2.1. Introduction

Ce chapitre ne renferme que les constructions utilisées le plus fréquemment en dessin industriel et en traçage ; en plus des solutions géométriques, on y trouvera les tracés pratiques comportant l'emploi des équerres.

Conseils. La première qualité d'un tracé est la précision.

- **a.** La précision est d'autant plus grande que le tracé est plus fin.
- **b.** Un point est déterminé par deux droites qui se coupent ; il est déterminé de façon précise quand l'angle des droites est voisin de 90°.
- **c.** Une droite est déterminée par deux points ; elle est déterminée de façon précise quand ces deux points sont éloignés, et déterminés eux-mêmes de façon précise.

Notation. Circonférence O (R) signifie : centre O, rayon R.

2.2. Perpendiculaires

a. Tracer la perpendiculaire au milieu d'un segment AB (**Fig. 2.1a**). Tracer les arcs A (AM) et B (AM), avec AM quelconque mais supérieur à AB/2. Joindre M et N. Si on ne peut faire le tracé que d'un seul côté de AB, déterminer un deuxième point M' en prenant AM' différent de AM (**Fig. 2.1b**)

b. Elever la perpendiculaire en un point P d'une droite D.

- **Géométriquement (Fig. 2.1c)**. Porter avec le compas deux segments égaux PA et PB de part et d'autre de P ; élever la perpendiculaire au milieu de AB.
- **Avec la règle et l'équerre (Fig. 2.1d)**. Placer un côté de l'angle droit d'une équerre sur D, une règle contre l'hypoténuse ; faire glisser l'équerre sur la règle, jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit passe par P.

c. Abaisser d'un point P la perpendiculaire sur une droite D.

- **Géométriquement (Fig. 2.1e)**. Tracer la circonférence P (PA), PA étant supérieur à PH ; élever la perpendiculaire au milieu de AB.
- **Avec la règle et l'équerre (Fig. 2.1f)**. Même solution que le problème précédent.

d. Elever la perpendiculaire à l'extrémité d'une droite qu'on ne peut prolonger (**Fig. 2.1g**). Tracer une circonférence O (OA), O étant quelconque ; tracer le diamètre BOC ; joindre CA.

2.2.1. Applications

a. Partager un segment AB en 2, 4, 8 parties égales (**Fig. 2.1h**). Partager AB en deux parties égales, puis chaque partie en 2, etc.

b. Tracer un carré de côté a (**Fig. 2.1k**). Tracer un angle droit xAy ; porter AB = AC = a avec le compas ; tracer les arcs B (a) et C (a) se coupant en D ; joindre BD et CD.

Même tracé : rectangle de côtés donnés.

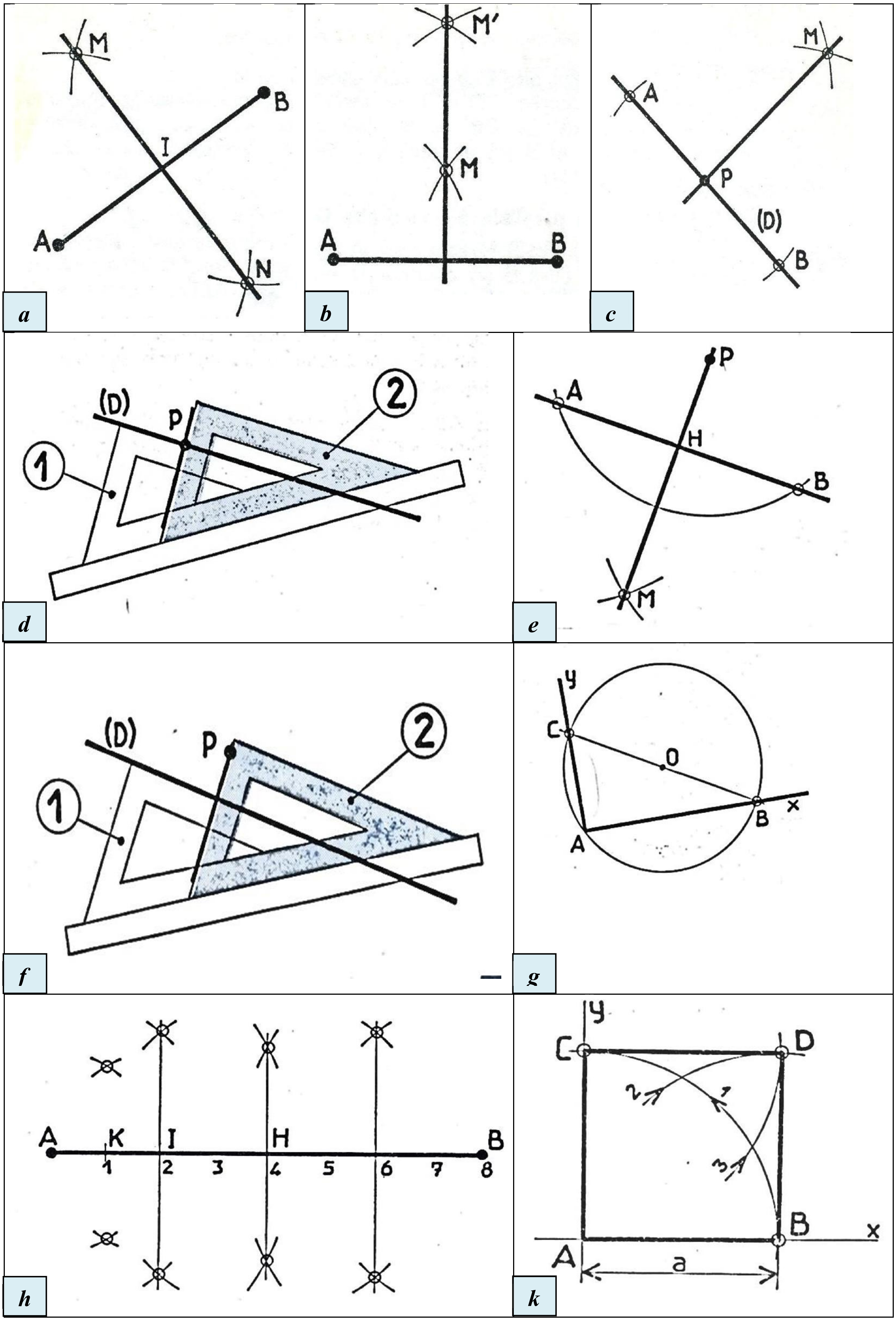
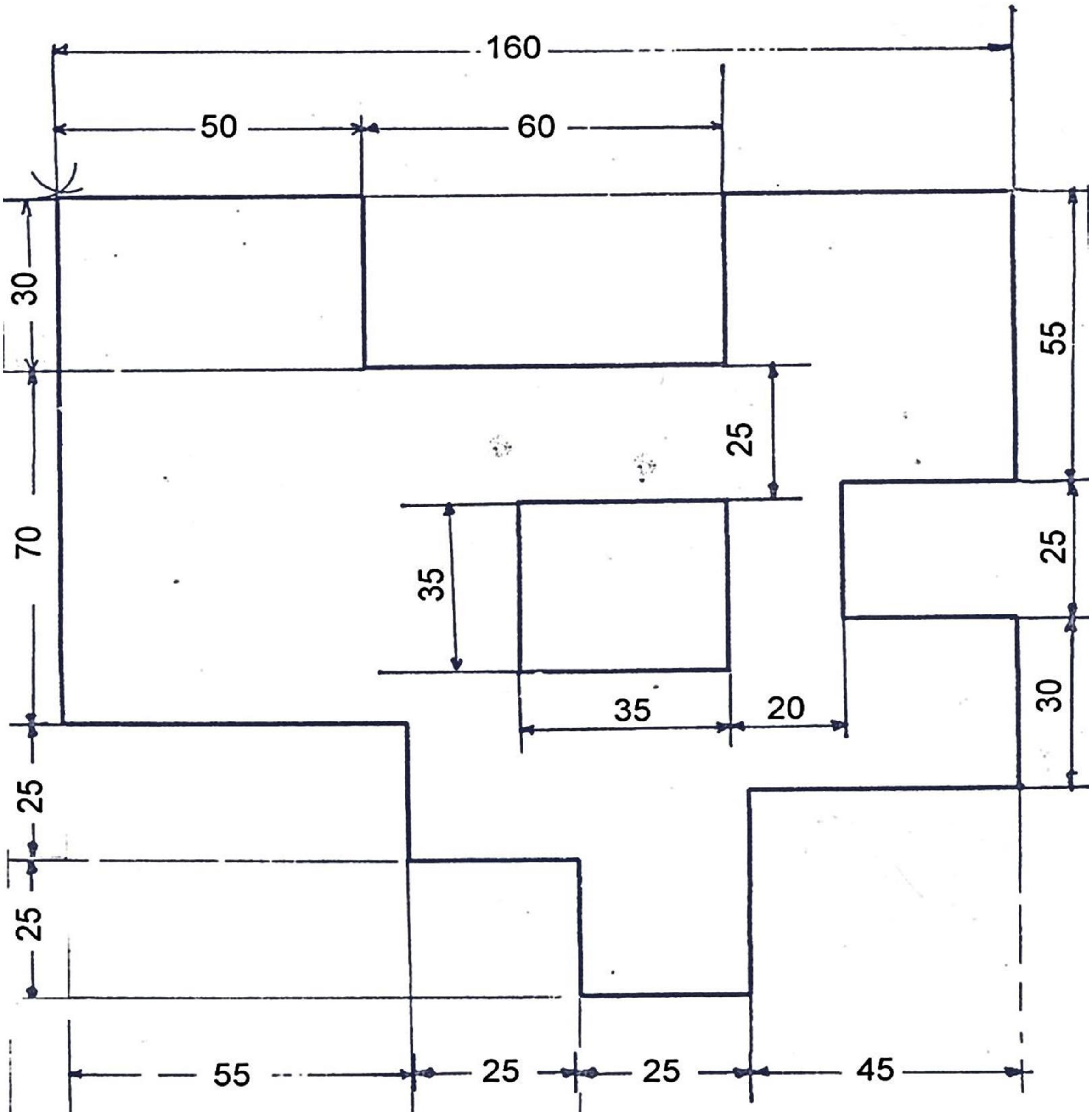


