Les projections orthogonales s'appellent aussi la géométrie descriptive ou le dessin géométral. Celles-ci reprennent le dessin en plan, de face et de profil de l'objet à représenter. Géométriquement parlant, ce sont des projections orthogonales sur au moins deux plans de projections (un plan horizontal et un ou plusieurs plans verticaux).

3.1. Définition

La géométrie descriptive a pour objet la représentation exacte des corps par la méthode des projections. Les deux plans principaux de projection utilisés sont un ***plan de front (F)*** et un ***plan Horizontal (H)***, perpendiculaires l'un à l'autre (**Fig. 3.1**). Leur intersection xy est appelée ***ligne de terre***. Lorsque la détermination d'un corps au moyen de ses projections sur ces deux plans est insuffisante, on utilise un troisième plan P, perpendiculaire aux deux premiers, et appelé ***plan de profil (P)***.

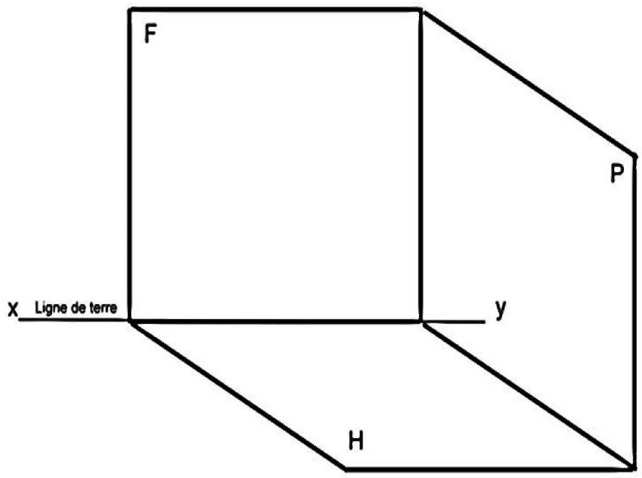


Fig. 3.1. Plans de projection utilisés dans la géométrie descriptive.

3.2. Projection orthogonale

La projection orthogonale (ou méthode de Monge) est une représentation des figures de l'espace en plans à l'aide de projections. On parvient ainsi à déterminer les dimensions et les formes exactes de l'objet. La transposition d'une figure de l'espace en dessin plan demande un effort de réflexion soutenu.

A l'heure du dessin et de la conception assistée par ordinateur, cette méthode est toujours enseignée. Elle permet d'entraîner l'esprit à la vision dans l'espace. Cette capacité de jongler avec les trois dimensions est primordiale pour le créateur devant son ordinateur. Cette méthode permet également d'acquérir une grande rigueur dans le dessin au travers des épures. Cette rigueur est également essentielle dans le travail sur ordinateur.

La projection orthogonale se base sur une série de conventions tant dans la façon de projeter que dans le parachèvement du dessin.

- **Projection** : animation d'image sur un écran, du côté géométrique signifie la représentation géométrique d'un corps selon les lois de projection.
- **Orthogonale** : mot grecque signifie : **Orths**----- droit et **Gonia** ---------angle. Implique ***angle droit.***

3.2.1. Projection d'un point

3.2.1.1. Définition

La projection d'un point A sur un plan P est le pied a de la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan (**Fig. 3.2**).

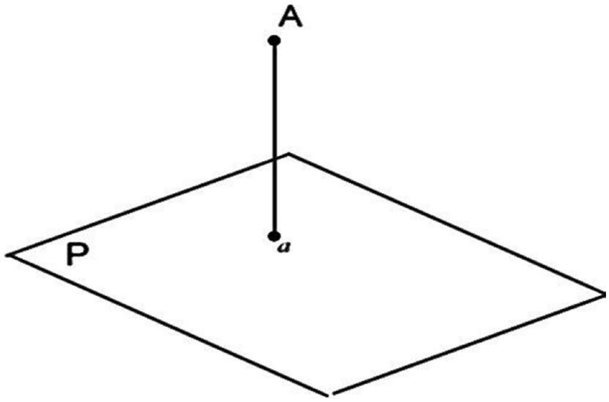


Fig. 3.2. Principe de projection d'un point sur l'un des plans de projection (P).

3.2.1.2. Projection sur deux plans

Le point A se projette en a' sur le plan de ***front (F)*** et en a_1 sur le plan horizontal; la distance Aa_1 du point A au ***plan (H)*** est la ***cote*** du point, la distance A*a*' est son ***éloignement*** (**Fig. 3.3a**). Le plan contenant Aa_1 et A*a*' est perpendiculaire à (H) et à (F), donc à leur intersection xy; α *a*' et α a_1 sont donc perpendiculaires à xy et égaux respectivement à Aa_1 et A*a*', c'est-à-dire à la cote et à l'éloignement du pont A.

3.2.1.3. Epure

On appelle épure la figure obtenue en rabattant le ***plan*** (**H**) sur le ***plan*** (**F**) autour de xy comme charnière (**Fig. 3.3a**); après rabattement, αa_1 vient donc en α*a* dans le prolongement de α *a'* ; les points *a*', α et *a* sont donc alignés (**Fig. 3.3a, b**) ; la ligne qui les joint, perpendiculaire à xy, est appelée **Ligne de rappel.** En supprimant le contour des plans, on obtient l'épure du point A (**Fig. 3.3b**) ; α *a*' est la cote de A, α *a* son éloignement; l'épure suffit donc à situer le point A dans l'espace par rapport aux ***plans (H)*** et ***(F)***.

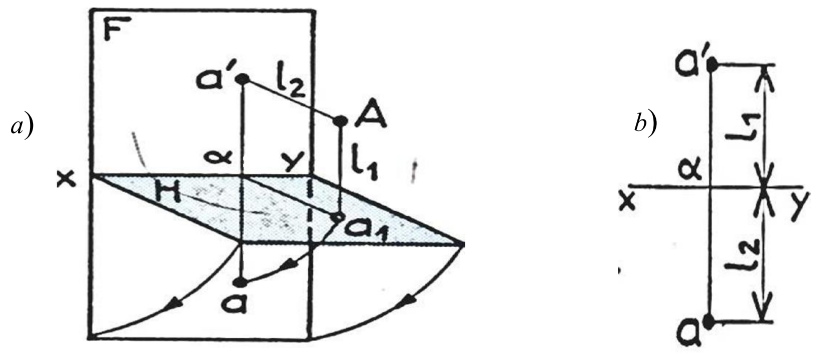


Fig. 3.3. a) Principe de projection d'un point sur deux plans (F et H), **b)** Epure.

3.2.1.4. Projection sur 3 plans

Pour situer le plan A dans l'espace dans une direction parallèle à xy, on utilise un plan de profil (P), sur lequel on projette également le point A en a_2 (**Fig. 3.4a**) ; l'épure s'obtient en rabattant le plan de profil sur le plan F ; a_2 vient en a" tel que a'a" est perpendiculaire à oz ; d'autre part α_1 a" = α a = éloignement de A (**Fig. 3.4b**). La position du point A dans l'espace est alors complètement définie.

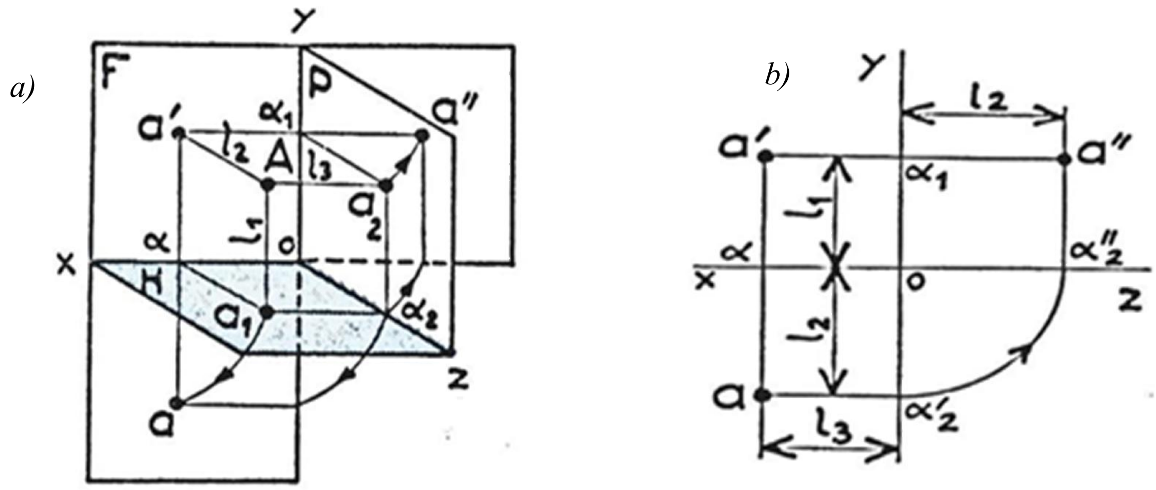


Fig. 3.4. a) Principe de projection d'un point sur trois plans (F, H et P), **b)** Epure.

