماته إلى نقد وتشكيك من طرف اليونانيين أنفسهم وذلك لتضمنها وانطوائها على غموض، ولأن بعضها في نظرهم من الممكن أن تشتق من غيرها.

كما انتقد كذلك المنهج الأقليدي آنذاك على كونه يفترض قضايا هندسية لم تكن موضوعة بين البديهيات أو المسلمات، وبالتالي لم تتم البرهنة على أنها مشتقة من غيرها.وتطورت هذه الانتقادات بتطور الأزمنة والعصور، وبتطور الأبحاث الابستمولوجية المعاصرة والتي أسقطت ثوب النموذج والمثال عن هذه الهندسة انطلاقا من المناقشة الفلسفية لمبادئها، وهو ما قصده بلانشيه حين قال:" ظهر أكثر فأكثر أن الهندسة الإقليدية إذا بقيت دهرا طويلا أكمل الأمثلة التي يمكن أن تقدم على النظرية الإستنتاجية، فإن الجهاز المنطقي الذي كان يدعمها لم يكن ،وتم استخراج هذه العيوب بدءا من المنطلقات التي ينطلق منها هذا النسق كالتالي" خاليا من العيوب

2/- المصادرة الخامسة و بوادر ظهور الهندسات اللاإقليدية:

كان الاعتقاد السائد بين الرياضيين ان صحة المسلمة تقاس بوضوحها، وبالتالي قبلوا المسلمات الاربعة لاقليدس مباشرة. أما المسلمة الخامسة بالتوازي لقد سببت قلقا واضطرابا كبيرا بين لدى الرياضيين الاغريق و العرب، وكذلك رياضي العصر الحديث، هذه المسلمة التي ذكرناها من خصائصها:

- من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم إلا موازواحد لمستقيم معلوم.
- مجموع زوايا المثلث يساوي قائمتين.
- هناك اشكال متشابهة لشكل معلوم.
- هذا القلق الذي أصاب الرياضيين يعود غلى تعقيد هذه المسلمة، وهي تبدو واضحة بالمقارنة مع باقي المسلمات لأنه حشرها ضمن المسلمات الي لا يجب البرهنة عليها، وهذا لا يعني أنها تفتقر إلى البرهنة، وإنما لان اقليدس لم يكتشف لها برهانا، ومنها ما جعل الرياضيين يحاولون البرهنة عليها طيلة ما يقارب الالفي سنة، ولكل ذلك سببه الخاص. كما توجهت محاولات اخرى إلى وضع تعريف جديد للتوازي غير التعريف الذي أخذ به اقليدس. كما حاول الآخرون ابتكار مسلمة جديدة لا تتعارض لتلك الاعتراضات التي واجهت لمسلمة اقليدس.كما حاول البعض الآخر البرهان على أن مسلمة اقليدس مسلمة مستقلة لأنها تنتج حتى عن نفيها.

ومن أشهر العلماء الذين قاموا على البرهنة على هذه المسلمة مستندين غلى ذلك مسلمات أخرى تكافئ المسلمة الاقليدية الخامسة، الرياضي اليوناني بروقليدس (412-485) الذي حاول ان يبرهن على أن هذه القضية يجب أن لا تفهم كمسلمة، بل كنظرية حتى تتمكن من البرهنة عليها، وهكذا صاغ بروقليس هذا الشكل برهانا جديدا . واستمرت المحاولات على هذه الوتيرة عي العالم القديم، حتى وصلت إلى العالم الاسلامي مع نصر الدين الطوسي (1201-1274) الذي كان اول من برهن على صحة الدعوى القائلة بأن مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي قائمتين، إذ تكافئ مسلمة

اقليدس الخامسة، ثم انتقلت البرهنة إلى العالم الأوروبي غذ بدأت مع القرن 17 عشر ، إذ حاول كتالدي في حوالي 1600 م و من يعده جردنفيتال البرهنة على المسلمة بدراسة موقع النقط المتساوية البعد عن مستقيممعلوم. كما بين فاليس (1616-1706) ان مسلمة اقليدس من الممكن البرهنة عليها، في حالة إذا ما قلنا بوجود مثلث مشابه لمثلث معلوم له أضلاع ذات أطوال تعسفية.

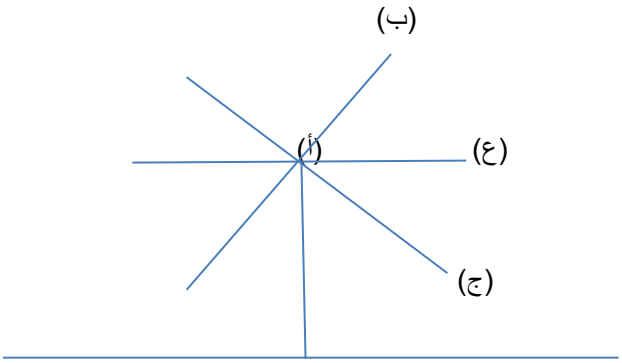
كما تجددت المحاولة في العصر الحديث، ومن أشهر هذه المحاولات نجد ما قام به ساكري (1667-179م) إذ قال أن نشأة الهندسة اللاإقليدية، فقد اعتمد على البرهان بالخلف،وذلك باستنباط تناقض بين انكار هذه القضية، وقبول المسلمات الاقليدية الأخرى.