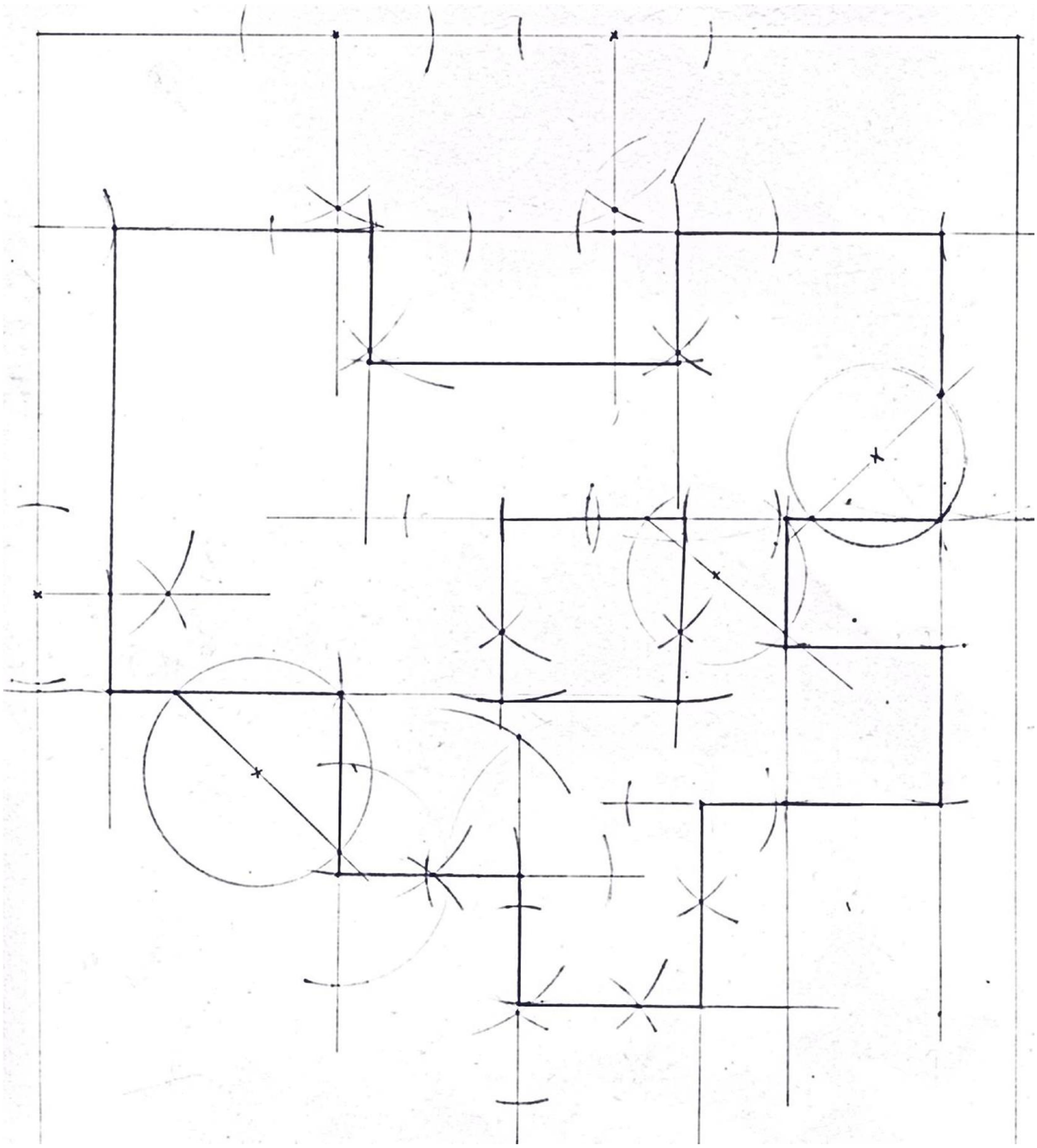
Fig. 2.1. Tracés géométriques des perpendiculaires.

2.2.2. Applications sur tracés géométriques des perpendiculaires

- **Exercice 1** : On demande de reproduire, à l'échelle 1 sur format A_4 sens vertical, le dessin de cette pièce à l'aide du compas et la règle. Laisser subsister, en trait fin, les diverses constructions des perpendiculaires.



Solution exercice 1 :



2.3. Parallèles

a. Tracer la parallèle à une droite D à une distance donnée d.

Élever les perpendiculaires à D en 2 points A et B aussi éloignés que possible (**Fig. 2.2a**); porter AA' = BB' = d ; joindre A'B'. On peut plus simplement tracer les arcs A (d) et B (d) et tracer la tangente commune à ces deux arcs avec la règle (**Fig. 2.2b**).

b. Par un point A tracer la parallèle à une droite D.

- **Géométriquement** (**Fig. 2.2c**). Tracer l'arc A (r) avec r quelconque, cet arc coupe D en B ; puis tracer l'arc B (r) coupant D en C, puis l'arc B (CA) coupant le premier arc en E ; joindre AE (AE parallèle à BC car AEBC est un parallélogramme),
- **Avec la règle et l'équerre** (**Fig. 2.2d**). Placer un côté d'une équerre sur D, une règle contre l'équerre, puis faire glisser l'équerre sur la règle jusqu'à ce que le même côté de l'équerre passe par A.

c. Application. Diviser un segment AB en un nombre quelconque de parties égales, 6 par exemple (**Fig. 2.2e**). Tracer Ax faisant un angle quelconque avec AB ; porter sur Ax, 5 divisions égales, de longueur quelconque, avec le compas ; joindre 5 à B et tracer par 1, 2, 3, 4 des parallèles à 5 B.

2.4. Angles

a. Tracer un angle donné.

- **Avec un rapporteur**. Tracé peu précis, à moins d'utiliser un rapporteur de grand diamètre.
- **Tracé approché**, fondé sur la remarque suivante : jusqu'à 30°, la longueur de la corde est à peu près proportionnelle à l'angle ; d'autre part, la corde de 1" est égale à 1/57 du rayon environ. Donc pour n degrés (n < 30°), la corde est n/57 du rayon ; si R = 57, la corde est égale à n ; d'où la construction suivante (**Fig. 2.2f**) : pour tracer un angle de 17°, par exemple, tracer un arc de rayon 57 mm ; le couper par un arc de rayon AB = 17 ; l'angle AOB vaut 17°. Pour un angle supérieur à 30°, tracer d'abord un angle de 30 ou 60° ; exemple : 42° = 30° + 12° (ou utiliser la table des cordes).

b. Tracer un angle égal à un angle donné x O y (**Fig. 2.2g**). Tracer O'x' puis les arcs O (R) et O' (R), enfin A' (AB) ; joindre O'B'.

c. Tracer la bissectrice d'un angle (**Fig. 2.2h**). Tracer l'arc 0 (R), puis les arcs A (R') et B (R') se coupant en I (R' quelconque, mais supérieur à AB/2). Joindre OI.

d. Tracé de quelques angles remarquables.

60° : tracer O (OA), puis A (OA) ; joindre OB (**Fig. 2.2k**).

30° : tracer la bissectrice d'un angle de 60° (ou 30° = 90° — 60°).

45° : tracer la bissectrice d'un angle droit.

15° : 30°/2 ou 45° — 30° ou 90° — (45° + 30°).

75° : 45° + 30°. 120° : 90° + 30°, etc.

On emploie habituellement les équerres à 60° et 45° pour tracer ces angles. Exemple : **Fig. 2.2k.**