3.2.2. Projection d'une droite

3.2.2.1. Cas général

Pour projeter une droite, il suffit donc de projeter deux de ses points et de joindre leurs projections horizontales et frontales ; d'où l'épure d'une droite (**Fig. 3.5**).

A(x=20 , y =40, z = 30)

B(x=30 , y =10, z = 15)

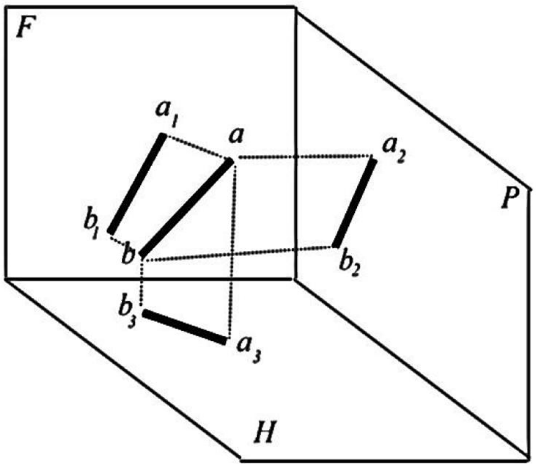


Fig. 3.5. Principe de projection d'une droite sur trois plans (F, H et P).

3.2.2.2. Positions particulières d'une droite

Deux positions sont intéressantes :

a. Droite perpendiculaire à un plan. Sa projection sur ce plan est un point (**Fig. 3.6a**).

b. Droite parallèle à un plan. Elle se projette en vraie grandeur sur ce plan (**Fig. 3.6b**).

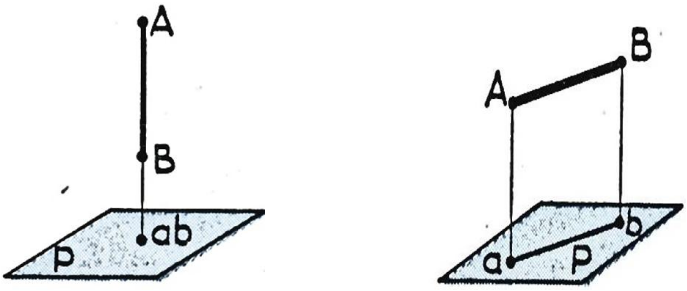


Fig. 3.6. Principe de projection d'une droite sur trois plans (F, H et P).

3.2.2.3. Droites perpendiculaires à un plan de projection

a. **Droite verticale.** Elle est perpendiculaire au plan H et donc parallèle au plan F; sa projection horizontale est donc un point, et sa projection frontale est perpendiculaire à *xy ;* a'b' est la vraie grandeur de AB (**Fig. 3.7a**).

b. **Droite de bout.** C'est une droite perpendiculaire à F et donc parallèle à H ; d'où son épure (**Fig. 3.7b**).

c.**Droite fronto-horizontale.** Elle est parallèle *aux* plans H et F, donc parallèle à leur intersection *xy* et perpendiculaire au plan P ; d'où son épure après projection sur 3 plans (**Fig. 3.7c**).

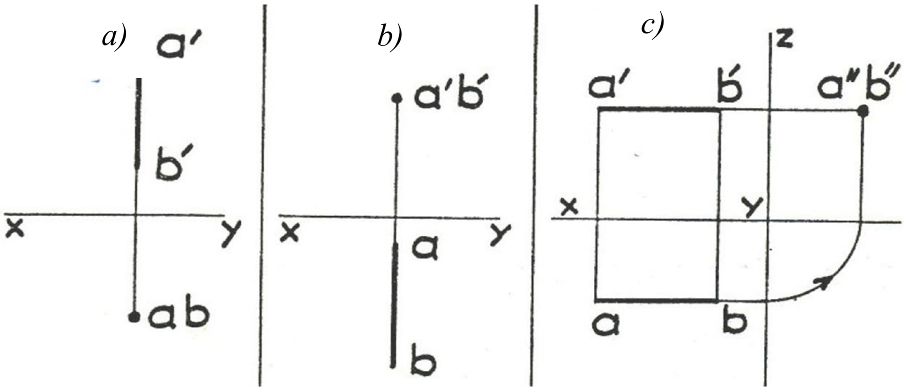


Fig. 3.7. Cas de projection d'une droite perpendiculaire à un plan de projection.

3.2.2.4. Droites parallèles à un plan de projection

a. **Droite horizontale**. Etant parallèle à H, elle s'y projette en vraie grandeur ; tous ses points ayant même cote, sa projection frontale est parallèle à xy (**Fig. 3.8a**).

b. **Droite de front**, ou frontale. Etant parallèle à F, elle s'y projette en vraie grandeur ; tous ses points ayant même éloignement, sa projection horizontale est parallèle à xy (**Fig. 3.8b**).

c. **Droite de profil**. Etant parallèle à P, elle s'y projette en vraie grandeur; tous ses points étant à la même distance de P, ses projections frontale et horizontale sont perpendiculaires à xy (**Fig. 3.8c**).

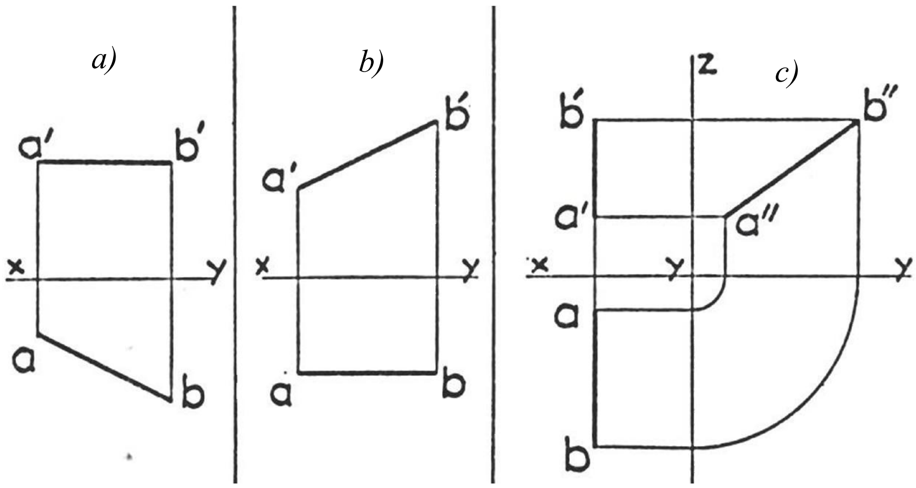


Fig. 3.8. Cas de projection d'une droite parallèle à un plan de projection.

3.2.2.5. Traces d'une droite sur un plan

On appelle ***traces*** d'une droite les points d'intersection de cette droite avec les plans de projection. On trouve :

a) trace horizontale : se définie par une cote nulle ;

b) trace frontale : se définie par un éloignement nul (**Fig. 3.9**);

c) trace au profile : se définie par une abscisse nulle (**Fig. 3. 9**).

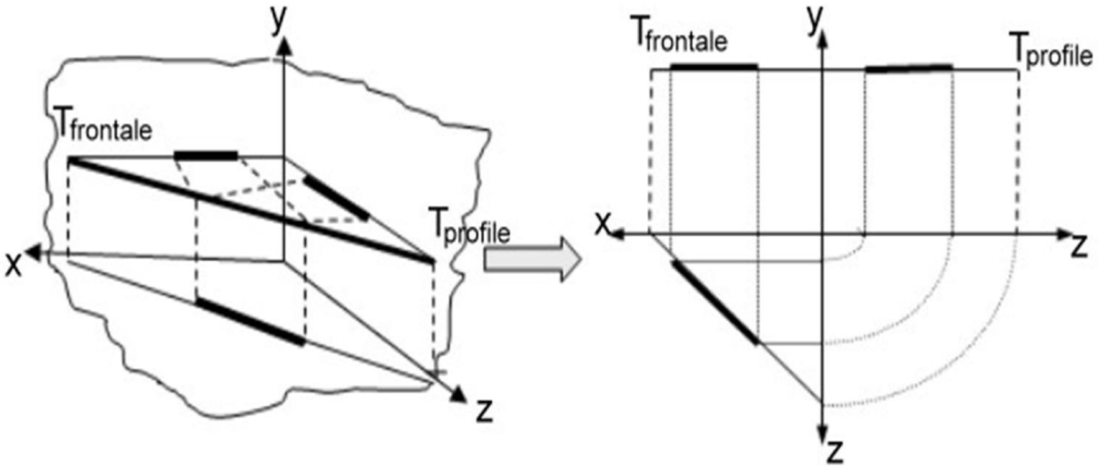


Fig. 3.9. Exemple sur les traces d'une droite sur les plans.

