

سلسلة تمارين رقم: 04

التمرين الأول: احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x}}{x^2 - x + 1}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

التمرين الثاني: 1- ادرس استمرار الدالة f عند النقطة $x_0 = 0$ ، حيث

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2- هل f مستمرة على المجال $[-1, 1]$: حيث $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^3 - 1}{2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

3- هل تقبل الدالة f امتداد بالاستمرار عند 0 حيث $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \in \mathbb{R}^*$

التمرين الثالث: 1- ادرس اشتقاقية الدالة f على $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2- لتكن $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

أ- بين أن $\frac{f(h) - f(0)}{h} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + 3} + \sqrt{3}}$, $h \neq 0$

ب - هل f اشتقاقية عند (0) اذا كانت نعم احسبها

3- لتكن: $f(x) = (x - 1)\sqrt{1 - x^2}$

أوجد مجموعة تعريفها ثم أدرس اشتقاقيتها عند (-1) و (1)

التمرين الرابع: هل تحقق الدالة f نظرية رول على المجال $[-1, 2]$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} -x & , x \leq 0 \\ \frac{x}{2} & , x > 0 \end{cases}$$

التمرين الخامس:

ليكن f معرف كمايلي: $f(x) = \sin(x) \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ هل يقبل تمديد بالاستمرار عند (0) ، إذا كان الجواب نعم هل التابع الممدد يقبل الاشتقاق عند (0).

التمرين السادس: ليكن التابع f المعرفة ب:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < e \\ a \log(x) + b, & x \geq e \end{cases}$$

أوجد b و a حتى يكون f قابل للاشتقاق عند $x_0 = e$

التمرين السابع:

f معرفة ب: $f(x) = x^2 + x + d$ بتطبيق نظرية التزايد المتناهية على f أوجد العدد θ الذي تنص عليه النظرية.

التمرين الثامن:

ليكن التابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + |x|}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

(1) أدرس استمرارية f على $\mathbb{R}$

(2) هل f قابل للاشتقاق عند $x_0 = 0$