

D'une façon générale, la contrainte  $\Delta\sigma_v(z)$ , s'exerçant sur une facette horizontale, résultant de l'action d'une charge verticale uniformément répartie d'intensité  $q$  est donnée par la relation :

$$\sigma_v(z) = I \cdot q$$

$I$  est un nombre sans dimension, inférieur à 1, appelé coefficient d'influence. Il est fonction de :

- La profondeur  $z$ ,
- La forme et de la dimension de l'aire chargée,
- L'écartement du point A considéré par rapport au centre de gravité de l'aire chargée.

Dans la pratique  $I$  est en général déterminé à l'aide d'abaques établis pour des géométries données de chargement.

### 2.3.2. Charge uniforme circulaire

Dans l'axe d'une charge circulaire uniforme de rayon  $r$ , à la profondeur  $z$  (Figure 16), on a :

$$I = 1 - \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{3/2}$$

Cette formule est parfois présentée sous forme d'abaque.

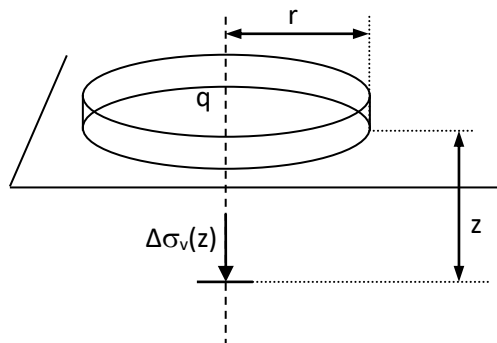


Figure 16. Cas d'une charge circulaire

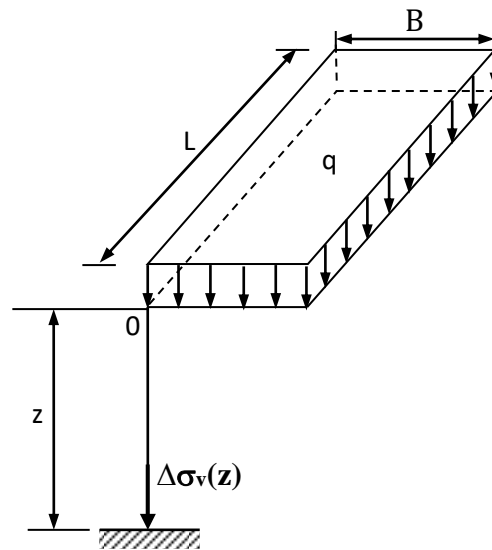
### 2.3.4. Charge uniforme rectangulaire

Ce problème a été traité notamment par Steinbrenner (1934), Newmark (1935) et Fadum (1948). Le coefficient d'influence  $I$ , défini comme le rapport de l'incrément de contrainte verticale  $\Delta\sigma_v(z)$  à la profondeur  $z$  sous le coin de la zone uniformément chargée (de dimension  $B$  et  $L$ ) à la pression  $q$  appliquée en surface est donné par la formule de Steinbrenner :

$$I = \frac{1}{2\pi} \left[ \arctan \frac{B \cdot L}{Z \sqrt{B^2 + L^2 + Z^2}} + \frac{B \cdot L \cdot Z}{\sqrt{B^2 + L^2 + Z^2}} \left( \frac{1}{B^2 + Z^2} + \frac{1}{L^2 + Z^2} \right) \right]$$

En posant  $m = B/Z$  et  $n = L/Z$ , l'expression devient :

$$I = \frac{1}{2\pi} \left[ \arctan \frac{m.n}{Z\sqrt{m^2+n^2+1}} + \frac{m.n}{\sqrt{m^2+n^2+1}} \left( \frac{1}{m^2+1} + \frac{1}{n^2+1} \right) \right]$$



**Figure 17. Cas d'une charge uniforme rectangulaire**

L'abaque de Steinbrenner (annexe 1) permet de calculer  $\Delta\sigma_v(z)$  s'exerçant sur une facette horizontale à la profondeur  $z$  sous un angle de l'aire chargée.

Pour une semelle de longueur  $L$  et de largeur  $B$ , l'abaque donne  $I$  en fonction de  $L/Z$  pour différentes valeurs de  $B/Z$ .

$L$  et  $B$  son interchangeable.

