2. Calcul des contraintes due aux surcharges : $\Delta\sigma_z$

Si le sol est soumis à sa surface à un chargement uniforme d'intensité q sur une grande étendue, la contrainte $\boldsymbol{\Delta\sigma_z}$ due à q, à la profondeur z, est constante et égale à **q**.

Dans le cas contraire, la contrainte $\boldsymbol{\Delta\sigma_z}$ est calculée par la méthode de l'élasticité. Le sol est considéré comme un milieu semi-indéfini, limité par un plan horizontal, élastique et non pesant. Cette situation est étudiée dans ce qui suit.

2.1. Introduction

Les constructions et travaux de génie civil et de géotechnique entraînent des modifications de l'état de contrainte du sol en place. Dans le cas de l'application d'une surcharge, le sol va subir des déformations :

- petites déformations, le sol sera supposé élastique : calcul de tassement ;
- grandes déformations, le matériau entrera en plasticité : calcul à la rupture.

Dans ce qui suit, on ne s'intéressera qu'aux petites déformations du sol, dans le but de calculer des tassements. On suppose donc que le matériau élastique linéaire est caractérisé par E et ν.

Le développement de la théorie de l'élasticité au cours du 19ème siècle a fourni aux praticiens un outil de calcul de la distribution des variations des contraintes dans les massifs de sols sous l'effet de charges appliquées à leur surface. Les solutions élémentaires issues des travaux de Boussinesq pour des charges ponctuelles, linéiques et annulaires ont été intégrées par différents auteurs pour obtenir les incréments de contraintes sous les distributions de charges des principaux types d'ouvrages du génie civil (fondations superficielles et remblais).

Les équations obtenues ont une particularité intéressante, qui est que les variations des contraintes verticales ne dépendent pas des paramètres d'élasticité du matériau (Module d'Young E et coefficient de Poisson ν) et que les autres composantes dépendent seulement du coefficient de Poisson. Ces incréments de contraintes verticales sont utilisés pour calculer les tassements dans la méthode œdométrique.

2.2. Cas d'une surcharge concentrée

Boussinesq a développé une théorie permettant de déterminer le tenseur des contraintes en un point situé à la profondeur z dans un milieu semi-infini, élastique, non pesant, chargé par une force ponctuelle verticale Q (Figure 12).

La composante verticale de la contrainte s'exerçant sur une facette horizontale a pour expression :

$$\Delta\sigma v(z) = \frac{3Q}{2\pi z^2} cos^5\theta = \frac{3Qz^3}{2\pi R^5} = \frac{3Q}{2\pi z^2}\left[\frac{1}{1+\left(\frac{r}{z}\right)^2}\right]^{\frac{5}{2}}$$

$\Delta\sigma_v(z)$ est indépendante de E et ν.

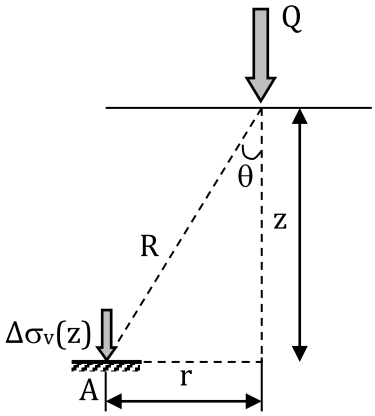

Figure 12. Application d'une charge ponctuelle

Il y a une diffusion de la contrainte dans le massif de sol, c'est à dire que plus la profondeur augmente, plus l'intensité de la contrainte diminue et plus la zone influencée augmente.

Pour mieux saisir la répartition dans le sol des contraintes dues à une charge concentrée Q, on peut considérer :

- Les courbes d'égale contrainte verticale ($\Delta\sigma_z = c^{ste}$), on obtient une famille de courbes constituant le « bulbe des contraintes » (Figure 13).
- La distribution des contraintes verticales $\Delta\sigma_z$ suivant des plans horizontaux ($z = c^{ste}$). (Figure 14).