3.2.2.6. Application

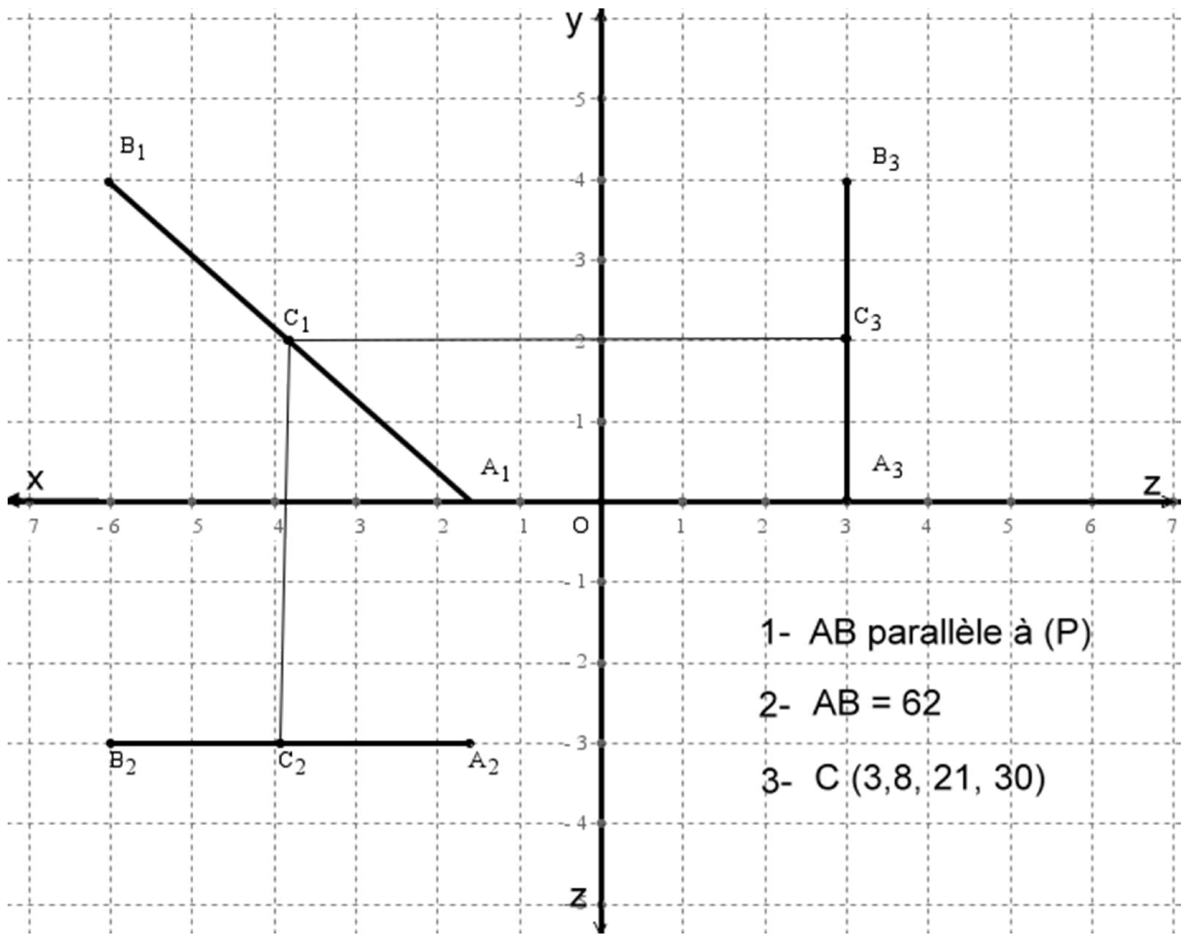
Représentez les projections d'un segment de droite AB tel que : A(15, 0,30) et B(60,40,30).

1- Quelle est la caractéristique de [AB] ?

2- Déterminez la longueur AB ?

3- Soit le point C le milieu de [AB], déterminez les coordonnées du point C ?

- **<u>Solution :</u>**



3.2.3. Projection d'un plan

3.2.3.1. Détermination d'un plan

Un plan est déterminé par ***3 points non alignés***, ou par ***une droite et un point extérieur à cette droite***, ou par ***deux droites concourantes***, ou par ***deux droites parallèles***. On peut donc représenter un plan par ***les projections des éléments qui le déterminent***. De plus, on représente souvent un plan ***par ses traces sur les plans de projection***, c'est-à-dire par l'intersection de ce plan avec les plans de projection.

3.2.3.2. Traces d'un plan

La trace d'un plan sur un plan de projection c'est la droite d'intersection de ce plan avec ce plan. On peut trouver les traces suivantes :

- **a.** trace horizontale;
- **b.** trace frontale ;
- **c.** trace en profile.

3.2.3.3. Position particulière du plan

- **Propriétés**

a. Plan parallèle à un plan de projection. Toute figure contenue dans ce plan se projette en vraie grandeur sur le plan de projection.

b. Plan perpendiculaire à un plan de projection. Toute figure contenue dans ce plan se projette sur la trace de ce plan avec le plan de projection.

3.2.3.4. Plan parallèle à un plan de projection

a. Plan de front (**Fig. 3.10a**). Il est parallèle à F ; il n'a donc pas de trace frontale, et toute figure contenue dans ce plan se projette sur F en vraie grandeur ; exemple : triangle ABC. Mais étant parallèle à F, le plan F' est aussi perpendiculaire à H ; sa trace horizontale est donc parallèle à xy, et toute figure contenue dans ce plan se projette sur H sur la trace horizontale de F', donc suivant une droite parallèle à xy ; exemple : triangle ABC.

b. Plan horizontal (**Fig. 3.10b**). Le même raisonnement aboutit à la conclusion suivante : la trace frontale de H' est parallèle à xy, sa trace horizontale n'existe pas ; toute figure contenue dans H' se projette en vraie grandeur sur H, et sur F suivant la trace de H' sur F, donc suivant une droite parallèle à xy ; exemple : triangle ABC.

c. Plan de profil (**Fig. 3.10c**). Il est perpendiculaire à F et H, ses traces frontale et horizontale sont donc perpendiculaires à xy ; il est parallèle à P ; toute figure contenue dans ce plan P' se projette donc en vraie grandeur sur P, et sur F et H suivant les traces frontale et horizontale de P'.

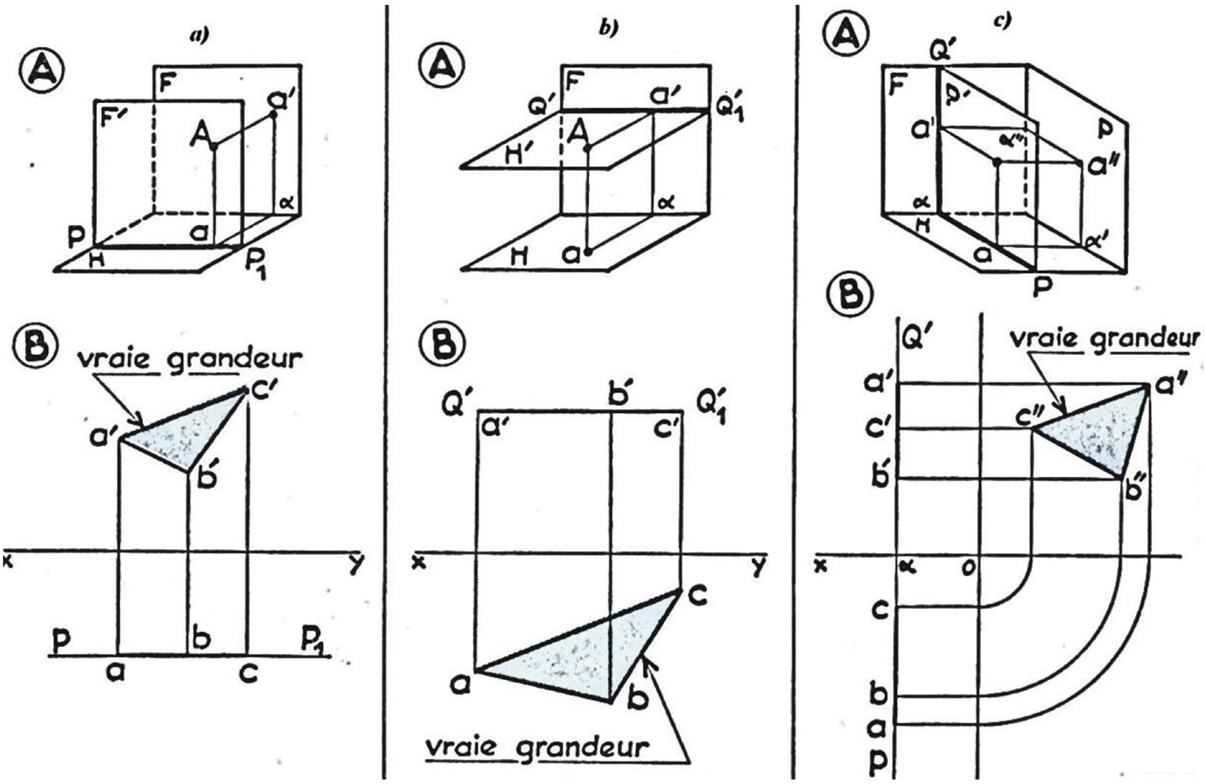


Fig. 3.10. Cas d'un plan parallèle à un plan de projection.

