| | | |
|---|---|---|
| **Université de M'sila** | | **Faculté : Maths-informatique** |
| **1er Année Socle Commun** | **Examen de Rattrapage** | **Année scolaire : 2021/2022** |
| **Module Analyse 1** | **Premiére semestre** | **Durée : $1h30m$** |

Barème

**Exercice : 1** 6pt

Soit l'ensemble $E$ définie par $E = \left\{ \frac{8}{n^2+2} : \; n \in \mathbb{N} \right\}$. Alors,

**1.5** (1) Montrer que $E$ est borné.

**2** (2) Déterminer $\sup(E)$. Est ce que $E$ admet le grand élément ($\max(E)$) ?

**1.5 + 1** (3) En utilisant le propriété caractéristique de la borne inférieure (inf), montrer que $\inf(E) = 0$. Est ce que $E$ admet le petit élément ($\min(E)$) ?

Barème

**Exercice : 2** 7pt

On considère les suites $(u_n)$ et $(v_n)$ définies sur $\mathbb{N}$ comme suit

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + v_n}{5}, \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{4v_n + u_n}{5}. \end{cases}$$

(I) Soit la suite $(w_n)$ définie par $w_n = v_n - u_n$.

**1 + 0.5** (1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : w_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$. Puis calculer $\lim_{n\to+\infty} w_n$.

**0.5** (2) En on déduit que $\forall n \in \mathbb{N} : v_n \geq u_n$.

**1 + 1** (3) (a) Montrer que $(v_n)$ est strictement décroissante et que $(u_n)$ est strictement croissante.

**1** (b) Déduire que $(u_n)$ et $(v_n)$ admettent la même limite $l$.

(II) On considère la suite $(z_n)$ définie par $z_n = v_n + u_n$.

**1 + 1** (1) Montrer que $(z_n)$ est constante, puis calculer la valeur de $l$.

Barème

**Exercice : 3** 7pt

On définit la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$ par $\quad f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{e^x + 1} & : \; x < 0 \\ 1 - e^x & : \; x \geq 0. \end{cases}$

**2** (1) Étudier la continuité de $f$ au point $0$.

**2** (2) Étudier la dérivabilité de $f$ au point $0$.

(On peut utiliser la règle de l'Hôpital en cas de besoin)

**2 + 1** (3) Soit $k < 0$. Montrer que l'equation $f(x) = k$, admet une solution unique dans $[0, +\infty[$. Puis la calculer.

Fin **Bon chance** **Le texte arabe en au derrière**