### Généralisation

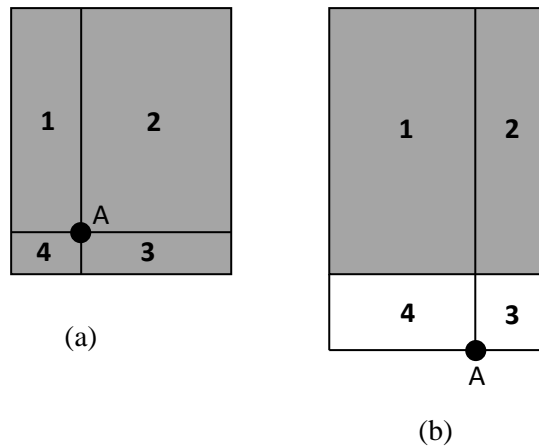
La contrainte à la verticale d'un point quelconque  $A$  s'obtient en définissant, à partir du rectangle effectivement chargé et du point considéré, quatre rectangles ayant chacun un angle à la verticale du point  $A$ . Le coefficient d'influence total, à la verticale de  $A$ , est obtenu par application du principe de superposition en faisant la somme algébrique des coefficients d'influence de chacun des rectangles.

- La verticale passant par  $A$  traverse la zone chargée (Figure 18- a)

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

- La verticale passant par  $A$  ne traverse pas la zone chargée (Figure 18- b)

$$I = I_{1+4} + I_{2+3} - I_3 - I_4$$



**Figure 18. Contrainte à la verticale d'un point quelconque**

### 2.3.5. Charge uniforme répartie sur une surface de forme quelconque

Pour déterminer la variation de la contrainte verticale en un point M d'un massif élastique soumis à une pression uniforme  $q$  de géométrie quelconque, on peut utiliser la méthode de Newmark.

Cette méthode s'appuie sur le calcul de l'influence d'une charge annulaire uniforme à la profondeur  $z$  sur l'axe de la charge.

Pour utiliser l'abaque de Newmark (annexe 2) pour un point quelconque du massif, il faut placer le point où l'on veut déterminer la contrainte verticale au centre de l'abaque.

La fondation est dessinée à une échelle  $\alpha$  telle que la profondeur  $z$  du point considéré soit représentée par  $ab$ . Chaque quadrilatère curviligne correspond à une contrainte de  $\frac{1}{200}q$ .

Il suffit de compter le nombre  $n$  de quadrilatères recouverts par la fondation pour obtenir la contrainte cherchée  $\Delta\sigma_v(z) = I \cdot q = \frac{1}{200} \cdot n \cdot q = 0,005 \cdot n \cdot q$

Nota : Il existe aussi des abaques pour lesquels chaque quadrilatère correspond à une

$$\text{contrainte de } \frac{1}{1000}q \Rightarrow \Delta\sigma_v(z) = \frac{1}{1000}n \cdot q = 0,001n \cdot q$$

### 2.3.6. Charge trapézoïdale de longueur infinie

L'abaque d'Östergerg (annexe 3) permet de calculer  $\Delta\sigma_v(z)$  s'exerçant sur une facette horizontale à la profondeur  $z$  sous le bord de l'aire chargée, en fonction des paramètres  $a/z$  et  $b/z$  (Figure 19). Sachant que le coefficient d'influence est donné par la formule ci-dessous due à Gray (1936).

$$I = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{a+b}{a} \arctan \frac{a+b}{z} - \frac{b}{a} \arctan \frac{b}{z} \right]$$

Comme précédemment, on peut établir des abaques de calcul de  $I$  en fonction de  $m=a/z$  et  $n=b/z$ , comme l'a fait Östergerg (1957).

$$I = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{m+n}{m} \arctan(m+n) - \frac{n}{m} \arctan n \right]$$

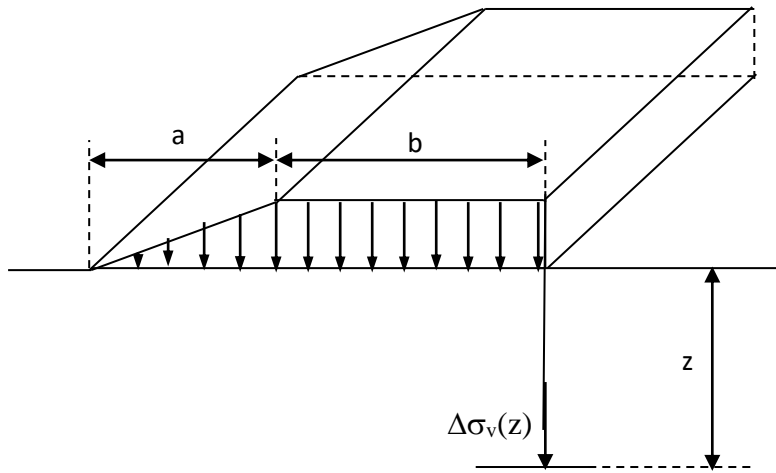


Figure 19. Cas d'une charge trapézoïdale de longueur infinie

### 2.3.7. Cas d'une charge uniforme de longueur infinie (semelle filante).

On a :  $I = \frac{1}{\pi} \left[ (\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right]$   $\theta$  en radians

