Université MB de M'sila
Faculté de MI
Département d'informatique
Formation Master 1 IDO

Module Optimisation Combinatoire 1
Examen de rattrapage juin 2022
Durée : 1 heure 30 minutes

Exercice 1 : Questions de cours (08 points)

1) **Un exemple d'un problème de la classe P → problème du plus court chemin ; problème du cycle eulérien ; pgcd deux entiers ; …**
   Un exemple d'un problème de la classe NP-Complet → TSP ; KSP ; SAT ; 8-QUEENS ; GCP ;…
2) **Les trois étapes du paradigme « *diviser pour régner* » :**
   - **Diviser le problème en sous-problèmes ;**
   - **Résoudre les sous problèmes récursivement ;**
   - **Construire la solution du problème entier.**
3) **Décrire brièvement un « *algorithme glouton* » résolvant le problème su sac-à-dos simple 0/1.**
   - **Trier les objets suivant l'ordre croissant du rapport vi/wi (ou décroissant du rapport wi/vi).**
   - **Mettre les objets dans le sac jusqu'au remplissage du sac.**
4) **La différence entre les deux paradigmes de B&B et celui de la PD :**
   - **Chacun d'eux est le « diviser pour régner » mais ;**
   - **Dans B&B : les sous-problèmes sont indépendants ;**
   - **Dans la PD : les sous-problèmes se chevauchent.**

Exercice 2 : (06 points)

1. **Algorithme récursif :**
   Int C(int n,k) { if (n==k || k==0) return 1 else return C(n-1,k)+ C(n-1,k-1); }
   Complexité temporelle : T(n,k) = T(n-1,k)+ T(n-1,k-1) +1 ; T(n,n) = T(n,0) = 0.
   $T(n,k) \approx O(2^{n/2})$.
2. **Algorithme utilisant la programmation dynamique :**

```
Int C(int n,k) { for (i=0; i<=n; i++)
                     { Table[i][0]=Table[i][i]=1 ;
                      for (j=0; i<=j; j++)
                           Table[i][j]= Table[i-1][j] + Table[i-1][j-1] ; }
                 Return   Table[n][k] ;  }
```

   Complexité spatiale = O(n×k).

Exercice 3 (06 points)

1) **Soient x_1 et x_2 les quantités respectives de P1 et P2 produites par jour.**

   Le problème s'écrit : $\begin{cases} \max(40x_1 + 60x_2)\ ; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_1x_2 \leq 500 \\ x_1, x_2 \in N \end{cases}$

2) **POC**
3) **On a** $x_1 \in N$ **et** $x_2 = \frac{500 - 3x_1}{x_1+2}$ **et puisque** $x_2 \geq 0$ *alors* $x_1 \leq \frac{500}{3}$ soit $x_1 \leq 166$
   On peut prendre x1 = 10 et x2 = 39 avec un revenu de 40×10+60×39 = 2740.