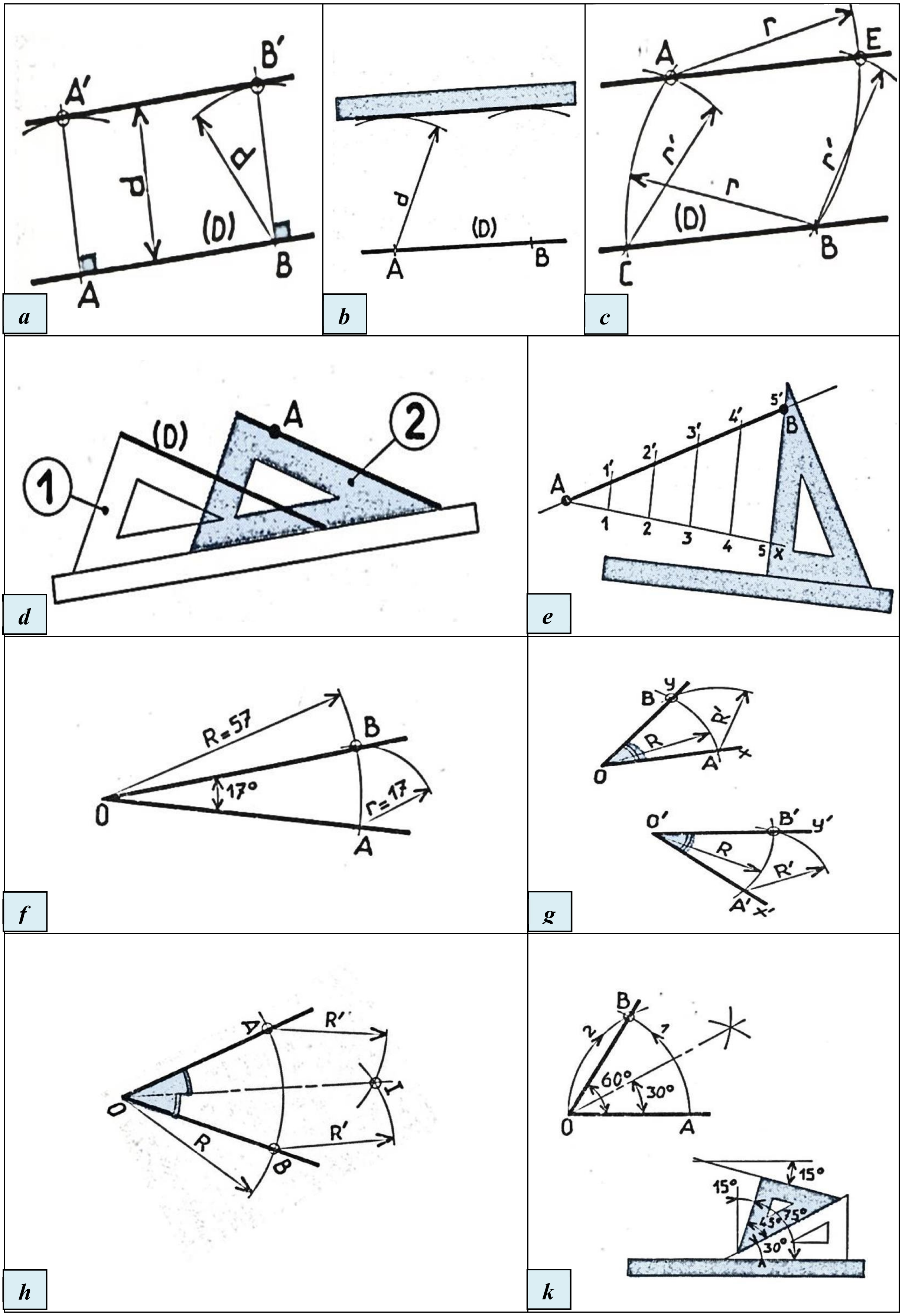
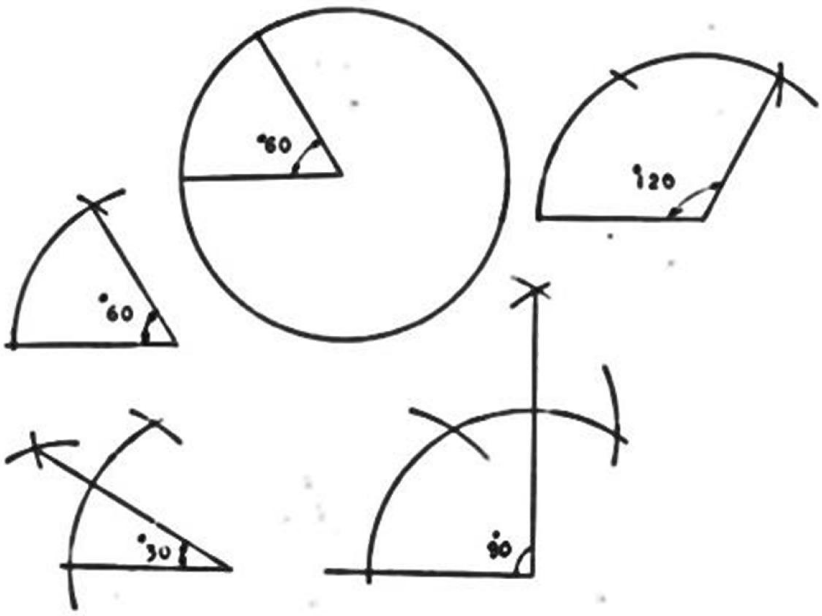


Fig. 2.2. Tracés géométriques des parallèles et angles.

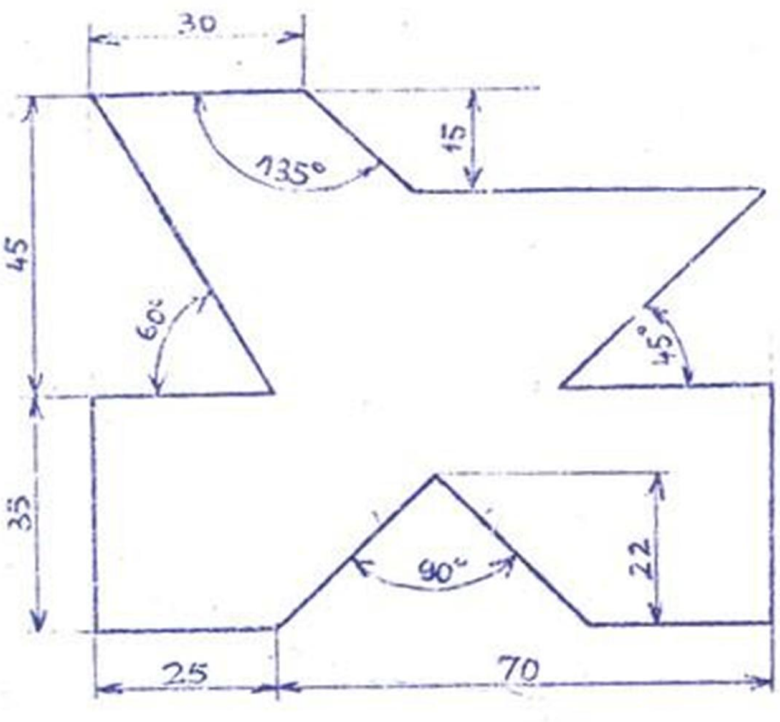
2.4.1. Applications sur tracés géométriques des angles et parallèles

- **Exercice 1** : En utilisant le compas, dessiner les angles suivants : 30°, 60°, 90°, 120°.

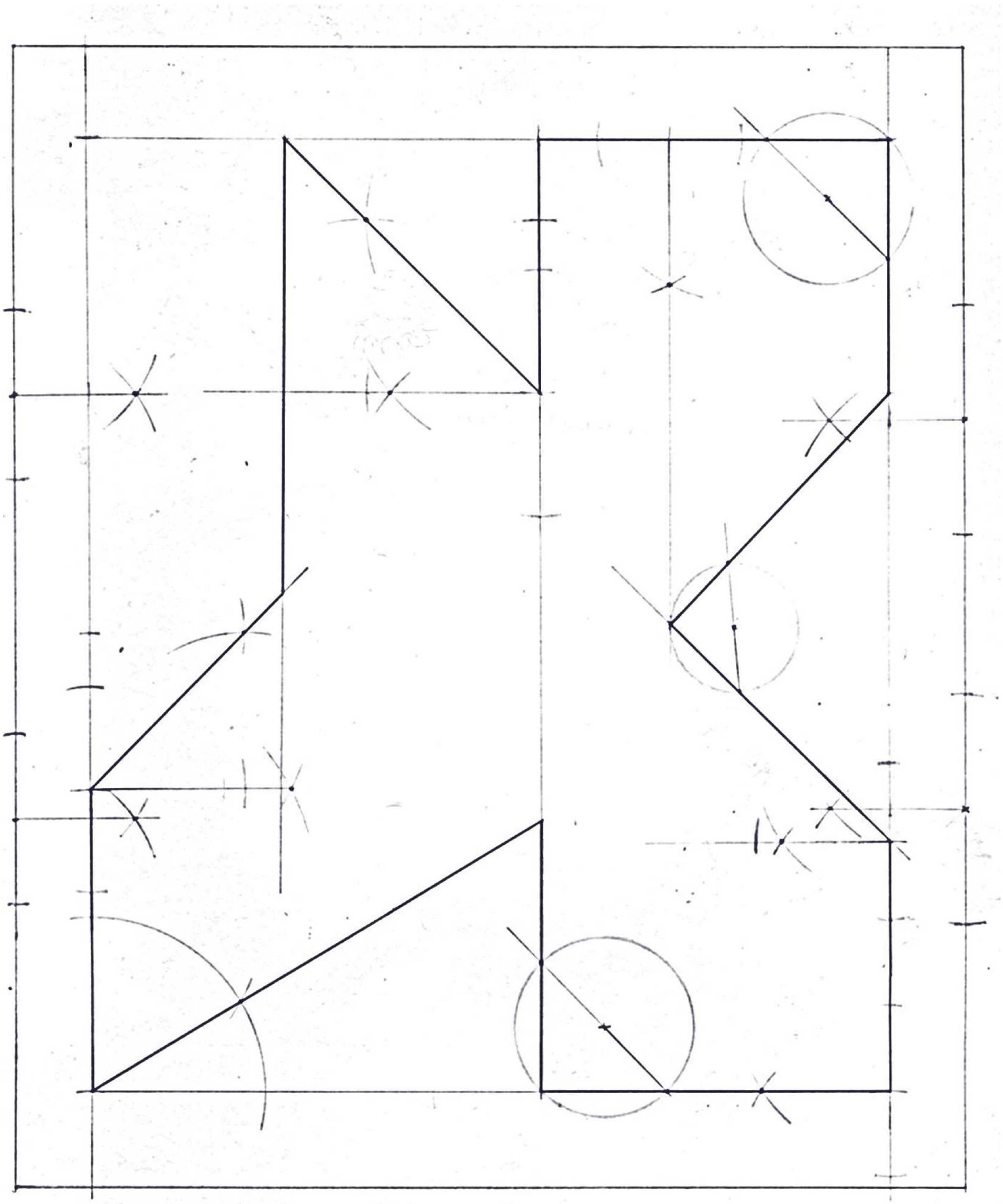
Solution :