3.2.3.5. Plan perpendiculaire à un plan de projection

a. Plan vertical (**Fig. 3.11a**). Il est perpendiculaire à H ; sa trace frontale α Q' est donc perpendiculaire à xy (V et F sont perpendiculaires à H, donc leur intersection α Q' est perpendiculaire à H) ; de plus, toute figure contenue dans ce plan se projette sur H sur la trace horizontale P α . Exemple : triangle ABC ; la projection frontale a'b'c' n'est pas la vraie grandeur de ABC.

b. Plan de bout (**Fig. 3.11b**). Il est perpendiculaire à F ; sa trace horizontale est donc perpendiculaire à xy ; de plus, toute figure contenue dans ce plan R se projette sur F sur la trace frontale α Q'. Exemple : triangle ABC; la projection abc n'est pas la vraie grandeur de ABC.

c. Plan perpendiculaire à P (**Fig. 3.11c**) : xy est aussi perpendiculaire à P ; ce plan R est donc parallèle à xy, et ses traces frontale et horizontale sont parallèles à xy ; toute figure contenue dans ce plan R se projette sur P suivant une droite (trace de R sur P). Exemple : triangle ABC, qui ne se projette en vraie grandeur sur aucun plan.

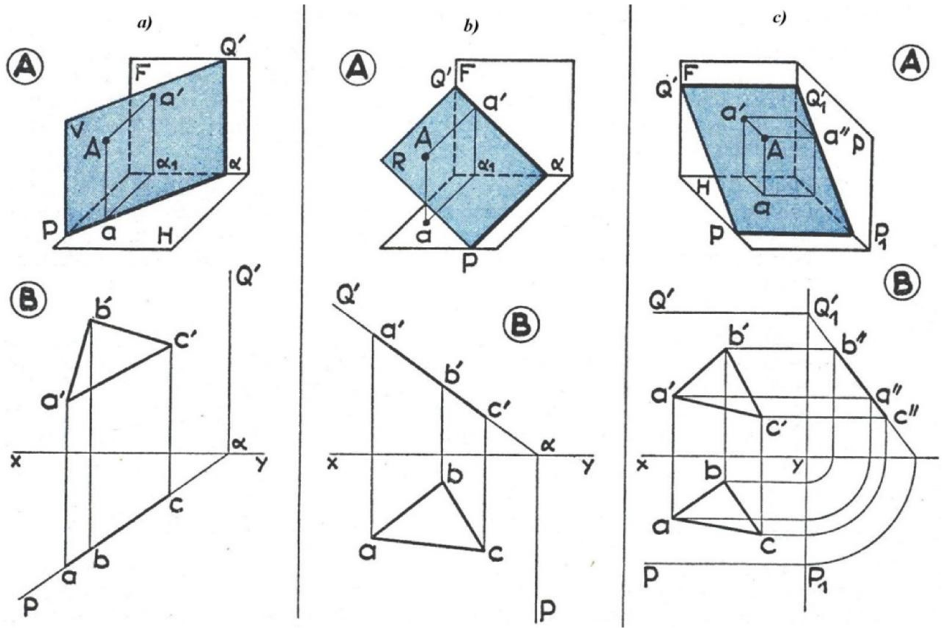


Fig. 3.11. Cas d'un plan perpendiculaire à un plan de projection.

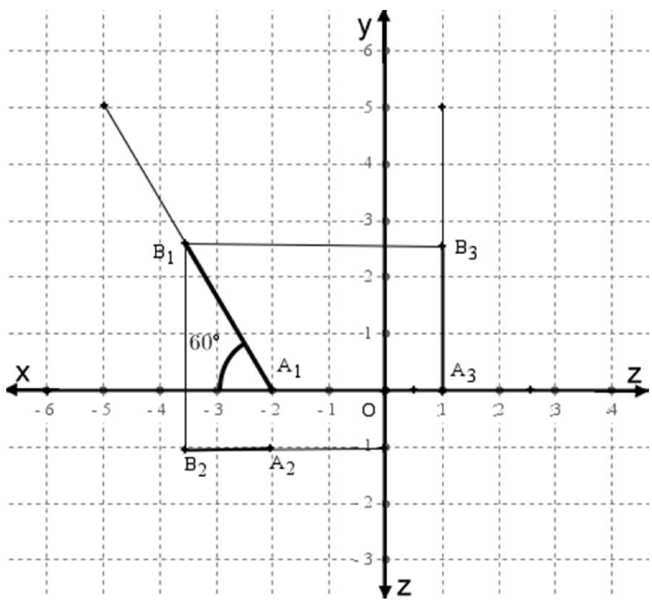
3.2.3.6. Applications

Exercice 1 : On a les données suivantes : [AB] forme un angle de 60° avec le plan (**H**), AB = 30 et [AB] parallèle à (**P**).

Représentez l'épure de [AB] sur les trois plans de projection sachant que :

A (x = ?, y = 0, z = 10) et **B** (x = 20, y = ?, z = ?).

Solution exercice 1:

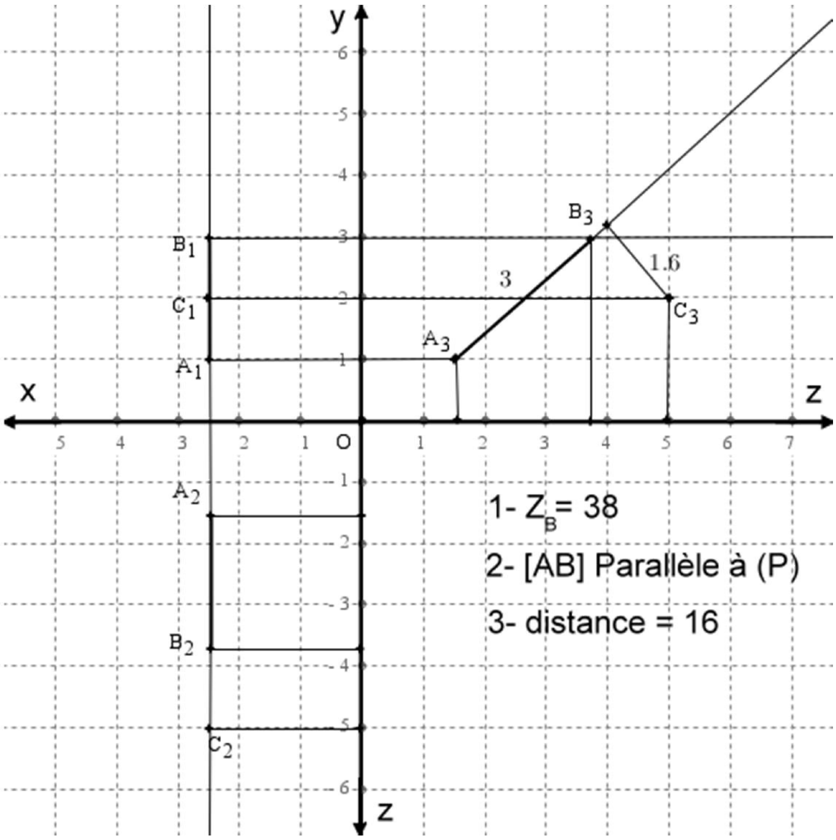


- **Exercice 2 :** Représentez l'épure de [AB] telle que :

AB = 30 et **A** (x = 25, y = 10, z = 15) ; **B** (x = 25, y = 30, z = ?).

1- Déterminez z_B ?
2- 2- Quelle est la caractéristique géométrique de [AB] ?
3- Soit c un point sur la même épure telle que C (x=25, y = 20, z= 50) ; déterminez la distance entre le point C et (AB) ?

- **Solution exercice 2:**



- **Exercice 3 :**

1-Représentez l'épure d'une droite (D) sachant que : (D) parallèle à (**F**) et forme un angle 30° avec (**H**), E et F deux points de (D) tels que EF = 20 et E(x=30,y=10, z= ?) et z_F=10, de plus $x_E > x_F$.