وبهذا الشكل نشات الهندسة اللاإقليدية من هذه الملاحظات البسيطة و الأشكال الأولية، إذ يقول باشلارد: " تتيح لنا سلفا أن نستخلص الفكرة الفلسفية العامة للحرية الرياضية الجديدة"، يعني أنه لن تكون مقيدة بعد ظهور هذه الهندسات اللاإقليدية بمبادئ اقليدس التي كانت مسيطرة بأسسها على العقلانية الفلسفية.

هندسة لوباتشفسكي:

على الرغم من الجهود المنقطعة النظير التي بذل الرياضيين للبرهنة على صحة مسلمة اقليدس الخامسة، إلا أنها باءت بالفشل، ولم تعطي أية نتيجة، وأدى هذا الفشل في الأخير إلى إمكان قيام هندسات لاإقليدية بحيث تبطل فيها المسلمة الخامسة المذكورة. لقد تحقق ذلك في القرن 19 م وذلك في عام 1816(كارل فريديك جارس) إذ اثبت فيه وجود هندسة غير إقليدية، لقد توصل بولياي (1802-1860) إلى النتائج التي توصل إليها لوباتشفسكي ، وذلك دون علم منه بأن لوباتشفسكي قد توصل إلى ذلك. ما قا م به هذا الاخير (179-1856 م) هذا الرياضي الروسي المحنك إ ففي الاول اعتقد مثله مثل الرياضيين الأخرين أن أن المسلمة الخامسة تفتقر إلى البرهان، واكتشف التناقض 1822 ، لذا سلك الطريق الذي يتبعه عادة علماء الرياضيات عند حل المعظلات، ويتمثل في برهان في نقض الفرض، إذ أراد إثبات هذه المسلم بالبرهان بالخلف، وهكذا جاءت المسلمة من الممكن مد مستقيمين لا واحد من نقطة خارج مستقيم، والتي جاء في كتابه (أسس الهندسة التحليلية)، يقول في ذلك: " يمر من نقطة خارج مستقيم أكثر من مستقيم، واقع في مستوى المستقيم الأول و النقطة، وغير قاطع له". استخلص لوباشفسكي النتائج من هذه الجملة الجديدة و التي تتميز بالسلامة المنطقية ، وعدم التناقض الداخلي. و نعبر عن فلسفة لوباشفسكي برسم من خلاله نأخذ فكرة عنها، و هو كالتالي:

ليكن المستقيم (م) والنقطة (أ) خارج هذا المستقيم (///) عموديا على المستقيم (م) نازلا من (أ) و ساقطا على (أ) ولترسم كذلك (ع) عموديا على (//) في النقطة (أ).



هندسة ريمان:

لكن سرعان ما ظهر نسق هندسي آخر على يد الألماني ريمان)، فهذا الأخير تجاوز المسلمة الإقليدية واتخذ منطلقه مسلمة أخرى مخالفة لها تماما فافترض أنه من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم أي مواز له وبالتالي فإن أي مستقيمين لابد أن يتقاطعا، وانطلاقا من هذا الفرض توصل ريمان إلى نتائج جديدة منها أن زوايا المثلث تساوي أكثر من 180°. ومما يجدر ذكره أن هذا النسق قد أقيم على تصور للمكان مناقض تماما لتصور إقليدس، فمكان ريمان مكان محدب، ومكان لوباتشفسكي هو مكان مقعر بينما مكان إقليدس فإن المكان مسطح ذو 3 أبعاد، وتوصل النسق الريماني بدوره إلى تأكيد صفة استقلال المسلمة الإقليدية عن باقي المسلمات تماما، وفكرة الاستقلال هذه هي من فتحت الباب واسعا لاستبدال هذه المسلمة بفروض أخرى إما أن تكون مختلفة عنها (مثل فرض لوباتشفسكي) أو مناقضة ونافية لها تماما (كما هو الشأن لفرض ريمان)، وبتعدد الفروض البديلة لها نقف أمام تعدد للأنساق الهندسية وهو تغيير جوهري في أسس الهندسة " غير مسبوق، ملئ باحتمالات أخرى للتغيير، ذلك لأنه نشأ سؤال جديد وهو هل يمكن إحداث تغيرات أخرى في أسس الهندسة بحيث تنشأ مزيد من الهندسات المنتظمة القضايا؟