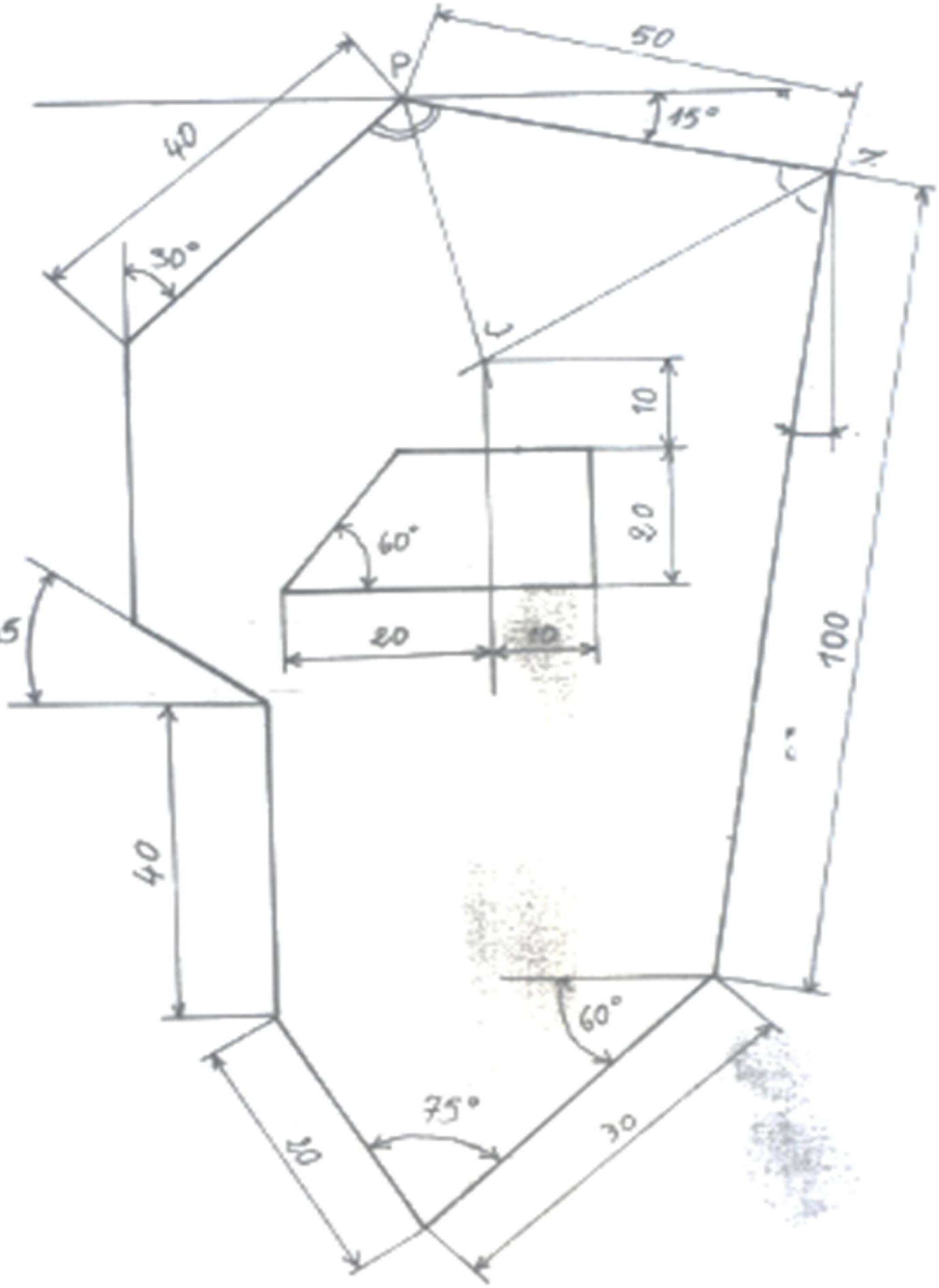
- **Exercice 2** : On demande de reproduire, à l'échelle 2 sur format A_4 sens horizontal, le dessin de cette pièce à l'aide du compas et la règle. Laisser subsister, en trait fin, les diverses constructions des angles et parallèles.



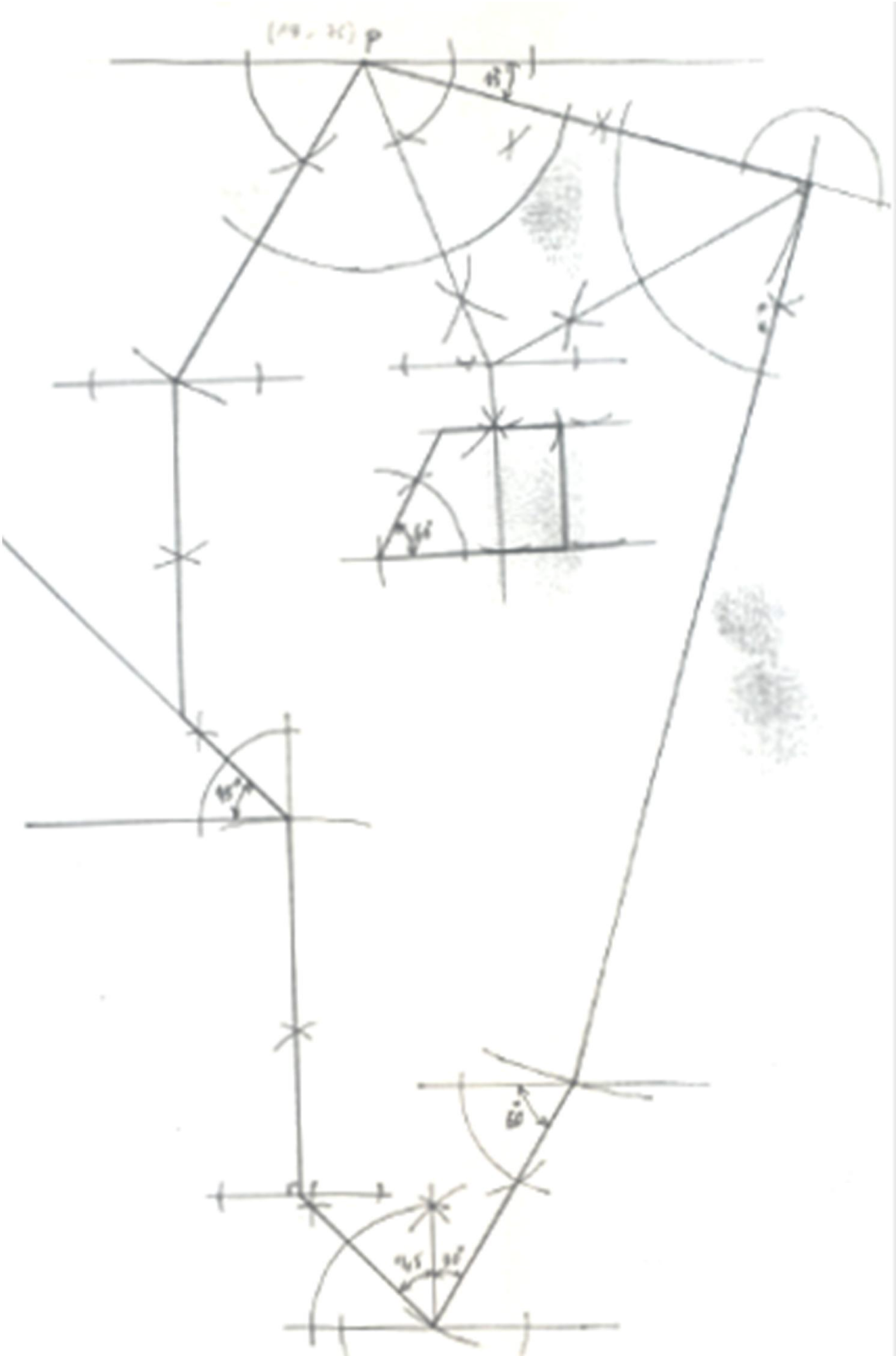
- **Solution exercice 2 :**



- **<u>Exercice 3</u>** : On demande de reproduire, à l'échelle 2 :1 sur format A_4 sens vertical, le dessin de cette pièce à l'aide du compas et la règle. Laisser subsister, en trait fin, les diverses constructions des angles et parallèles.



- **<u>Solution exercice 3 :</u>**



2.5. Circonférences

On peut tracer une circonférence quand on connaît son centre et son rayon, ce qui implique 3 données, par exemple 2 cotes pour déterminer le centre, et une cote pour le rayon (fig. 3.21). D'une façon générale, il faut 3 conditions pour déterminer une circonférence ; par exemple : passer par 3 points ; passer par 2 points et être tangente à une droite, etc. Nous étudierons quelques-uns de ces problèmes au chapitre des raccordements.

a. **Tracer une circonférence passant par 3 points** (**Fig. 2.3**). Elever les perpendiculaires au milieu de AB et de BC ; d'où le centre O.
b. **Trouver le centre d'un arc ABC**. Marquer 3 points, A, B et C sur l'arc ; on est ramené au problème précédent.

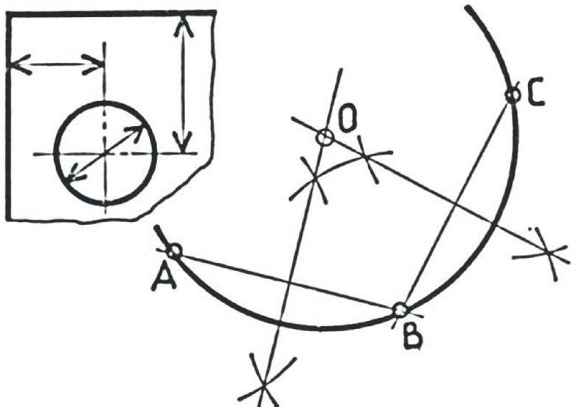


Fig. 2.3. Tracés géométriques de circonférence passant par 3 points.

2.6. Tangentes

Propriété : la tangente est perpendiculaire à l'extrémité du rayon qui aboutit au point de contact.

a. **Tracer la tangente en un point A d'une circonférence**. Elever la perpendiculaire en A au rayon OA, soit géométriquement, soit avec l'équerre (**Fig. 2.4a**).
b. **D'un point extérieur A, tracer les tangentes à une circonférence.**
   - **Avec la règle et l'équerre** (**Fig. 2.4b**). Placer l'équerre tangente à la circonférence, tracer le rayon OB ; joindre AB.
   - **Géométriquement** (**Fig. 2.4c**). Tracer la circonférence de diamètre OA, coupant la première en B et B' ; joindre AB et AB'.
c. **Tracer les tangentes communes extérieures à deux circonférences.**
   - **Géométriquement** (**Fig. 2.4d**). Tracer la circonférence O (R — r), puis les tangentes O'M et O'N à cette circonférence (problème précédent) ; joindre OM ; prolonger jusqu'en A ; tracer O'A' parallèle à OA ; joindre AA' ; faire de même pour BB'.

- **Avec la règle et l'équerre**. Même solution que le problème suivant.

d. Tracer les tangentes communes intérieures à deux circonférences.

- **Géométriquement** (**Fig. 2.4e**). Même solution que le problème précédent, mais avec une circonférence O (R + r).
- **Avec la règle et l'équerre** (**Fig. 2.4f**). Placer l'équerre tangente aux 2 circonférences, tracer les rayons OA et O'A', joindre AA1.