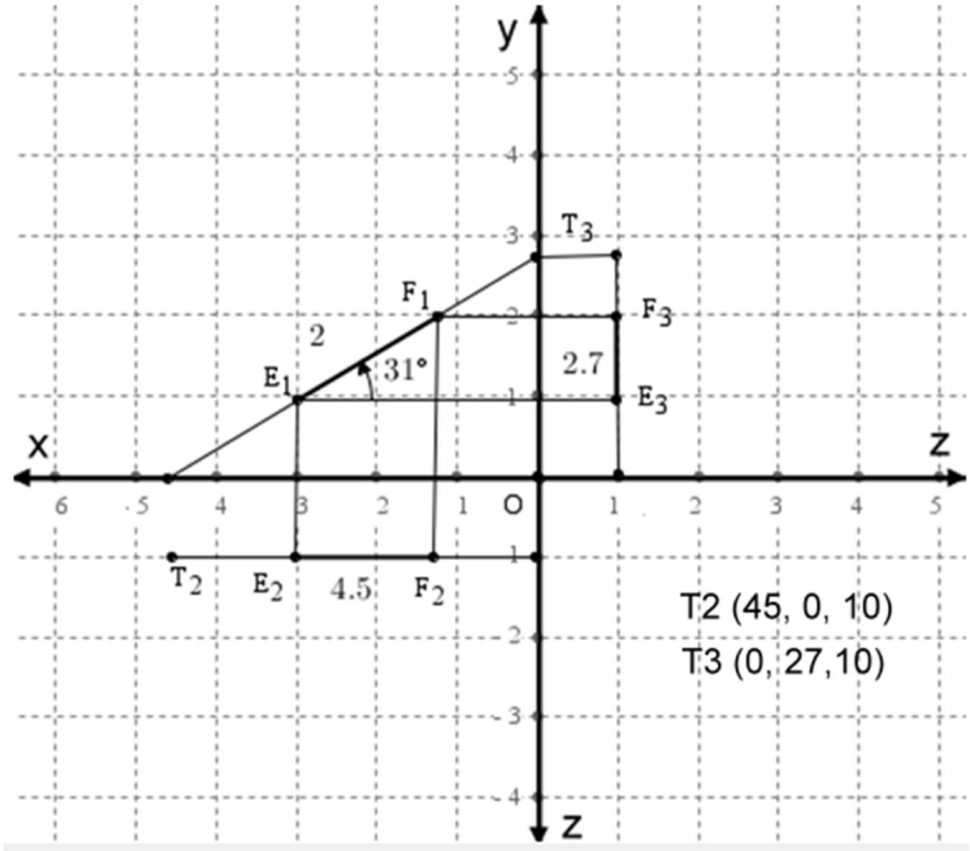
2- Quelles sont les traces de (D) sur les différents plans de projection ?

- **Exercice 4 :**

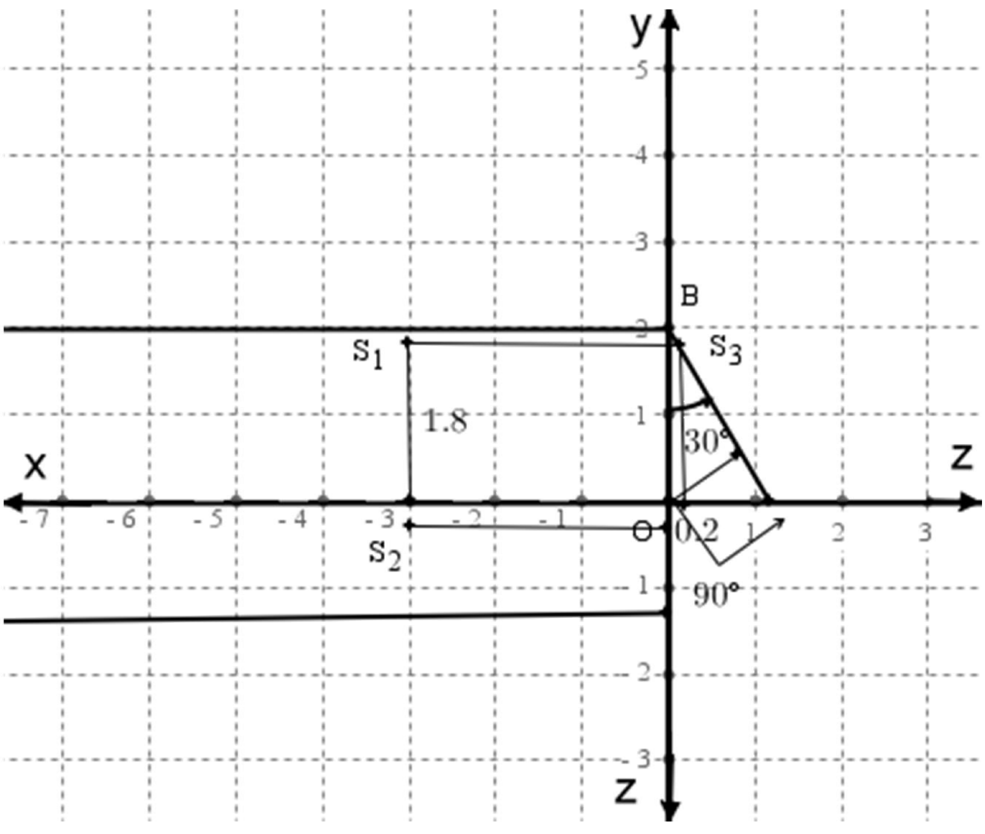
1-Représentez l'épure d'un plan (Л) tel que (Л) perpendiculaire à (**P**) et (Л) forme un angle de 30° avec (**F**) et sa trace frontale s'élève de 20 par rapport à (H).

1- Quelle est la distante entre (Л) et la ligne de terre (ox) ?
2- Sur la même épure représentez S(x=30, y=18, z= ?) tel que S est un point de (Л).

- **Solution exercice 3:**



- **Solution exercice 4:**



- **Exercice 5 :** Représentez l'épure d'une droite (D') sachant que :

(D') parallèle à (**F**) et (D') forme un angle 30° avec (**H**), E et F deux points de (D') tels que E(x=0, y=10, z=10) et EF = 30.

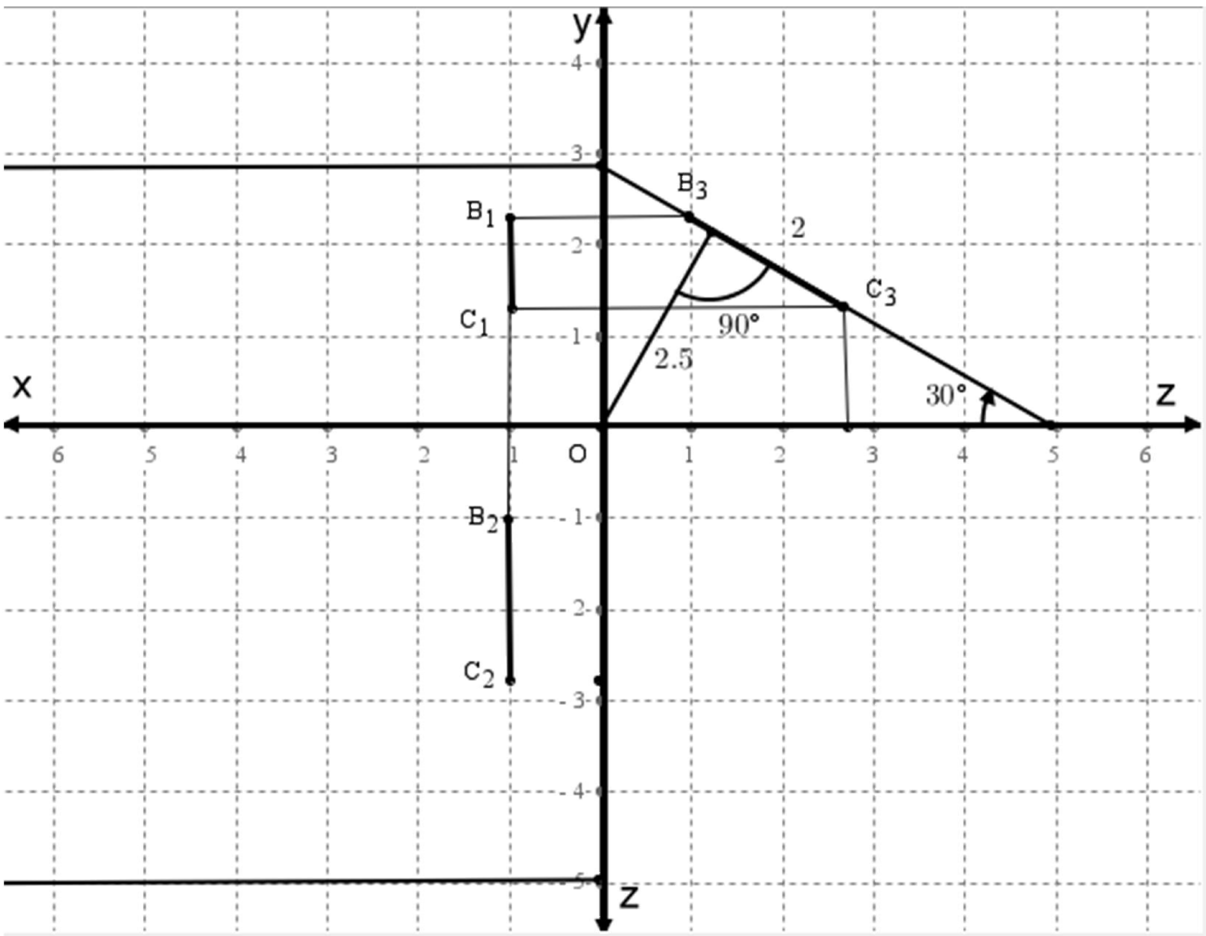
2- Quelles sont les traces de (D') sur les différents plans de projection ?

