Série d'exercices N°1

Exercice 01(*)

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} : \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calculer, s'il est possible, $C+D; C+B; 2C-3D; B\times A; A\times B; B\times C; C\times B$.

Exercice 02(*) (Examen 2018-2019 Univ-M'sila)

Soient A et B deux matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calcule :$A \times B$.
2. Est-ce que B est inversible?
3. Montrer que A est inversibles, puis calculer A^{-1}.
4. En utilisant la matrice inverse, résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} -2x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y - 2z = 8 \\ -2x + y - z = 2 \end{cases}$$

Exercice 03 (Examen 2016-2017 Univ-M'sila)

Soit la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que A est inversible et calculer son inverse.
2. En utilisant la matrice inverse, résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 6 \\ -x + 2y + z = -1 \\ x + 4z = -2 \end{cases}$$

Exercice 04 (Examen 2013-2014 Univ-A.MIRA de Béjaia)

Soit la matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que A est inversible et calculer son inverse.
2. Déduire la solution du système linéaire suivant

$$\begin{cases} -2x + z = 1 \\ -6x + 2y = 1 \\ 6x - y - z = 0 \end{cases}$$

Exercice 05(*) (Examen 2014-2015 Univ-A.MIRA de Béjaia)

Considérons la matrice

$$M = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \\ -1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

où α est un paramètre réel.

1. Calcule le déterminant de M.
2. Déduire les valeurs de α pour que M soit inversible et calculer dans ce cas M^{-1}.
3. Posons $\alpha = 0$, en utilisant la matrice inverse, résoudre le système suivant:

$$MX = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

Exercice 06 (Examen 2010-2011 Univ-A.MIRA de Béjaia)

Soient A, B et C trois matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} \alpha+2 & 1 & -1 \\ 12 & 2\alpha+2 & 2 \\ \alpha & 2 & \alpha \end{pmatrix}$$

oú α est un paramètre réel.

1. Donner la matrice :$D = A \times B$, puis donner D^{-1}
2. Calculer le déterminant de C.
3. Soit $P(\alpha) = \alpha^3 + 4\alpha^2 - 4\alpha - 16$. Calculer $P(2)$.
4. Pour quelles valeurs de α, C soit inversible ?

Série d'exercices N°2

Fonctions primitives

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. Une primitive de f sur I est une fonction F dérivable sur I telle que $F'(x) = f(x), \ \forall x \in I$.

Résumé: primitives des fonctions usuelles

la fonction f	Les fonctions primitives de f
$x \mapsto a$	$x \mapsto ax + c$
$x \mapsto x^n$	$x \mapsto \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$
$x \mapsto g'(x) \times g(x)^n$	$x \mapsto \frac{1}{n+1}g(x)^{n+1} + c$
$x \mapsto \frac{g(x)'}{g(x)}$	$x \mapsto \ln\|g(x)\| + c$
$x \mapsto \frac{g(x)'}{g(x)^n}$	$x \mapsto \frac{-1}{(n-1)g(x)^{n-1}} + c$
$x \mapsto e^x$	$x \mapsto e^x + c$
$x \mapsto e^{ax+b}$	$x \mapsto \frac{1}{a}e^{ax+b} + c$
$x \mapsto g'(x)e^{g(x)}$	$x \mapsto e^{g(x)} + c$
$x \mapsto \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$	$x \mapsto \sqrt{g(x)} + c$
$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$	$x \mapsto \arctan(x) + c$
$x \mapsto \frac{1}{a+x^2}, a > 0$	$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{a}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right) + c$
$x \mapsto \frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$	$x \mapsto \arctan(g(x)) + c$
$x \mapsto \cos(x)$	$x \mapsto \sin(x) + c$
$x \mapsto \cos(ax+b), a \neq 0$	$x \mapsto \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$
$x \mapsto \sin(x)$	$x \mapsto -\cos(x) + c$
$x \mapsto \sin(ax+b), a \neq 0$	$x \mapsto -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$
$x \mapsto \frac{1}{\cos^2(x)}$	$x \mapsto \tan(x) + c$
$x \mapsto \frac{1}{\sin^2(x)}$	$x \mapsto -\frac{1}{\tan(x)} + c = -cotg(x) + c,\ cotg(x) = \frac{1}{tan(x)}$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \mapsto \arcsin(x) + c$
$x \mapsto \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \mapsto \arccos(x) + c$
$x \mapsto ch(x)$	$sh(x) + c$
$x \mapsto sh(x)$	$ch(x) + c$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$Argsh(x) + c$

