

## المحاضرة الثالثة: مسألة اليقين في الرياضيات (النزعة الحدسية والأكسيوماتيكية)

### 1/- موقف النزعة الحدسية

لقد أقام ديكارت منهجه كما هو معلوم على أساس من الحدس و الاستنتاج، فالحدس عنده رؤية عقلية مباشرة لحقائق بسيطة و من هذه الحقائق البسيطة نستنتج حقائق أخرى. فأساس و قاعدة المعرفة عنده هي الحدس. و لهذا فهو يصنّف ضمن الحدسيين رغم تحويله الهندسة إلى جبر (الهندسة التحليلية). فالحدس الهندسي قد بقي ملازماً للرياضيات إلى فترة متأخرة جداً. فالمعادلات الجبرية من الدرجة الثانية، كانت تُحلّ بواسطة الأشكال الهندسية، قبل ظهور الجبر المنطقي (الحديث) و الذي يستعمل الرموز. و هكذا طرحت قضية أهمية و دور الحدس في الرياضيات. حيث يرى "الحدسيون" أنّ المنطق وحده غير كافٍ لتحقيق عنصر الخصوبة في الرياضيات. كما يؤكد هؤلاء و على رأسهم: بوانكاريه و لوبيغ و بوريل Borel أنّ [الرياضيات لا تشتقّ من المنطق، كما ذهب إلى ذلك راسل، بل تحتاج إلى . مادة . في مقابل . الصورة . تحتاج إلى حدس من نوع خاص هو الحدس التجريبي (بالمفهوم الكانطي)]. لكن الصعوبة التي واجهها أنصار النزعة الحدسية، هي تحديد معنى الحدس نفسه. فهو ليس حدس الأشياء الحسية المشخّصة، بل هو رؤية مباشرة كلية، فهو بمنظور "بوانكاريه": «لغة لا تتعلم». و يرى "بوليغان" Bouligand أنّ . الحدس الرياضي يعتمد دوماً على معارف رياضية سابقة، فلا بدّ فيه من الخيال و الذاكرة معاً..

أمّا النزعة الحدسية الجديدة "Néo- intuitionnisme" فهي تلك المدرسة الرياضية التي يتزعمها الرياضي الهولندي "بروور" Brouwer و غيره من الرياضيين الكبار أمثال: "فايل" و "هايتنغ"، و هي نزعة تعارض بشدّة كل من النزعة المنطقية و الأكسيومية. حيث ناقش الحدسيون عامّة، القداماء أمثال "بوانكاريه و بُوريل" و الجُدّد أمثال بُروور و أتباعه، مسألتين حاسمتين في الحقل الرياضي هما:

1. طبيعة الموضوعات الرياضية: يرى الحدسيون أنّ أساس مشكلة النقائض في الرياضيات الحديثة، هو القول بوجود مجموعات لامتناهية. (نقائض اللانهاية). فالقول بإدراك اللانهاية حسبهم، قول ليس له معنى، فالموضوعات الرياضية عندهم ذات وجود معرفي و أنطولوجي معاً. كما يعترضون عن إمكانية ردّ الأعداد الصّماء إلى الأعداد الطبيعية، أي ردّ المتصل إلى المنفصل. فمن المستحيل بناء علم متّصل (الهندسة) بكيفية أكسيومية مستقلة، و من الضروري عندهم اللجوء إلى منهج التحليل (التحليل إلى البسائط).

## 2. موقفها من المنطق الأرسطي عامّة و مبدأ الثالث المرفوع خاصّة:

يأتي المنطق في الدرجة الثانية بالنسبة إلى الرياضيات، لأنّ مبادئه حسب "هانتغ" ، أكثر تعقيداً وغموضاً من الرياضيات. و لذلك حاول "هانتغ" تأسيس منطق جديد مستوحى من الرياضيات، و هو مبدأ يرفض صلاحية مبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة، و هكذا اتفق جل الحدسيون، و يمكن تلخيص مبدأ الرفض هذا كالآتي: ( إنّ جميع أنواع اللامتناهي نقلت من قبضة مبدأ الثالث المرفوع، فهو لا يصلح فيها، و لكنّه يحتفظ بصلاحيته بالنسبة للمقادير النهائية).

— إنّ الجديد الذي حملته هذه النزعة الحدسية في الرياضيات هو تكسيورها لمبادئ المنطق التقليدي، أي منطق أرسطو ثنائي القيمة و فتحت المجال أمام منطق جديد متعدّد القيم. هذا بالنسبة للمنطق أمّا بالنسبة للرياضيات فقد شنتّ هذا الاتجاه انسجامها و صلابتها، و عاد بها إلى الوراء، و هذا ما قامت بإصلاحه النزعة الأكسيومية الحديثة.

## 2/- موقف المذهب الأكسيوماتيكي:

في السنوات التي تلت تأليف الكتاب المشترك بين "راسل" و "هوايتهايد" . مبادئ

الرياضيات" ، كان هناك قمة من قيم الرياضة الحديثة هو " دافيد هلبيرت" ، أستاذ الرياضة

بجامعة "برلين"، حتى نهاية الحرب العالمية الثانية، و الذي عارض موقف "راسل" على أن تكون الرياضة منطقاً سوريا محضاً، و أخذ يُطوّر فكرة في أصل الرياضة و المنطق معاً سمّاها . النظرية الأكسيوماتيكية . حيث رأى بأنّ . المنطق و الرياضة هما شيئان نبعا معاً متوازيان من منبع واحداً أبعد منهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية أو الصورية الصرفة. Pure Formalisme، و التي هي الأساس الأول و البعيد لكل من علمي المنطق و الرياضيات. و تشترط هذه الطريقة ضرورة استقلال المسلمات عن بعضها و عدم التناقض الداخلي ، و أن تكون مجرد مواضع لا ترجع في أصولها لا للمنطق و لا للرياضة، فهي مُجَرَّد رموز عارية عن كل معنى رياضي أو منطقي. و بالتالي يعتبر هذا المذهب أكثر صورية من سابقه، هذا و إن اختلف مع المذهب اللوجستيكي في قضية الإشتقاق و ردّ الرياضة إلى أصول منطقية، إلاّ أنّه يفترض و يؤكد على حضور المنطق، باعتبار أنّ من أحد سلامته و صحّته مبدأ عدم التناقض و هو مبدأ منطقي في الأساس. و لهذا تعتبر النظرية الأكسيوماتيكية تعميماً للمذهب اللوجستيكي شريطة استبعاد فكرة اشتقاق الرياضة من المنطق.

و في الأخير، أنّ أزمة أسس الرياضيات لم يعد يُطرح اليوم بنفس الحِدّة التي طُرِحَ بها في بدايات القرن العشرين (20م)، فقد تمّ تجاوز مشكلة النقائص بفضل تقدم الأبحاث الأكسيومية وتوطيد المنهج الأكسيومي، التي كان من نتائجها قيام عِلْمَيْنِ جديدين هما: " ما بعد الرياضيات " و " ما بعد المنطق " .