- **Exercice 6 :**

1-Représentez l'épure du plan (Л') tel que (Л') perpendiculaire à (**P**) et forme un angle de 30° avec (**H**), la distance entre (Л') et [Ox est égale à 25.

2-Sur la même épure représentez [BC] tels que B et C appartiennent à (Л') et [BC] parallèle à (**P**), BC =20, le point B(x=10, y= ?, z = 10).

Solution exercice 6:



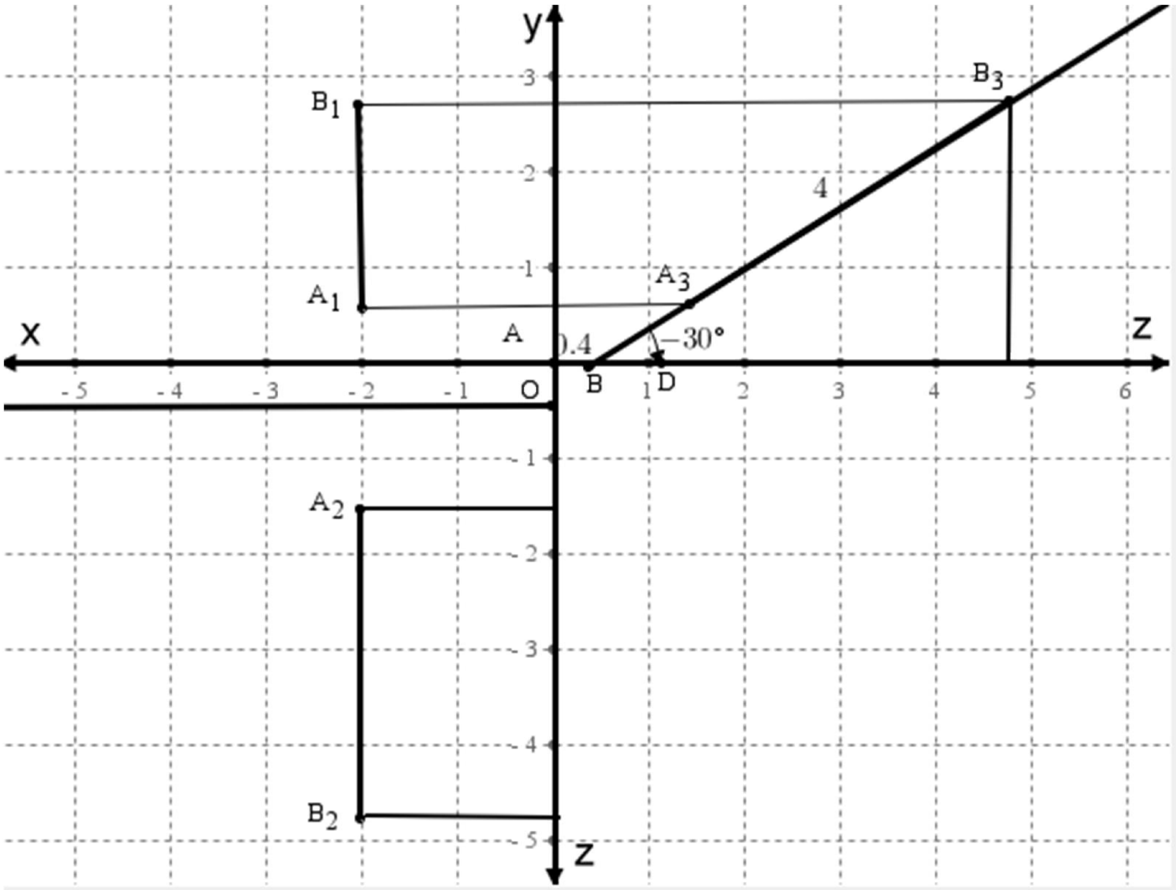
- **Exercice 7 :**

1-Représentez l'épure d'un plan (Л) tel que (Л) perpendiculaire à (**P**) et ne coupe pas (**F**), de plus, (Л) forme un angle de 30° avec (**H**), sa trace horizontale s'éloigne de l'origine O de 5.

2- Le plan (Л) supporte [AB], tel que AB = 40 et [AB] parallèle à (**P**), avec $z_A = 15$ et $x_B = 20$. Représentez [AB] sur la même épure.

3- La distance entre [AB] et le point K (x=20, y = 30, z = 58) est nulle, justifiez ?

- **Solution exercice 7:**



- **Exercice 8 :**

Représentez l'épure d'un plan (Л) telle que sa trace frontale s'éloigne de l'origine O d'une distance de 20, ainsi ce plan coupe l'axe des abscisses x en x= 40, sa trace en profile s'éloigne de l'origine O de 15.

- **Exercice 9 :**

1- Représentez l'épure d'un plan (Ḱ) perpendiculaire à (**H**) et forme un angle de 30° avec (**F**), de plus le plan (Ḱ) s'éloigne de [Oy de 25 ?

2- Le plan (Ḱ) supporte un cercle (O',R =10) tels que $x_{O'}$= 30, $y_{O'}$=20. Représentez ce cercle sur la même épure.

3.2.4. Projection des solides

La majorité des pièces mécaniques se présentent sous forme de corps simples ; on trouve des pyramides, des cylindres des cônes et des barreaux… Il est très intéressant de savoir représenter ces divers corps ainsi leurs projections. Ce qui nous permet de projeter des pièces assez complexes.

On distingue deux types de solides :

a) ***les polyèdres*** (cube, parallélépipède rectangle, prisme, pyramide …) ;

b) ***pièces de révolution*** (cylindre, cône, sphère, tore…).

3.2.4.1. Projection des polyèdres

Un polyèdre est un solide limité par des portions de plans appelées ***faces*** du polyèdre ; ces faces sont limitées par des segments de droite appelés ***arêtes***; ces arêtes se coupent en des points appelés ***sommets,*** **(Fig. 3.12).** La projection d'un polyèdre est formée par les projections des faces, des arêtes et des sommets; on l'obtient en projetant ***d'abord les sommets***, puis ***les arêtes en joignant les projections*** des sommets.

On convient de représenter en ***trait continu les arêtes vues***, en ***trait interrompu les arêtes cachées***. Pour un observateur placé à l'infini et regardant le solide suivant une direction perpendiculaire aux plans de projection. Le contour extérieur de chaque vue est appelé ***contour apparent*** du polyèdre; il sépare la partie vue de la partie cachée.

Les polyèdres les plus simples sont le cube, le parallélépipède, rectangle, le prisme, la pyramide, le tronc de pyramide.

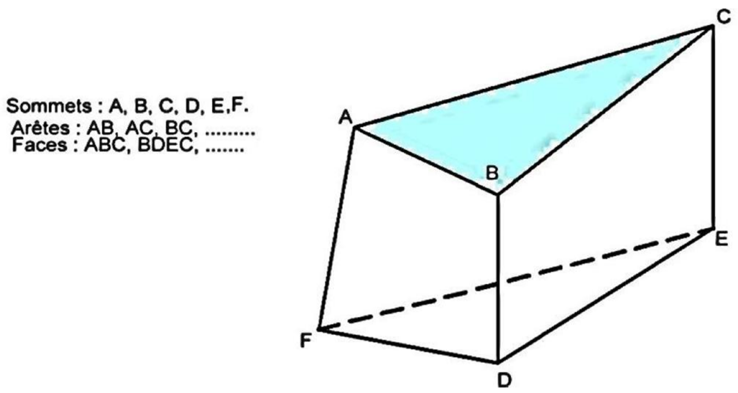


Fig. 3.12. Exemple d'un polyèdre (prisme).

3.2.4.2. Projection des solides de révolution

3.2.4.2.1. Définitions

Un solide de révolution est un corps rond engendré par la rotation d'une surface plane (**SP**) autour d'un **axe** xx' de son plan qui ne la traverse pas (**Fig. 3.13.**) ; cette surface est limitée par une ligne **AB** appelée ***génératrice***, et dont la rotation autour de xx' engendre la surface latérale du solide de révolution.

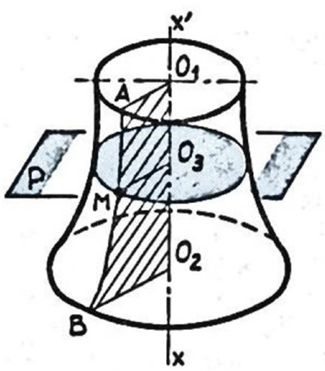


Fig. 3. 13. Exemple d'un solide de révolution.

Remarque : la rotation de la surface **SP produit un volume** et la rotation de la ligne AB **produit une surface**.

3.2.4.2.2. Principaux solides de révolution

a. Le cylindre, engendré par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés (**Fig. 3.14a**) ; la génératrice est le côté AB parallèle à l'axe.

b. Le cône, engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit (**Fig. 3.14b**) ; la génératrice est l'hypoténuse SA.

c. Le tronc de cône, engendré par la rotation d'un trapèze rectangle autour du côté perpendiculaire aux **Fig. 3.14c**) ; la génératrice est le côté AB non perpendiculaire aux bases.

d. La sphère, engendrée par la rotation d'un demi-cercle autour de son diamètre (**Fig. 3.14d**) ; la génératrice est la demi-circonférence AMB.

e. Le tore, engendré par la rotation d'un cercle autour d'un axe de son plan qui ne coupe pas ce cercle (**Fig. 3.14e**) ; la génératrice est la circonférence C limitant le cercle.