Exercice 01 (*)

Montrer que F est une primitive de la fonction f dans les cas suivants:

1. $F(x) = x\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$ et $f(x) = \arcsin(x)$.
2. $F(x) = x\arctan(x) - \dfrac{1}{2}\ln(x^2+1)$ et $f(x) = \arctan(x)$.

Intégrale indéfinies, Intégrale définies

⋆ Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. Une primitive de f sur I est une fonction F dérivable sur I telle que $F'(x) = f(x)\ \ \forall x \in I$ dans ce cas on pose

$$\boxed{\int f(x)dx = F(x) + c \quad \in \mathbb{R}}$$

⋆ Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a,b]$ de $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, l'intégrale de f sur $[a,b]$ est le nombre réale

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)}$$

oú F est une primitive quelconque de f sur $[a,b]$.

Exercice 02 (*)

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int \frac{xe^x + e^x}{xe^x + 1}dx$
2. $\displaystyle\int \frac{1+\ln(x)}{1+x\ln(x)}dx.$
3. $\displaystyle\int \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}dx$
4. $\displaystyle\int 2x(x^2+3)^5 dx.$
5. $\displaystyle\int \frac{(\ln(x))^n}{x}dx, n > 1.$
6. $\displaystyle\int \frac{tan(x)}{cos(x)^2}dx$
7. $\displaystyle\int tan(x)dx$
8. $\displaystyle\int \frac{1}{\tan(x)}dx$
9. $\displaystyle\int \frac{2x-5}{(x^2-5x+6)^2}dx$
10. $\displaystyle\int \cos(x)\sin^3 x dx.$
11. $^{(\star)}$ $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}dx.$
12. $\displaystyle\int e^{3x+2}dx.$
13. $\displaystyle\int \frac{e^{\tan(x)}}{\cos^2(x)}dx.$
14. $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos(nx)dx.$

Exercice 03

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int \frac{1-\cos(x)}{x-\sin(x)}dx.$
2. $\displaystyle\int \frac{x}{(x^2+1)^3}dx.$
3. $\displaystyle\int \cos^3(x)\sin(x)dx.$
4. $\displaystyle\int \frac{\arctan(x)}{x^2+1}dx$
5. $\displaystyle\int e^{-x+2}dx.$
6. $\displaystyle\int \sin(2x)e^{\cos(2x)}dx.$
7. $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos(nx)dx.$
8. $\displaystyle\int_{-2}^{3} |x-1|dx$

Intégration par changement de variable

Soit F une primitive de f et g une fonction dérivable. Alors la fonction $x \mapsto g'(x)f[g(x)]$ est intégrable et l'on a

$$\int g'(x)f[g(x)]\,dx = F[g(x)] + c$$

Autrement dit, en posant $t = g(x)$ on obtient $\dfrac{dt}{dx} = g'(x)$, soit encore $dt = g'(x)dx$ et donc

$$\boxed{\int g'(x)f[g(x)]\,dx = \int f(t)dt = F(t) + c = F[g(x)] + c}$$

Exercice 04 (*)

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}dx.$
2. $\displaystyle\int \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1-(\ln(x))^2}}dx.$
3. $\displaystyle\int \frac{e^x}{e^{2x}+1}dx.$

Intégration par partie

⋆ Soient u et v deux fonctions, de classe C^1. Alors

$$\int u'(x)v(x)dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x)dx$$

⋆ Soient a et b deux réels tels que $a < b$. Soient u et v deux fonctions définies sur $[a;b]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, de classe C^1 sur $[a,b]$. Alors

$$\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$$

Exercice 05 (*)