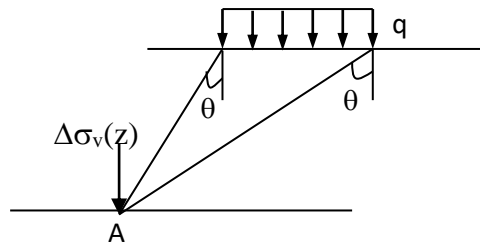


Figure 20. Cas d'une charge uniforme de longueur infinie

### 2.3.8. Diffusion simplifiée des contraintes

Lorsqu'on ne cherche qu'une valeur approximative des contraintes et des tassements, on peut se contenter de la diffusion simplifiée suivante.

On suppose qu'il y a diffusion uniforme des contraintes avec la profondeur, limitée par des droites faisant l'angle  $\alpha$  avec la verticale.

$$\Delta\sigma_v(z) = q \frac{a}{a+2z\tan\alpha} = q \frac{1}{1+2\frac{z}{a}\tan\alpha}$$

La valeur de  $\alpha$  est généralement prise égale à  $30^\circ$  ( $\tan\alpha = 1/2$ )

$$\text{Alors } \Delta\sigma_v(z) = q \frac{1}{1+2\frac{z}{a}\frac{1}{2}} = q \frac{a}{a+z}$$

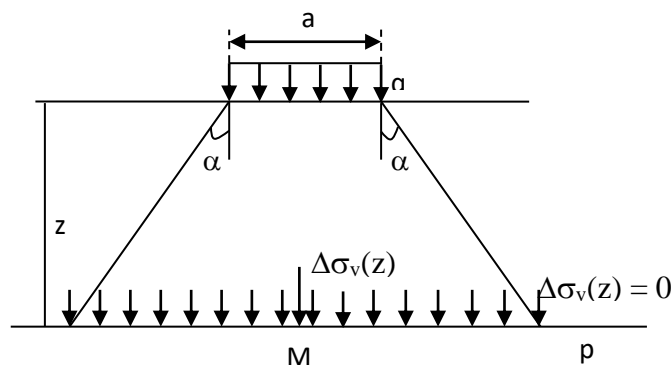


Figure 21. Diffusion simplifiée des contraintes

### 3. Tassement – compressibilité - consolidation

#### 3.1. La déformation des sols

Sous l'action des charges appliquées, il se développe dans les sols des contraintes qui entraînent des déformations. Les déplacements verticaux vers le bas sont appelés **tassements**. Dans la plupart des cas la surface du sol est horizontale et les charges appliquées sont verticales ; les tassements sont donc les déplacements prépondérants.

Si les tassements uniformes peuvent être gênants lorsqu'ils sont trop importants, les tassements différentiels sont redoutables car ils peuvent créer des désordres graves : basculement, voire renversement des constructions, augmentation importante des efforts dans les structures hyperstatiques.

Le tassement est dû à la **compressibilité** du sol c'est à dire au fait qu'il peut diminuer de volume.

La compressibilité du sol résulte de :

- La compression de l'air qui remplit les vides. L'eau est supposée incompressible. L'air, très compressible, provoquera un tassement quasiment **instantané**.
- L'évacuation de l'eau contenue dans les vides. C'est la **consolidation primaire**, elle produit le tassement le plus important : le sol subit une diminution de volume correspondant au volume d'eau expulsée (le sol est supposé saturé).
- La compression du squelette solide. C'est la **consolidation secondaire**, elle correspond au tassement des grains qui s'arrangent entre eux de façon à occuper un volume plus réduit. Il se produit un fluage dû au déplacement des couches adsorbées.

Le tassement total final d'un sol,  $s_{t\infty}$ , a donc trois composantes :  $s_{t\infty} = s_i + s_p + s_s$

Avec :

$s_i$  : tassement immédiat,

$s_p$  : tassement de consolidation primaire,

$s_s$  : tassement de consolidation secondaire

#### 3.2. Etude qualitative de la consolidation des sols fins

##### 3.2.1. Définition

La consolidation est un phénomène de réduction progressive de volume en fonction du temps d'une couche de sol saturé sous l'action d'une contrainte totale normale constante.