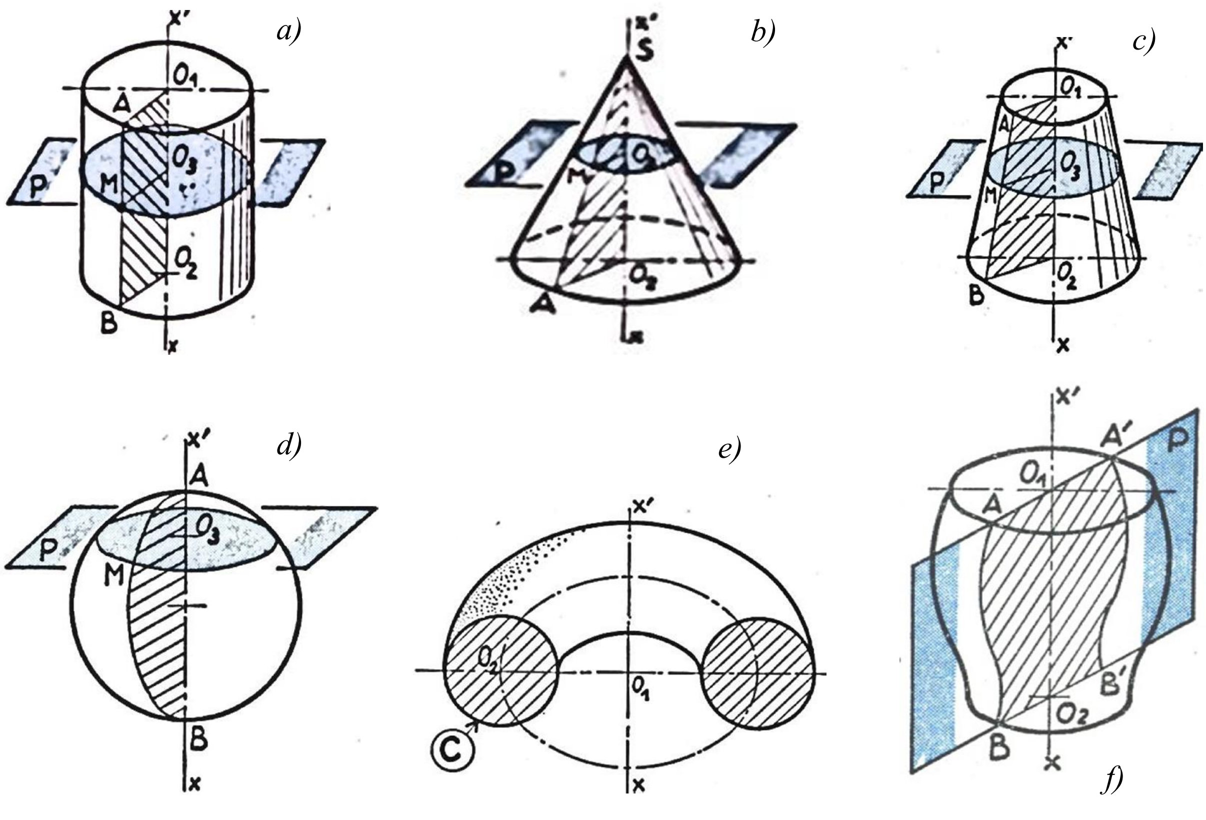


Fig. 3.14. Principaux solides de révolution**.**

3.2.4.2.3. Propriétés

a. L'intersection d'un solide de révolution par un plan contenant l'axe se compose de deux surfaces symétriques par rapport à l'axe (**Fig. 3.14f**), limitées par deux génératrices AB, A'B'.

b. Pendant la rotation, chaque point de la génératrice décrit une circonférence dans un plan perpendiculaire à l'axe ; par conséquent, l'intersection d'un solide de révolution par un plan perpendiculaire à l'axe est formée de cercles ayant leur centre sur l'axe (**Fig. 3.13, Fig. 3.14a,b,c,d**)

3.2.4.2.4. Projections

a. Sur un plan parallèle à l'axe, la projection se compose de deux génératrices de contour apparent AMB et A'M'B' (**Fig. 3.15a**) et des deux bases AA' et BB'.

b. Sur un plan perpendiculaire à l'axe, la projection se compose des projections des bases C_1 et C_2, et de la projection du contour apparent C_3 (**Fig. 3.15a**)

3.2.4.2.5. Application

Projection d'un cône reposant sur le plan horizontal (**Fig. 3.15b**) ; une génératrice se projette en sa, s'a' ; le point b, b' appartient à la génératrice, donc à la surface latérale du cône ; le plan H_1 coupe le cône suivant un cercle de diamètre m'n'.

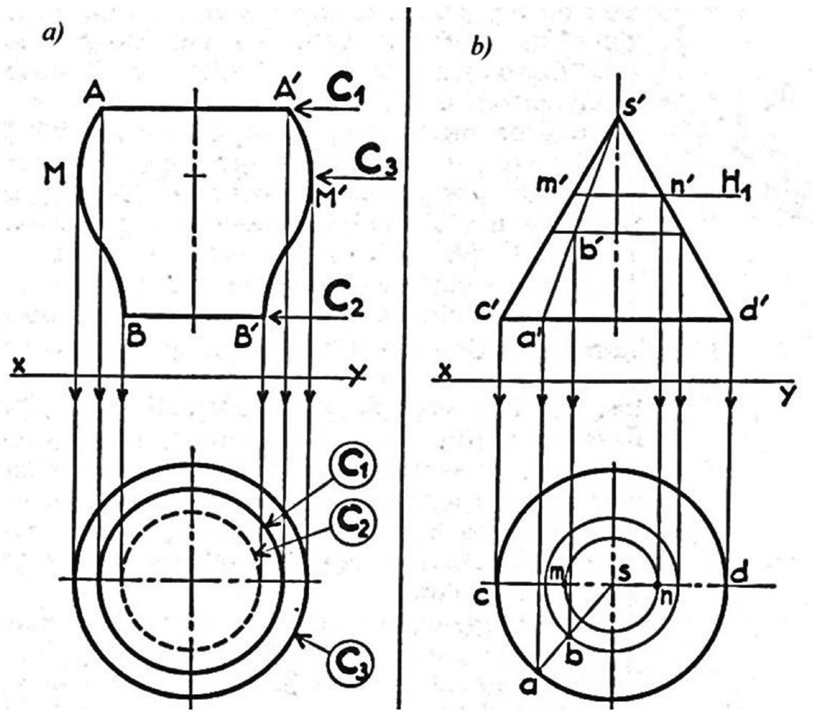


Fig. 3.15. Principe de projection des solides de révolution.

3.2.4.3. Projection des corps ronds

Un corps rond est un solide limité par des surfaces courbes -, exemples : sphère, cylindre, cône, etc. Supposons que l'on veuille projeter le solide S sur le plan H (**Fig. 3.16**) ; traçons des tangentes au solide perpendiculairement au plan H ; les points de contact de ces tangentes avec le solide S forment une courbe C appelée ***contour apparent*** de S par rapport à H. Les pieds de ces perpendiculaires sur le plan H déterminent une courbe C' qui est la projection de C sur le plan H ; la surface comprise à l'intérieur de C' est la projection du solide S sur le plan H, car tous les points de S se projettent à

l'intérieur de C'. Les perpendiculaires au plan H peuvent être matérialisées par des rayons envoyés par une source lumineuse placée à l'infini ; la courbe C est alors la ligne de séparation de la partie éclairée de S et de la partie dans l'ombre ; la courbe C' est la limite de l'ombre portée par S sur le plan H. Pour un observateur placé à l'infini, la courbe C sépare la partie vue de S de la partie cachée.
Les corps ronds qui se rencontrent le plus souvent sur les pièces mécaniques sont les solides de révolution, auxquels nous limiterons cette étude.