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int (2x+1)e^{-2x}dx.$
2. $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin(nx)dx$.
3. $\displaystyle\int xcos(5x)dx.$
4. $\displaystyle\int \arcsin(x)dx.$
5. $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}dx.$

Exercice 06

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int xe^{-x}dx$
2. $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin(2x)dx$
3. $\displaystyle\int x\ln(x)dx.$
4. $\displaystyle\int cos(x)e^x dx.$
5. $\displaystyle\int \arctan(x)dx.$

Exercice 07: Primitives des fonctions rationnelles

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int \frac{3x-5}{(x-1)(x+1)}dx$
2. $\displaystyle\int \frac{1}{x^2-4}dx.$
3. $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+5}dx.$
4. $\displaystyle\int \frac{3x+2}{x^2-3x+2}dx.$
5. $\displaystyle\int \frac{3}{(x^2-1)(x^2-4)}dx.$
6. $\displaystyle\int \frac{x+2}{x^2-6x+9}dx.$
7. $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+x+1}dx.$
8. $\displaystyle\int \frac{3x+2}{(x-1)^2(x+5)}$
9. $\displaystyle\int \frac{x+2}{(2x+1)(x^2+1)}$
10. $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x^2-3x+2)}dx.$

Exercice 08 (*): Primitives des fonctions rationnelles

Calculer les intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int \frac{3}{(x-2)(x-5)}dx$
2. $\displaystyle\int \frac{3}{x(x^2-4)}dx$
3. $\displaystyle\int \frac{x+2}{x^2-5x+6}dx.$
4. $\displaystyle\int \frac{x+2}{x^2-10x+25}dx.$
5. $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+3}dx.$
6. $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+4x+5}dx.$
7. $\displaystyle\int \frac{x+1}{(x-2)^2(x+5)}$
8. $\displaystyle\int \frac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}$
9. $\displaystyle\int \frac{x^3}{(x^2-3x+2)}dx.$

Exercice 09 (*): Intégrale des fonctions exponentielles

1. $\displaystyle\int \frac{e^x}{e^{2x}-3e^x+2}dx$
2. $\displaystyle\int (x^2-3x+1)e^{-x}dx$
3. $\displaystyle\int \frac{1}{sh(x)}dx$

Primitives de la forme $\int sin(x)^p cos(x)^q dx$

- Si p est impair, on peut poser $t = \cos x$
- Si q est impair, on peut poser $t = \sin x$
- Si p et q sont impairs, on peut poser $t = \cos x$ ou $t = \sin x$ ou $t = \cos 2x$.
- Si p et q sont pairs, on pourra linéariser, puis intégrée.

Exercice 10 (*)

Calculer les intégrales suivantes

1. $I_1 = \displaystyle\int sin^3(x)cos^2(x)dx$
2. $I_2 = \displaystyle\int sin^2(x)cos^3(x)dx$
3. $I_3 = \displaystyle\int sin^3(x)cos(x)dx$
4. $I_4 = \displaystyle\int sin^2(x)cos^2(x)dx$

Primitives de la forme $\int cos(px)\cos(qx)dx$, $\int \sin(px)\sin(qx)dx$, $\int cos(px)\sin(qx)dx$,$p,q \in \mathbb{Z}$

On transformer les produits en sommes par l'utilisation des formules trigonométriques :

- $\sin(p)\cos(q) = \frac{1}{2}\left(\sin(p+q) + \sin(p-q)\right)$
- $\sin(p)\sin(q) = \frac{1}{2}\left(\cos(p-q) - \cos(p+q)\right)$
- $\cos(p)\cos(q) = \frac{1}{2}\left(\cos(p+q) + \cos(p-q)\right)$

Exercice 11 (*)

Calculer l'intégrale

1. $I_1 = \int sin(2x)cos(3x)dx$

Primitives de la forme $\int \frac{P(cos(x), sin(x))}{Q(cos(x), sin(x))}dx$

Soient P et Q sont des polynômes. Il existe deux méthodes pour calculer les intégrales de la forme

$$\int \frac{P(cos(x), sin(x))}{Q(cos(x), sin(x))}dx$$

Méthode 01: les règles de Bioche

les règles de Bioche sont assez efficaces mais ne fonctionnent pas toujours On note $\omega(x) = f(x)dx$.

