جامعة المسيلة		كلية الرياضيات والاعلام الآلي
أولى جذع مشترك	الإمتحان الإستدراكي	الموسم الدراسي : 2021/2022
مقياس تحليل1	السداسي الأول	المدة : $1h30m$

التنقيط

التمرين الأول : (6 ن)

لتكن E مجموعة معرفة كمايلي $E = \left\{ \frac{8}{n^2+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$.

1.5 (1) برهن أن E محدودة.

2 (2) حدد $\sup(E)$. هل E تملك أكبر عنصر (أي $\max(E)$؟)

$1 + 1,5$ (3) بإستعمال الخاصية المميزة للحد الأدنى، برهن أن $\inf(E) = 0$. هل E تملك أصغر عنصر.

التمرين الثاني : (7 ن)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n + v_n}{5}, \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{4v_n + u_n}{5}. \end{cases}$$

(I) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة كمايلي $w_n = v_n - u_n$.

$0.5 + 1$ (1) برهن أنه $\forall n \in \mathbb{N} : w_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$. ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} w_n$.

0.5 (2) إستنتج أنه $\forall n \in \mathbb{N} : v_n \geq u_n$.

$1 + 1$ (3) (ا) برهن أن (v_n) متناقصة تماما و (u_n) متزايدة تماما.

1 (ب) إستنتج أن (u_n) و (v_n) لهما نفس النهاية l.

(II) نعتبر المتتالية (z_n) المعرفة كالآتي $z_n = v_n + u_n$.

$1 + 1$ (1) برهن أن (z_n) ثابتة، ثم أحسب قيمة l.

التمرين الثالث : (7 ن)

نعرف الدالة f على $\mathbb{R}$ كالتالي $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1} & : \quad x < 0 \\ 1 - e^x & : \quad x \geq 0. \end{cases}$

2 (1) أدرس إستمرارية الدالة f عند النقطة 0.

2 (2) أدرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند النقطة 0.

(يمكن إستعمال قاعدة لوبيتال عند الضرورة)

$1 + 2$ (3) ليكن $k < 0$ برهن أن المعادلة $f(x) = k$، تملك حلا وحيدا في المجال $]-\infty, 0[$. ثم أحسبه.

إنتهى

بالتوفيق

النص الفرنسي بالخلف