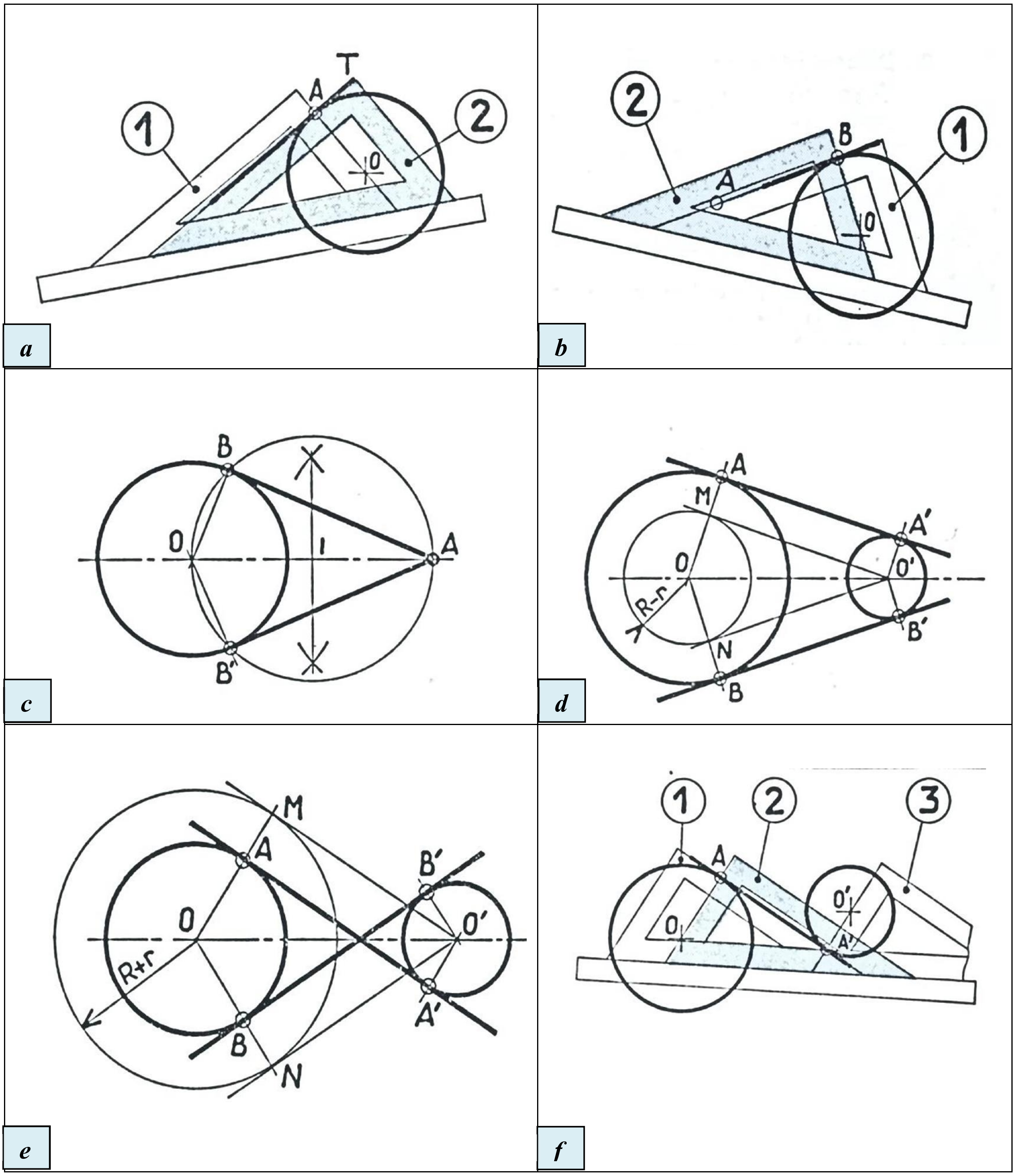


Fig. 2.4. Tracés géométriques des tangentes.

2.7. Raccordements

2.7.1. Généralités

a. **Problème général**. Réunir deux droites, ou une droite et une circonférence, ou deux circonférences par une circonférence tangente. On donne généralement le rayon de cette circonférence ; il faut déterminer son centre et les points de contact.

b. **Détermination du centre**.

- ***Circonférence tangente à une droite*** : son centre est à une distance de la droite égale au rayon.
- ***Circonférences tangentes extérieurement*** : la distance des centres est égale à la somme des rayons
- ***Circonférences tangentes intérieurement*** : la distance des centres est égale à la différence des rayons.

c. **Détermination des points de contact.**

- ***Circonférence tangente à une droit***e : le point de contact est le pied de la perpendiculaire abaissée du centre sur la droite.
- **Circonférences tangentes** : le point de contact est sur la ligne des centres.

2.7.2. Problèmes

Ils sont très nombreux, et, pour chacun d'eux, il peut y avoir différents cas et plusieurs solutions. Nous n'examinerons que quelques problèmes courants.

a. **Tracer une circonférence de rayon R passant par un point M et tangente à une droite D** (**Fig. 2.5a**).

Centre O : intersection de l'arc M (R) et de la parallèle à D à une distance R. Point de contact : pied A de la perpendiculaire OA.

b. **Tracer une circonférence de rayon R passant par un point M et tangente à une circonférence de rayon r** (**Fig. 2.5b**). Tracer les arcs M (R) et I (R + r). Point de contact : A.

c. **Tracer une circonférence de rayon R tangente à deux droites données D et D'** (**Fig. 2.5c**). Tracer les parallèles à D et D' à une distance R. Points de contact : A et B.

Cas particulier : D et D' sont perpendiculaires ; tracer les arcs S (R), A (R), B (R), d'où le centre O et les points de contact A et B (**Fig. 2.5c**).

d. **Tracer une circonférence de rayon R tangente à une droite D et à une circonférence de rayon r.**

- **Circonférences tangentes extérieurement** (**Fig. 2.5d**) : O est l'intersection de l'arc I (R + r) et de la parallèle à D menée à une distance R. Points de contact : A et B.
- **Circonférences tangentes intérieurement** (**Fig. 2.5e**) : même tracé avec arc I (R - r).

e. **Tracer une circonférence de rayon R tangente à 2 circonférences données de rayons r et r'.**

- **Circonférences tangentes extérieurement** (**Fig. 2.5f**) : tracer I (R + r) et i' (R +r'). Points de contact : A et B.

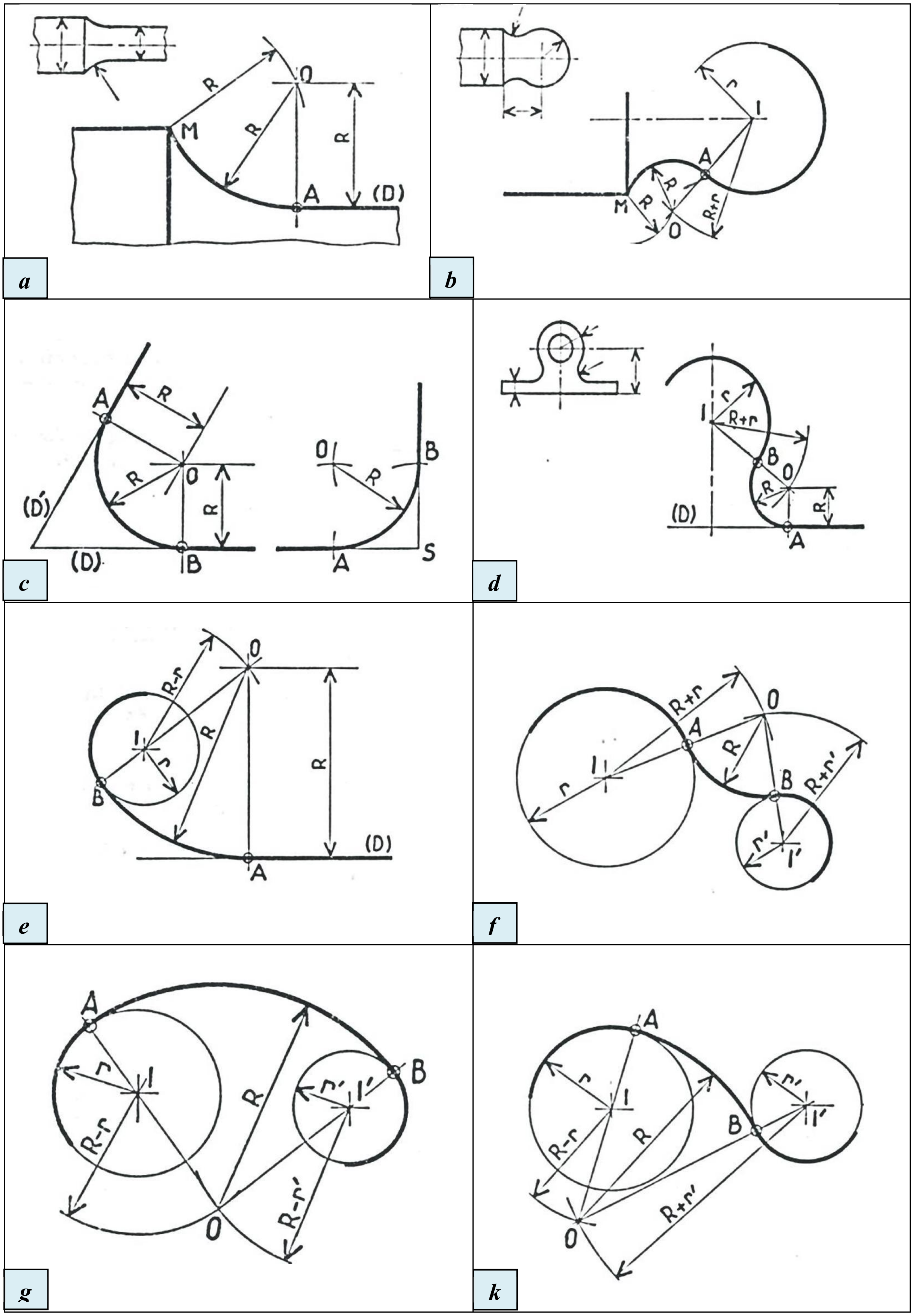
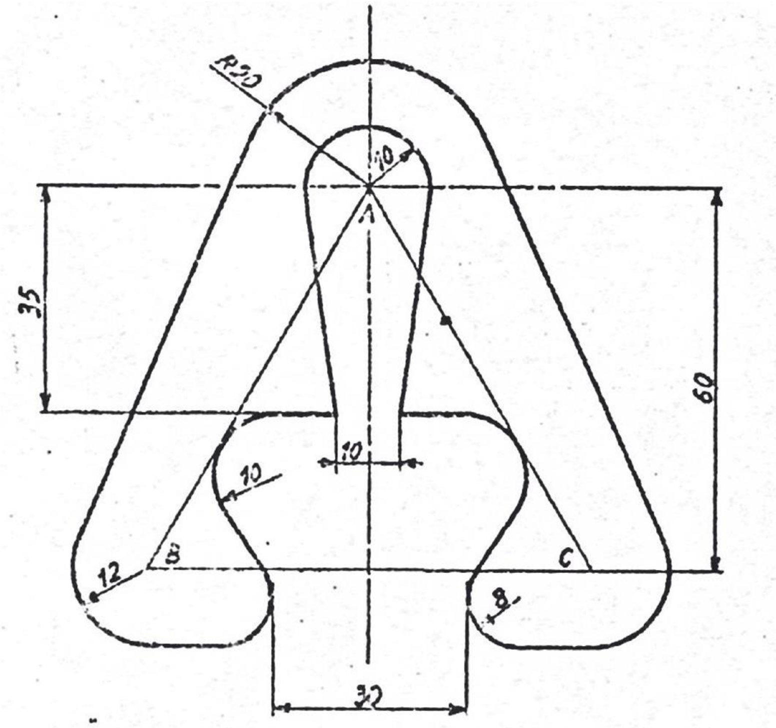


