

Exercice N°01 (5pts)

Calculer les intégrales suivantes

1. $I = \int_0^\pi x \cos(nx) dx, n \in \mathbb{N}$

2. $J = \int \frac{x+2}{x^2-3x-4} dx$

3. $K = \int \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$

Exercice N°02(4pts)

Soit la fonction $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ définie par

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^p y}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}, p \in \mathbb{N}$$

1. Trouver une condition sur p pour que la fonction f soit continue sur \mathbb{R}^2 .
2. La fonction f - possède des dérivées partielles au point $(0;0)$ avec les valeurs de p trouvées?

Exercice N°03(6pts)

1. Résoudre l'équation différentielle suivante

$$y' + y \tan(x) - \sin(x) = 0$$

2. (a) Résoudre les équations différentielles suivantes

$$y'' + y = xe^x, \quad y'' + y = \sin(x) + 2 \cos(x)$$

- b) Dédurre la solution de l'équation

$$y'' + y = xe^x + \sin(x) + 2 \cos(x)$$

Exercice N°04 (5pts)

Soient la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que A est inversible puis calculer la matrice inverse A^{-1} .
2. En utilisant la matrice inverse, résoudre le système

$$\begin{cases} 2x + y - z = 6 \\ -x + y = -1 \\ x + 4zy = -2 \end{cases}$$