##### 3.2.2. Conditions initiales

Avant application de la surcharge, le sol est en général en état d'équilibre. Les contraintes totales  $\sigma_0$  et effectives  $\sigma'_0$  correspondent en un point M quelconque au poids des terres respectivement saturées et déjaugées. La pression interstitielle  $u_0$  est égale à la pression hydrostatique régnant dans la nappe libre au point considéré (Figure 22).

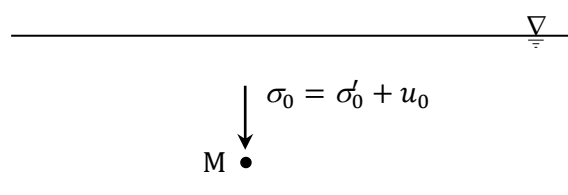


Figure 22. Etat de contrainte initiale en un point quelconque

Si on considère le supplément de contrainte induit par l'application d'une surcharge sur le sol, à un instant  $t$  quelconque, ces contraintes au point  $M$  s'écrivent :

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \sigma \quad (1)$$

$$\sigma'_0 = \sigma'_0 + \sigma' \quad (2)$$

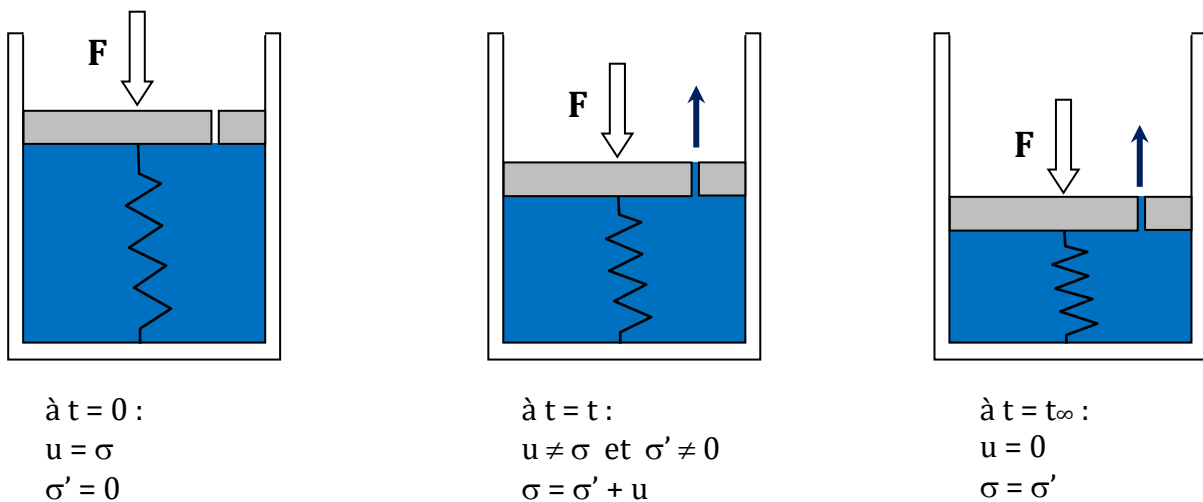
$$u_1 = u_0 + u \quad (3)$$

Afin d'alléger l'écriture, seules les augmentations de contrainte  $\sigma$ ,  $\sigma_0$  et  $u$  sont considérées dans ce qui suit. Mais dans les applications pratiques, il faudra calculer les contraintes réelles en prenant en compte l'état initial du sol.

### 3.2.3. Modèle rhéologique de la consolidation

On peut modéliser la consolidation par un cylindre à parois indéformables fermé par un piston percé d'un orifice de très petit diamètre simulant la faible perméabilité de l'argile (Figure 23).

L'argile étant saturée, le cylindre est rempli d'eau, la rigidité du squelette des particules d'argile est représentée par un ressort de très faible rigidité, l'eau étant par ailleurs pratiquement incompressible par rapport à l'argile. Le déplacement du piston vers le bas modélise le tassement du sol.



**Figure 23. Modèle rhéologique de la consolidation**

Lorsque l'on applique une surcharge sur le piston, l'intégralité de l'augmentation de contrainte est tout d'abord transférée à l'eau. L'eau en surpression va de ce fait s'écouler par l'orifice, son volume va diminuer et donc le ressort va se comprimer. A long terme, la surpression interstitielle s'est dissipée ( $u = 0$ ) et l'intégralité de l'augmentation de contrainte a été transférée au ressort.