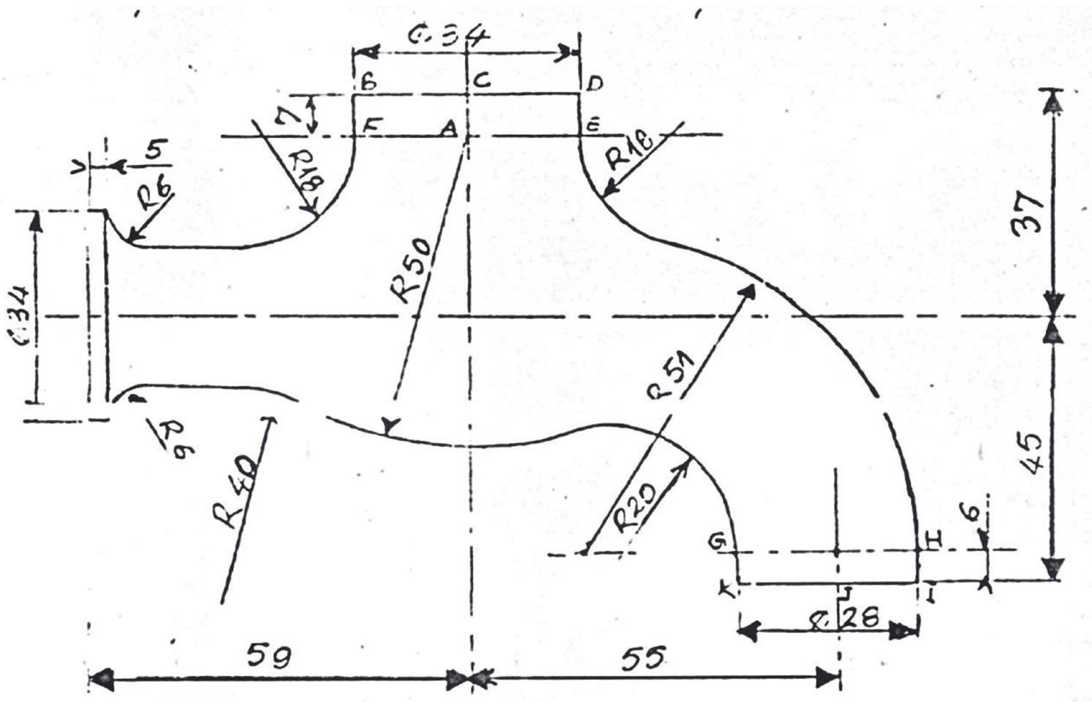
Fig. 2.5. Tracés géométriques des raccordements.

- **Les circonférences données sont tangentes intérieurement à la circonférence de raccordement** (**Fig. 2.5g**) : tracer I (R — r) et I' (R — r')
- **L'une des circonférences données est tangente intérieurement, l'autre tangente extérieurement à la circonférence de raccordement** (**Fig. 2.5k**) : tracer I (R - r) et 1' (R + r').

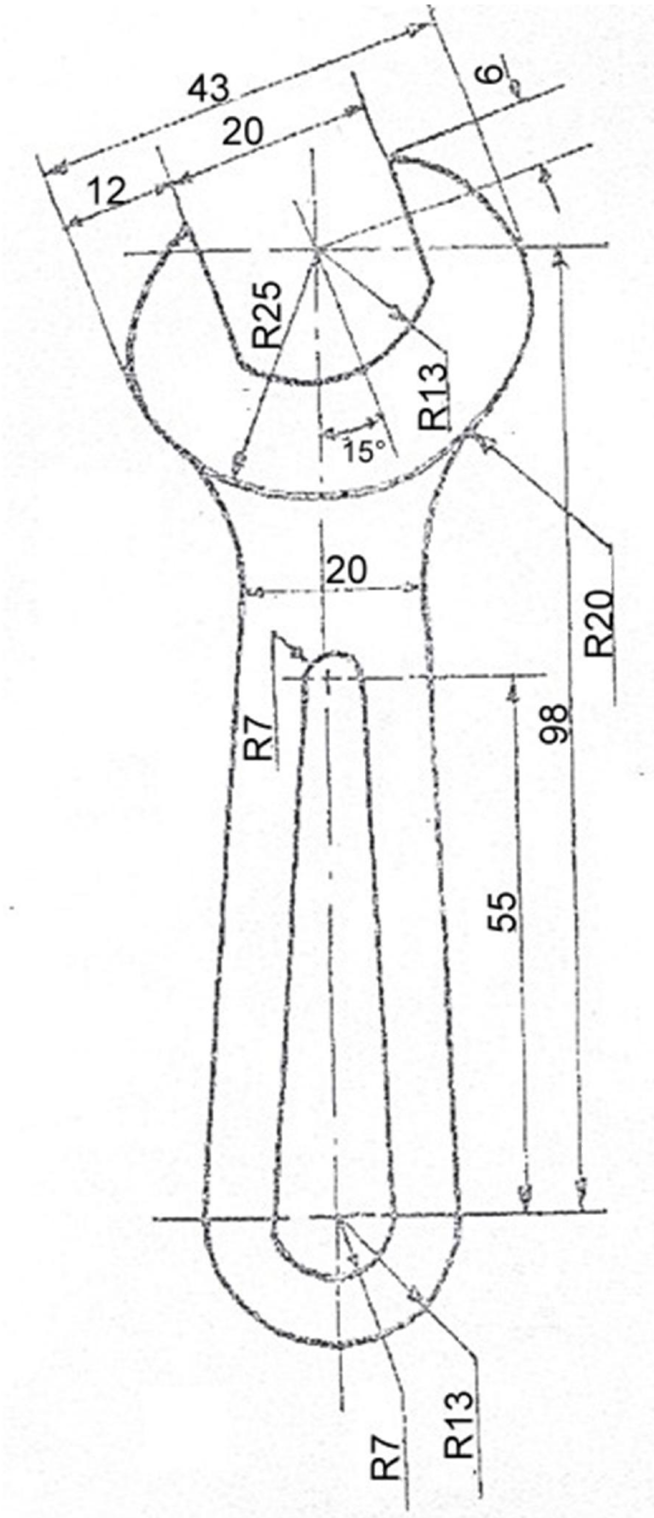
2.8. Applications sur tracés géométriques des tangentes et raccordement

- **Exercice 1** : On demande de reproduire, à l'échelle 1 sur format A_4 sens vertical, chacun des dessins suivants. Laisser subsister, en trait fin, les diverses constructions.