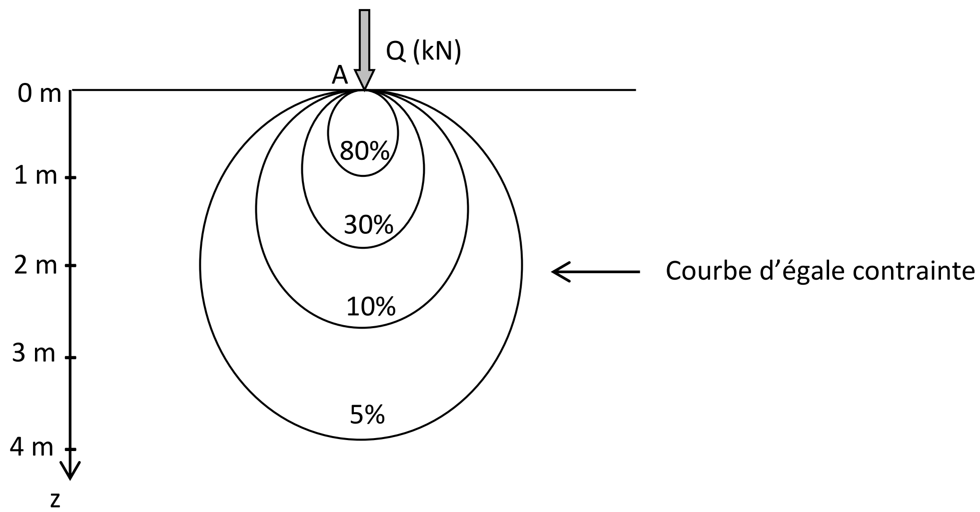

Figure 13. Bulbes de contrainte

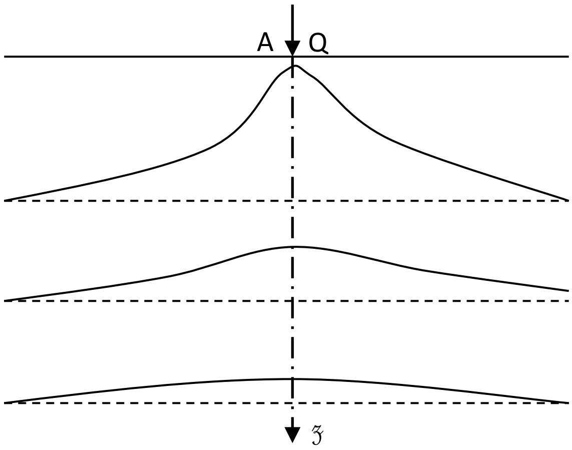

Figure 14. Plans horizontaux

2.3. Cas d'une charge répartie : q

2.3.1. Principe de calcul

Considérons une surcharge répartie d'intensité q s'exerçant sur une aire (S) à la surface du milieu élastique non pesant (Figure 15). L'intégration de la formule de Boussinesq permet de déterminer la contrainte verticale $\Delta\sigma_z$ pour différentes distributions de charges.

La force élémentaire dQ = q.dS provoque à la profondeur z et à la distance r, une contrainte $d(\Delta\sigma_z)$:

$$d(\Delta\sigma_v(z)) = \frac{3qdS}{2\pi}\frac{1}{z^2}cos^5\theta$$

$$\Delta\sigma_v(z) = \int d(\Delta\sigma_v(z)) \quad \text{d'où :} \qquad \Delta\sigma_v(z) = \frac{3}{2\pi z^2}\iint_{(S)} q cos^5\theta dS$$

Cette intégration a été faite pour tous les types usuels de chargement (fondations ou remblais) et se présente soit sous forme de formules dans les cas simples, soit sous forme d'abaques.

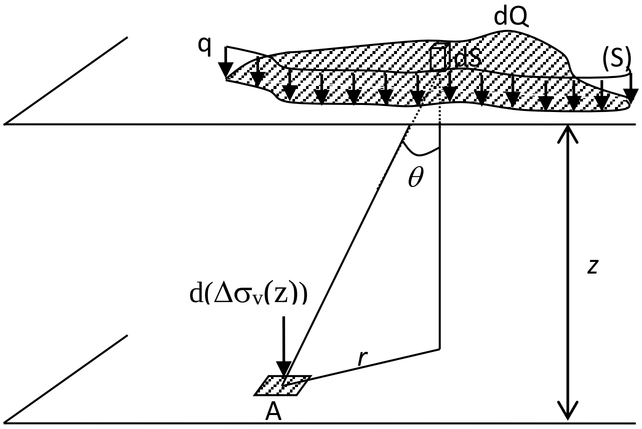

Figure 15. Cas d'une charge répartie

D'une façon générale, la contrainte $\Delta\sigma_v(z)$, s'exerçant sur une facette horizontale, résultant de l'action d'une charge verticale uniformément répartie d'intensité q est donnée par la relation :

$$\boxed{\sigma_v(z) = I.q}$$

I est un nombre sans dimension, inférieur à 1, appelé coefficient d'influence. Il est fonction de :

- La profondeur z,
- La forme et de la dimension de l'aire chargée,
- L'écartement du point A considéré par rapport au centre de gravité de l'aire chargée.

Dans la pratique I est en général déterminé à l'aide d'abaques établis pour des géométries données de chargement.

2.3.2. Charge uniforme circulaire

Dans l'axe d'une charge circulaire uniforme de rayon r, à la profondeur z (Figure 16), on a :

$$I = 1 - \left[\frac{1}{1+\left(\frac{r}{z}\right)^2}\right]^{3/2}$$

Cette formule est parfois présentée sous forme d'abaque.

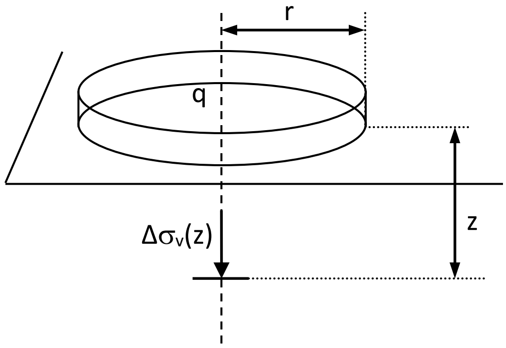

Figure 16. Cas d'une charge circulaire