- Si $\omega(-x) = \omega(x)$ alors on effectue le changement de variable $u = cosx$.
- Si $\omega(\pi - x) = \omega(x)$ alors on effectue le changement de variable $u = sinx$.
- Si $\omega(\pi + x) = \omega(x)$ alors on effectue le changement de variable $u = tanx$.

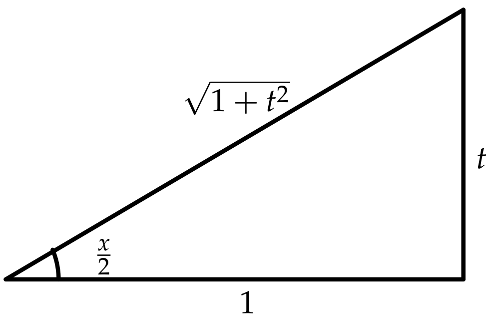
Méthode 02: le changement de variable $t = tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

Le changement de variable $t = tan\left(\frac{x}{2}\right)$ fonctionne tout le temps mais conduit à davantage de calculs.

Si on pose $t = tan\left(\frac{x}{2}\right)$, on trouve

$\boxed{dx = \frac{2}{1+t^2}dt}$, $\boxed{\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}}$,

$\boxed{\tan(x) = \frac{2t}{1-t^2}}$, $\boxed{\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}}$



Exercice 12 (*)

Calculer les intégrales suivantes

1. $\int \frac{1}{\sin x}dx.$
2. $\int \frac{\sin x}{1+\cos(x)}dx.$
3. $\int \frac{\sin(x)\cos(x)}{\sin(x)+1}dx.$
4. $\int \frac{1}{\sin x}dx$
5. $\int \frac{1}{2+cos(x)}dx$

Série d'exercices N°3

Résumé: Les équations différentielles d'ordre 01

Le type	La forme
(EDS) équation différentielle à variables séparables	$y'f(y) = g(x) \iff \boxed{y' = \dfrac{g(x)}{f(y)}}$
(EDH) équation différentielle homogène	$\boxed{y' = F\left(\dfrac{y}{x}\right)}$
(EDLH 01) équation différentielle linéaire homogène d'ordre 01	$y' + f(x)y = 0 \iff \boxed{y' = h(x)y}$
(EDL 01) équation différentielle linéaire d'ordre 01	$y' + f(x)y = g(x) \iff \boxed{y' = h(x)y + g(x)}$
(EDB) équation différentielle de Bernoulli	$y' + f(x)y = g(x)y^{\alpha} \iff \boxed{y' = h(x)y + g(x)y^{\alpha}}, \alpha \in \mathbb{R} - \{0;1\}$

Exercice 01 :

A) Donner le type des équations différentielles suivantes (sans les résoudre)

① $\ln(y)y' - e^x = 0$

② $(x - y)ydx - x^2dy = 0$

③ $(x - \sin(x))y' = (1 - \cos(x))\,y$

④ $y' + \tan(x)y - \sin(x) = 0$

⑤ $-y' + \tan(x)y - \sin(x)y^2 = 0$

B) On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + y\tan(x) = \sin(x)\cos(x) \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (sans second membre) associée a (E)

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver une solution particuliére de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

③ Calculer la solution de (E) vérifiant $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$

④ En déduire la solution de l'équation suivante (EDB).

$$-z' + z\tan(x) = \sin(x)\cos(x)z^2 \tag{EDB}$$

⑤ Résoudre l'équation différentielle suivante

$$(x - y)\,ydx - x^2dy = 0$$

Exercice 02 : (Examen 2015-Université de A.Mira-Béjaia)

① Calculer l'intégrale indéfinie $\displaystyle\int \frac{9}{x^2-5x-14}dx$

② Déduire la valeur de l'intégrale définie $\displaystyle\int_0^1 \frac{9}{x^2-5x-14}dx$.