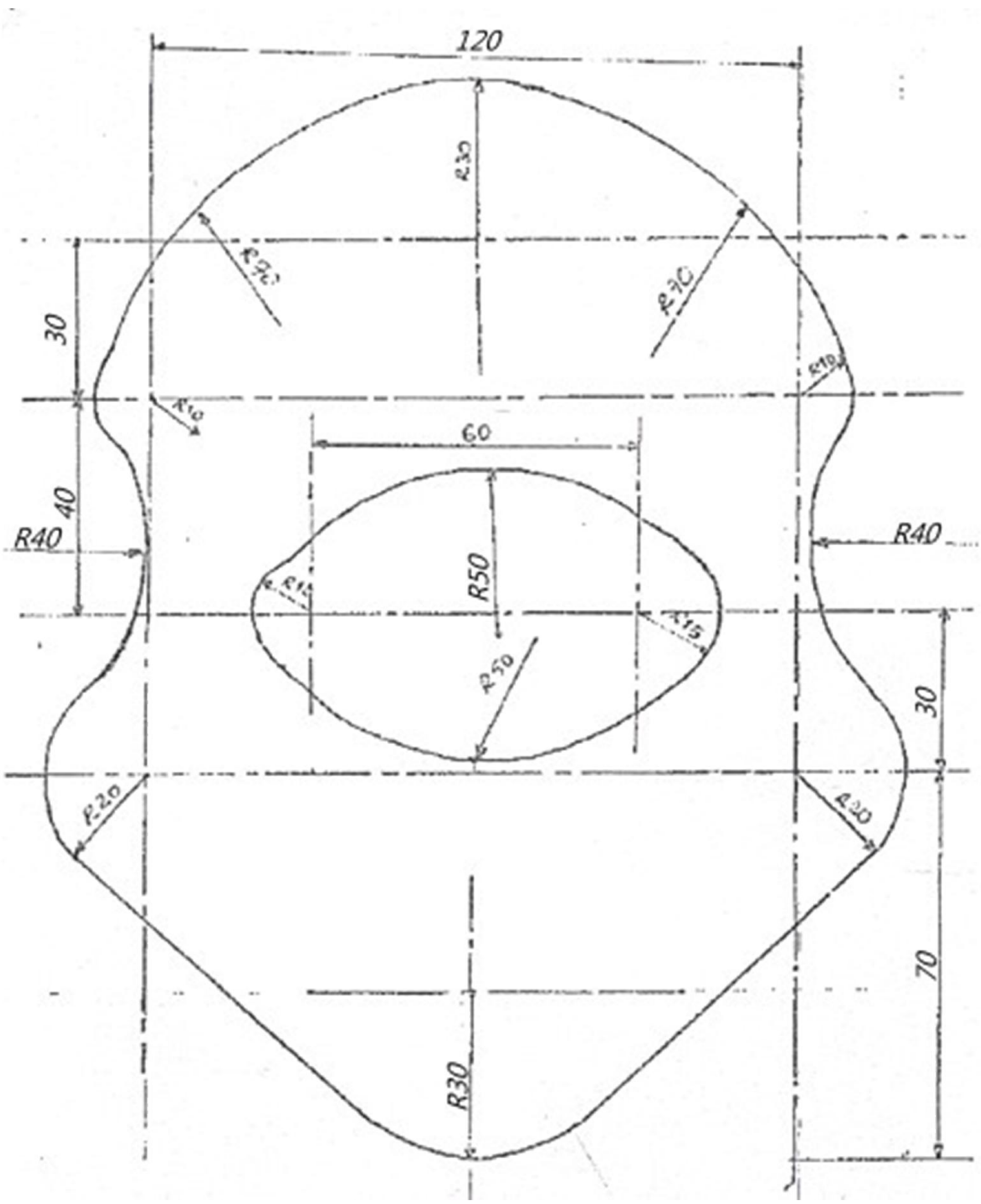


- **Exercice 2** : On demande de reproduire, à l'échelle 1 sur format A_4 sens vertical, le dessin suivant. Laisser subsister, en trait fin, les diverses constructions.



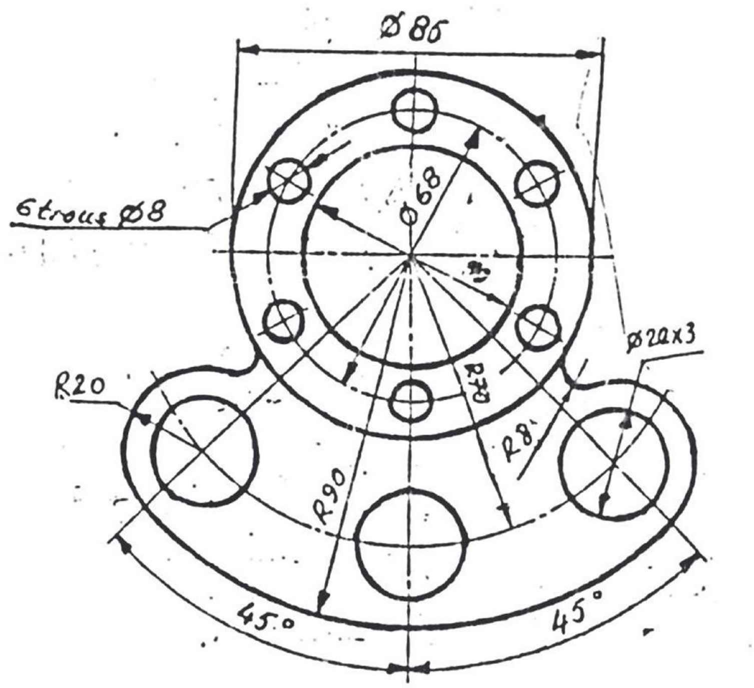
- **<u>Exercice 3</u>** : On demande de reproduire, à l'échelle 1 sur format A_4 sens vertical, le dessin suivant. Laisser subsister, en trait fin, les diverses constructions.

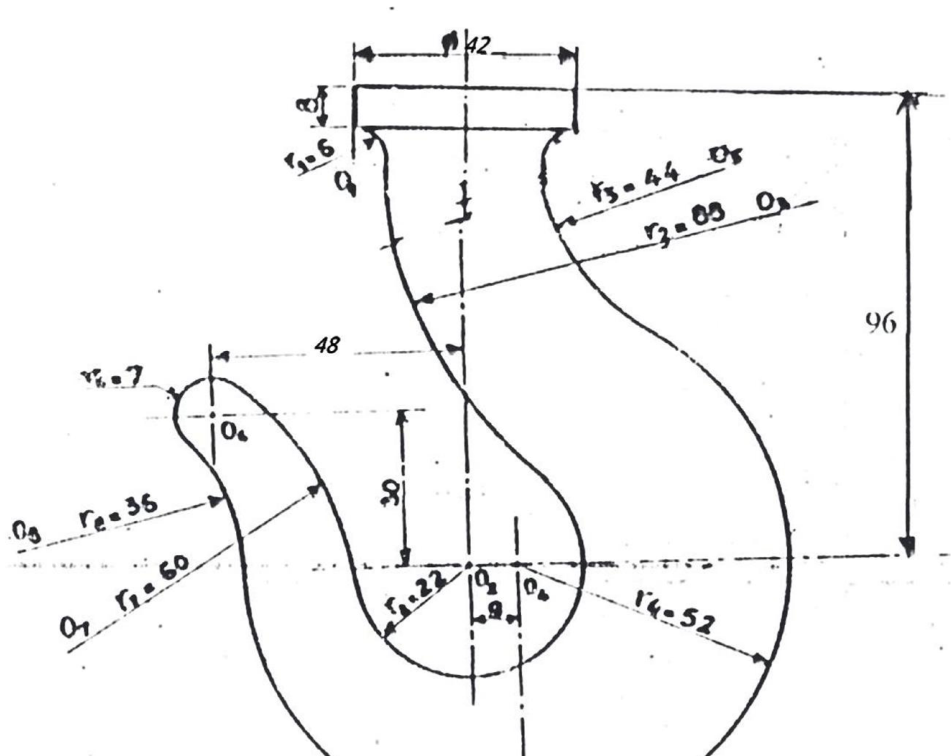
  <u>N.B</u> : Il est formellement interdit d'utiliser les traces cercles et les traces ellipses.



- **<u>Exercice 4</u>** : Exécuter les raccordements des pièces ci-dessous en déterminant les points de tangence ainsi que les centres de raccordements en vraie grandeur.

  <u>N.B</u> : Il est formellement interdit d'utiliser les traces cercles et les traces ellipses.





2.9. Courbes usuelles

2.9.1. Ovale

On donne le grand axe AB = 3R. Diviser AB en 3 parties égales AO = OO' = O'B = R ; tracer les circonférences O (R) et O' (R) se coupant en M et N ; tracer les arcs M (2R) et N (2R) limités aux points de contact C, D, E. F, avec les 2 premières (**Fig. 2.6a**).

2.9.2. Anse de panier à 3 centres

On donne l'ouverture AB et la hauteur OC. Porter OD = OA ; joindre ÇA ; porter CE = CD sur ÇA ; élever la perpendiculaire au milieu de AE, d'où les centres I_1 et I_2 et par symétrie I_3 ; les rayons sont I_1A et I_2C, les points de contact F et H. Le tracé de la demi-courbe symétrique par rapport à AB donne une courbe fermée pouvant remplacer l'ellipse. (**Fig. 2.6b**).

2.9.3. Spirale à 4 centres

Tracer un carré ABCD de côté a, puis les quarts de cercle de centres A, B, C, etc., et de rayons a, 2a, 3a, etc. ; ces arcs se raccordent entre eux aux points M, N, P, Q, etc. La spirale se déroule indéfiniment autour du carré. On peut tracer de même une spirale à 6 centres en partant de l'hexagone régulier (**Fig. 2.6c**).

2.9.4. Ellipse (Fig. 2.6d).

a. Définition

Courbe plane telle que la somme des distances de chacun de ses points à 2 points fixes F et F' est constante. F et F' sont les ***foyers***, MF et MF' ***les rayons vecteurs***.

b. Propriétés

- L'ellipse possède 2 axes de symétrie ; AA' est le grand axe, BB' le petit axe ; leur intersection O est un centre de symétrie.
- La somme des rayons vecteurs est égale à AA'.
- On a BF = BF' = AA'/2 ; cette propriété permet de trouver les foyers d'une ellipse dont on connaît les 2 axes AA' et BB'.
- La tangente en un point M est la bissectrice extérieure de l'angle FMF'.

c. Tracé

- **Tracé de la bande de papier** (**Fig. 2.6e**). On donne les deux axes AA' = 2a et BB' = 2b. Porter sur une bande de papier MN = a et MP = b. Placer la bande de papier de façon que P soit sur le grand axe et N sur le petit axe ; M est un point de l'ellipse. Déplacer la bande, marquer tous les points tels que M, les joindre d'un trait continu.

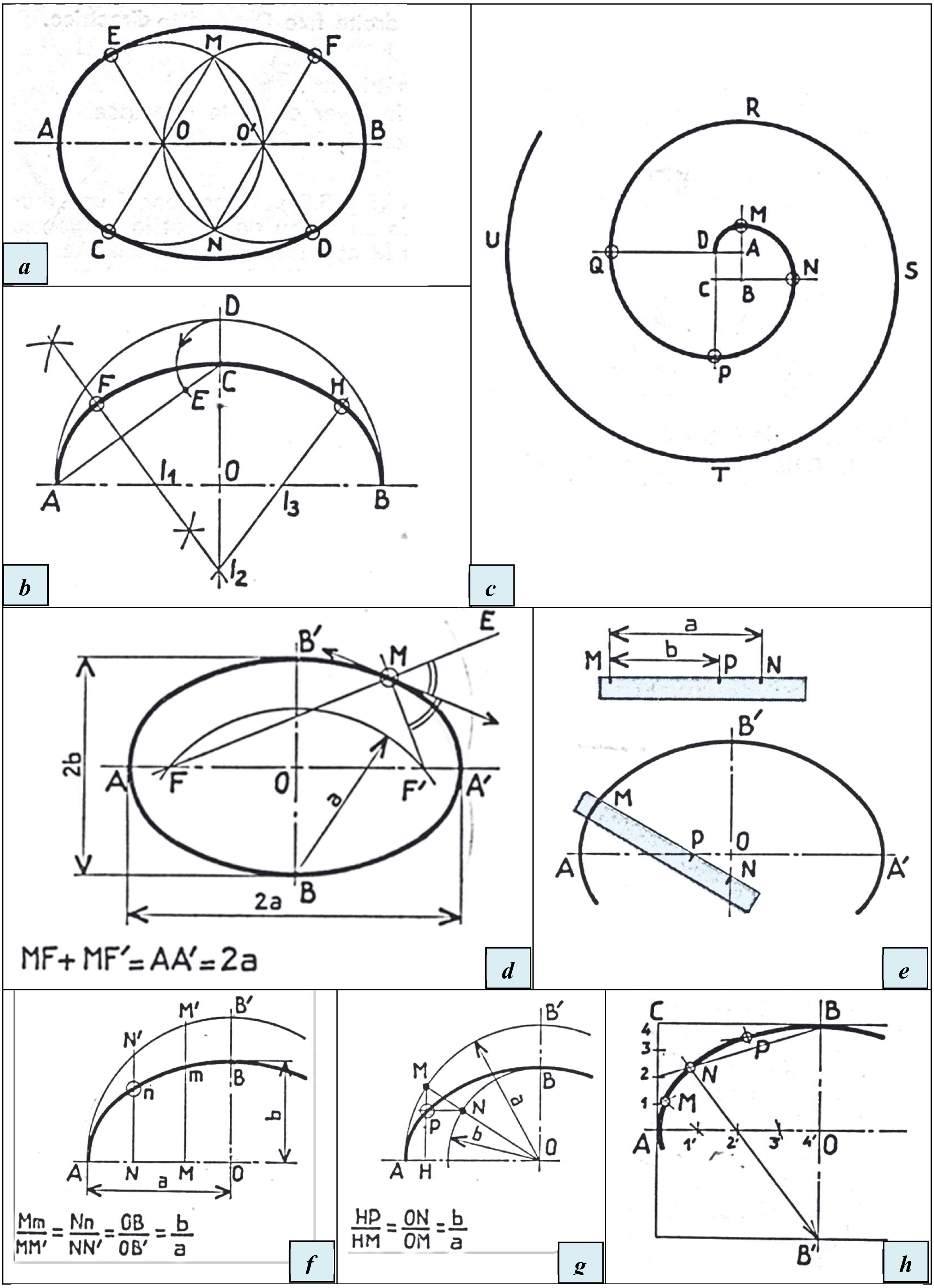


Fig. 2.6. Tracés géométriques des courbes usuelles

- **Réduction des ordonnées** (**Fig. 2.6f**). Sur une perpendiculaire en M à OA, porter Mm tel que Mm = MM' x (b/a) ; le point m appartient à l'ellipse. La figure **Fig. 2.6g** donne un tracé dérivant du même principe, et utilisant les cercles de rayons a et b ; les parallèles MP et NP aux axes se coupent en un point P de l'ellipse car HP/HM = ON/OM = b/a.
- **Autre tracé** (**Fig. 2.6h**). Diviser OA et AC en un même nombre de parties égales, 4 par exemple ; joindre $B'_{1'}$ et B_1, $B'_{2'}$ et B_2, etc.

2.10. Polygones réguliers

Un polygone régulier a ses côtés égaux et ses angles égaux. Il est inscriptible dans une circonférence et circonscriptible à une circonférence.

a. Carré inscrit dans une circonférence (**Fig. 2.7a**).

Tracer 2 diamètres perpendiculaires et joindre leurs extrémités. Côté = $R\sqrt{2}$

b. Hexagone

Hexagone inscrit (**Fig. 2.7b**). Tracer un diamètre AB ; tracer les arcs A (R) et B (R). Joindre ACDBEF. Côté = R. FC = $R\sqrt{3}$.

AM = MO = ON = NB = R/2.

Hexagone connaissant le côté c : tracer une circonférence de rayon c et faire le tracé précédent.

Hexagone connaissant la largeur sur plat a (**Fig. 2.7c**). Tracer une circonférence de diamètre a ; tracer les côtés tangents à ce cercle, avec le Té et l'équerre à 60°.

c. Triangle équilatéral inscrit dans un cercle (**Fig. 2.7d**).

Tracer un diamètre AB, puis l'arc B (R) ; joindre ACD. Côté = $R\sqrt{3}$.

Ol = IB = R/2.

d. Octogone

- Octogone inscrit dans un cercle (**Fig. 2.7e**).
- Transformer un carré en octogone régulier (**Fig. 2.7f**). Tracer les diagonales AC et BD, puis les arcs A (AO), B (BO), C (CO) et D (DO) ; joindre VM, NP, OR, ST.
- **Autre tracé** : tracer la circonférence inscrite dans le carré, puis les tangentes en E, F, G, H.

e. Pentagone inscrit

Tracer 2 diamètres perpendiculaires AB et CD. Chercher le milieu I de OD ; tracer l'arc I (IA), coupant CD en E ; AE est le côté du pentagone (**Fig. 2.7g**).

f. Décagone inscrit

Tracer 2 diamètres perpendiculaires AB et CD. Chercher le milieu I de AO ; tracer la circonférence I (IO), joindre Cl ; CM est le côté du décagone inscrit (**Fig. 2.7h**).

On peut aussi se servir du tracé précédent (**Fig. 2.7g**), car OE est le côté du décagone inscrit.

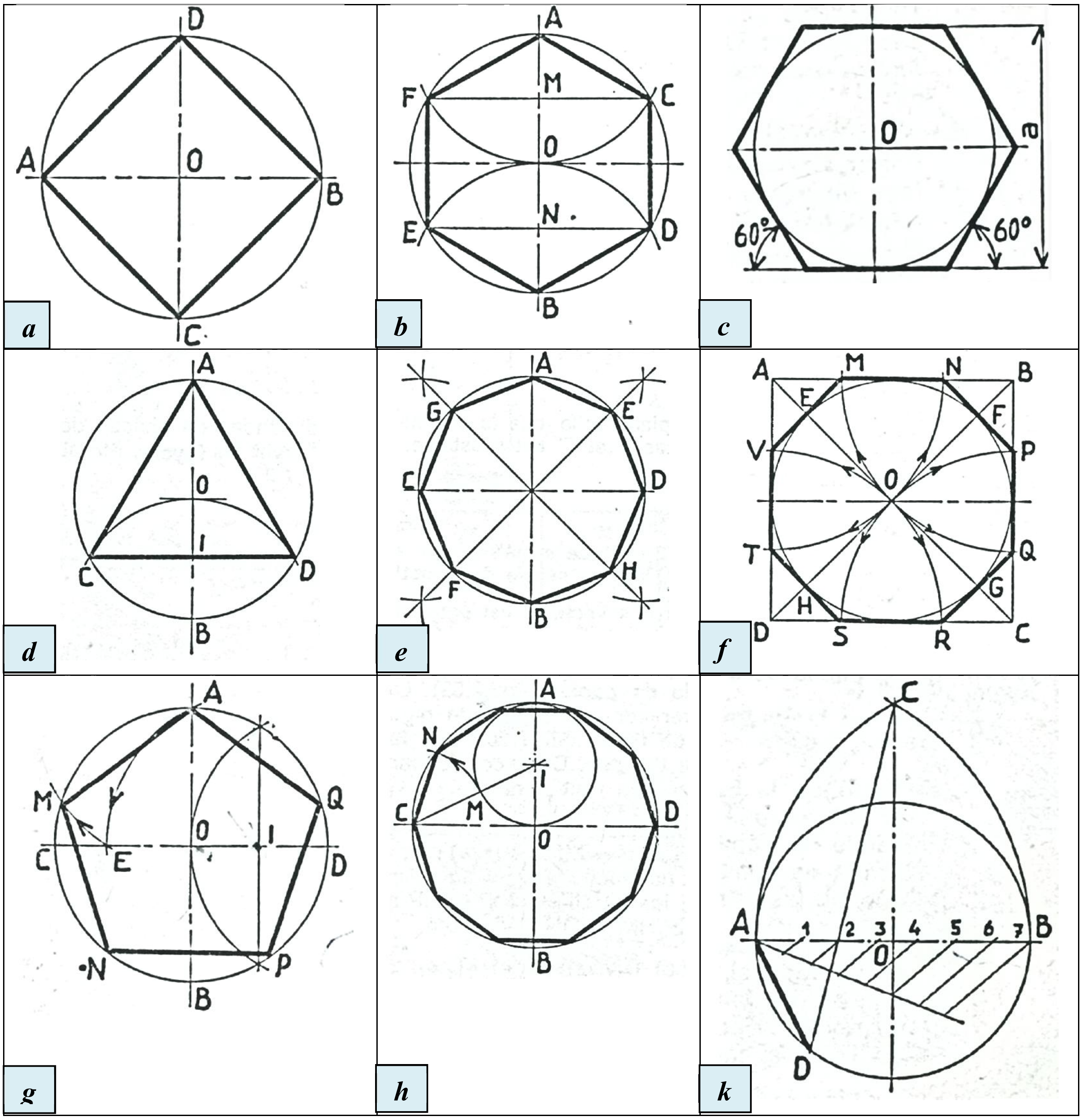


Fig. 2.7. Tracés géométriques des Polygones réguliers

g. Diviser la circonférence en un nombre quelconque de parties égales

- n = 16, **32,** etc. : partir du tracé du carré.
- n = 12, **24,** etc. : partir du tracé de l'hexagone.
- n = 10, **20,** etc. : partir du tracé du pentagone ou du décagone.
- **n quelconque** : tracé approché (**Fig. 2.7k**) ; tracer un diamètre AB, le diviser en n parties égales (n = 7, sur la figure) ; tracer les arcs A (AB) et B (AB) se coupant en C ; joindre C à la 2eme division ; AD est le côté du polygone de n côtés.

Avec ces tracés approchés, si on ne retombe pas au point de départ après avoir porté n fois le côté, opérer par tâtonnement.