③ Par le changement de variable $t=\sin(x)$, calculer: $\displaystyle I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{9\cos(x)}{-14-5\sin(x)+\sin^2(x)}dx$

④ Soit $x\in]7;+\infty[$, résoudre l'équation différentielle suivante:

$$y'-\frac{9}{x^2-5x-14}y=\frac{x-7}{x^2-5x-14} \qquad \text{(E)}$$

Exercice 03

Soit f une fonction définie par

$$f(x)=(x^2-3x+4)e^{2x},\ \ x\in\mathbb{R}$$

① Calculer $\displaystyle\int f(x)dx$.

② Résouder l'équation différentielle suivante:

$$y'-(x^2-3x+4)e^{2x}y=0 \qquad \text{(E)}$$

Exercice 04 : (Examen 2010-2011 Université de A.Mira-Béjaia)

Soit f une fonction définie par

$$f(x)=\frac{1}{x(1-x^2)},\ \ x\in\mathbb{R}-\{-1;0;1\}$$

① Calculer $\displaystyle\int f(x)dx$.

② Résouder l'équation différentielle suivante:

$$y'-y=\frac{e^x}{x(1-x^2)} \qquad \text{(E)}$$

Exercice 05 : (Examen 2011 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y'+2y=3e^{-2x} \qquad \text{(E)}$$

① Vérifier que $y_p=3xe^{-2x}$ est une solution particulière de (E).

② Résoudre l'équation homogène (EH) associèe à (E)

$$y'+2y=0 \qquad \text{(EH)}$$

③ En déduire les solutions de (E).

Exercice 06 : (Examen 2018 Université de M'sila)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + 4y = \sin(3x)e^{-4x} \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (EH) (sans second membre) associée a (E)

$$y' + 4y = 0 \tag{EH}$$

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(\pi) = 0$

Exercice 07 :

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + y = \frac{e^{-x}}{1 + x^2} \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (EH) (sans second membre) associée a (E).

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

Exercice 08 : (Examen 2018 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + (3x^2 + 1)y = x^2 e^{-x} \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (sans second membre) associée a (E)

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(0) = 1$

Exercice 09 : (Examen 2016 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' - 2y = 4 - x \tag{E}$$

① Résoudre l'équation homogène associèe à (E)

② Vérifier que $y_p = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{7}{4}$ est une solution particulière de (E).

③ En déduire la solution générale de (E).

④ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(0) = 1$

Exercice 10 : (Examen 2016 Université de M'sila)

① Calculer l'intégrale

$$\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

.

② Résouder sur $I = \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ l'équation

$$y' \sin(x) - y\cos(x) = x$$

Exercice 11 : (Examen 2015 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$2y' - y = \cos(x) \tag{E}$$

① Résoudre l'équation homogène associèe à (E)

① Vérifier que $y_p = -\frac{1}{5}\cos(x) + \frac{2}{5}\sin(x)$ est une solution particulière de (E).

③ En déduire la solution générale de (E).

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(0) = 0$

Exercice 12 (Examen 2020 Université de M'sila) (6pts)

Cocher la bonne réponse pour chaque question

① La valeur de l'intégrale $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \pi \sin(10x) dx$ est **(2pts)**

a) $\frac{\pi}{10}$ ☐. **b)** $-\frac{\pi}{5}$ ☐. **c)** $\frac{\pi}{5}$ ☐.

② L'équation $x^2y' + xy = y^2 + 4x^2$ est une équation différentielle **(2pts)**

a) de Bernoulli ☐. **b)** homogène. ☐. **c)** à variables séparables . ☐.

③ Une solution particuliére de l'équation $2y' - y = \cos(x)$ est **(2pts)**

a) $y_p = -\frac{1}{5}\cos(x) + \frac{2}{5}\sin(x)$ ☐. **b)** $y_p = \frac{1}{5}\cos(x) - \frac{2}{5}\sin(x)$ ☐.

Exercice 13 :(Examen 2020 Université de M'sila) (6pts)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' - y = e^x \sin(x) \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (EH) (sans second membre) associée a (E) **(2pts)**

$$y' - y = 0 \tag{EH}$$

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E). **(3pts)**

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(\pi) = 0$ **(1pt)**