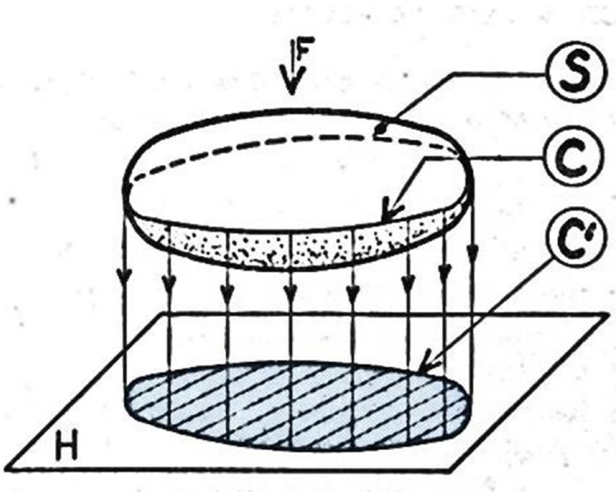


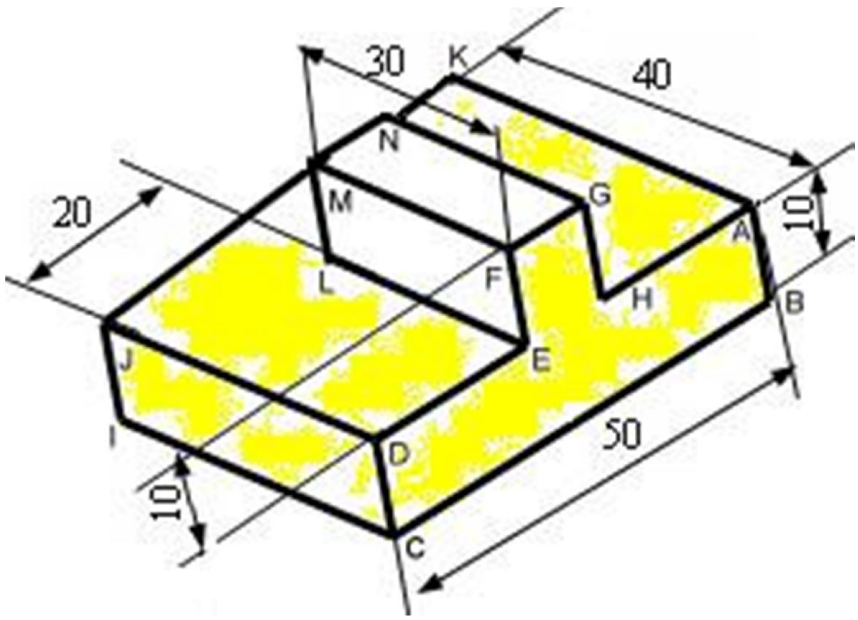
Fig. 3.16. Principe de projection des corps ronds.

3.2.4.4. Exercices proposés

a. Représentation d'un prisme

Définition : Un prisme est un polyèdre limité par ***2 faces appelées bases***. Les autres faces, appelées ***faces latérales*** sont soit :

- des rectangles perpendiculaires aux bases (prismes droits) ;
- parallélogrammes (prismes obliques).

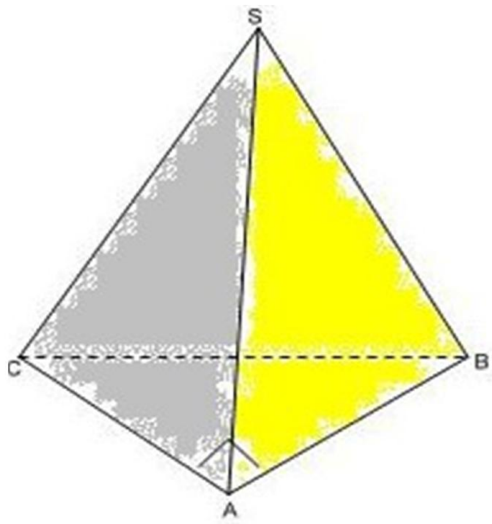


Représentez l'épure de la pièce ci-contre sachant que : C(x = 60, y = 10, z = 50).

b. Représentation d'une pyramide

Définition : Une pyramide est un polyèdre qui a pour ***base un polygone*** (régulier ou quelconque) et pour faces latérales des triangles réunis en un point appelé ***sommet***. La hauteur de chaque face triangulaire est appelée ***Apothème***.

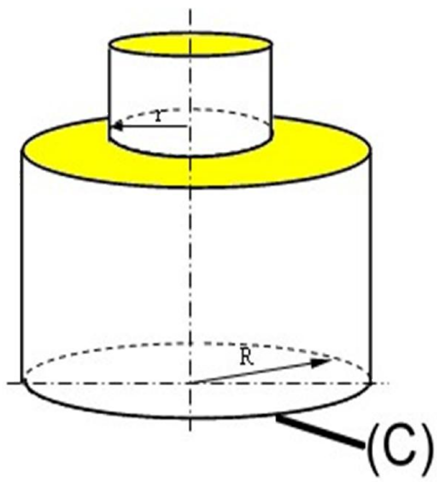
Représentez l'épure de la pièce ci-contre sachant que : A(x = 40, y = 10, z = 40),
Surface (ABC) parallèle à (H), AB = AC = 30, S (x = 25, y = 60, z = 25).



c. Représentation d'un cylindre

Définition : Un cylindre est un solide de révolution dont la surface plane (SP) est un rectangle qui tourne autour d'un axe (xx').

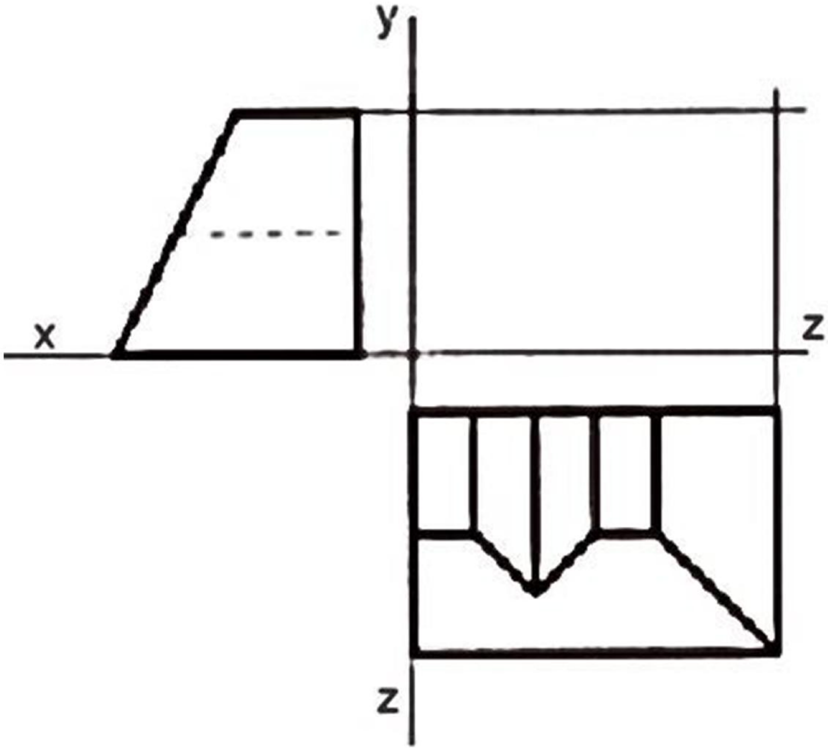
Représentez l'épure de la pièce ci-contre sachant que : O(x = 40, y = 10, z = 40), (C) parallèle à (H), R = 60, r = 30 , O' (x = 40, y = 40, z = 40).



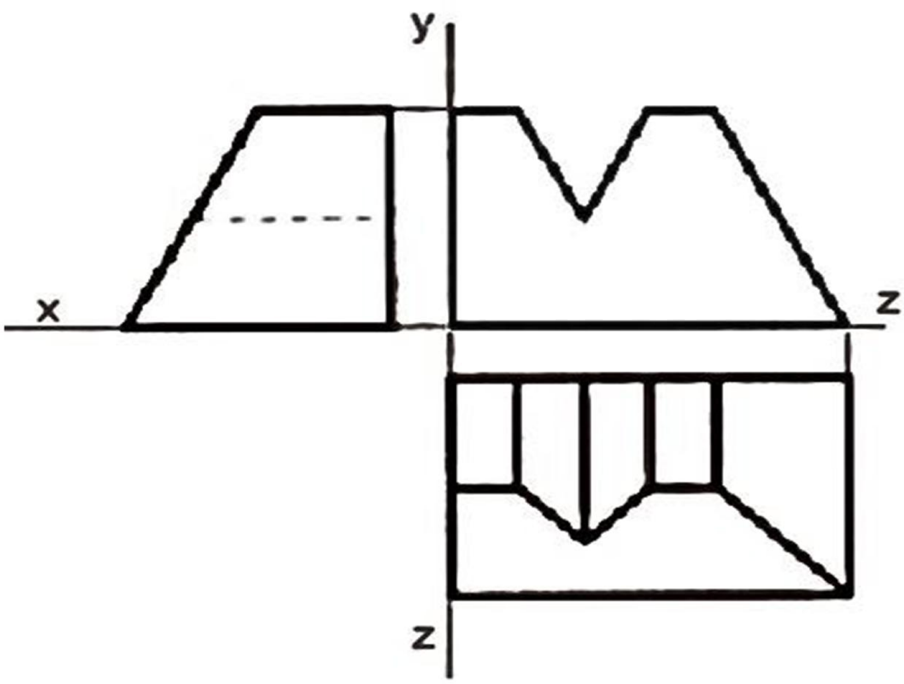
3.2.4.5. Applications

Exercice 1 :

A partir de deux projections, on demande de déduire la projection de cette pièce sur le plan (**P**).

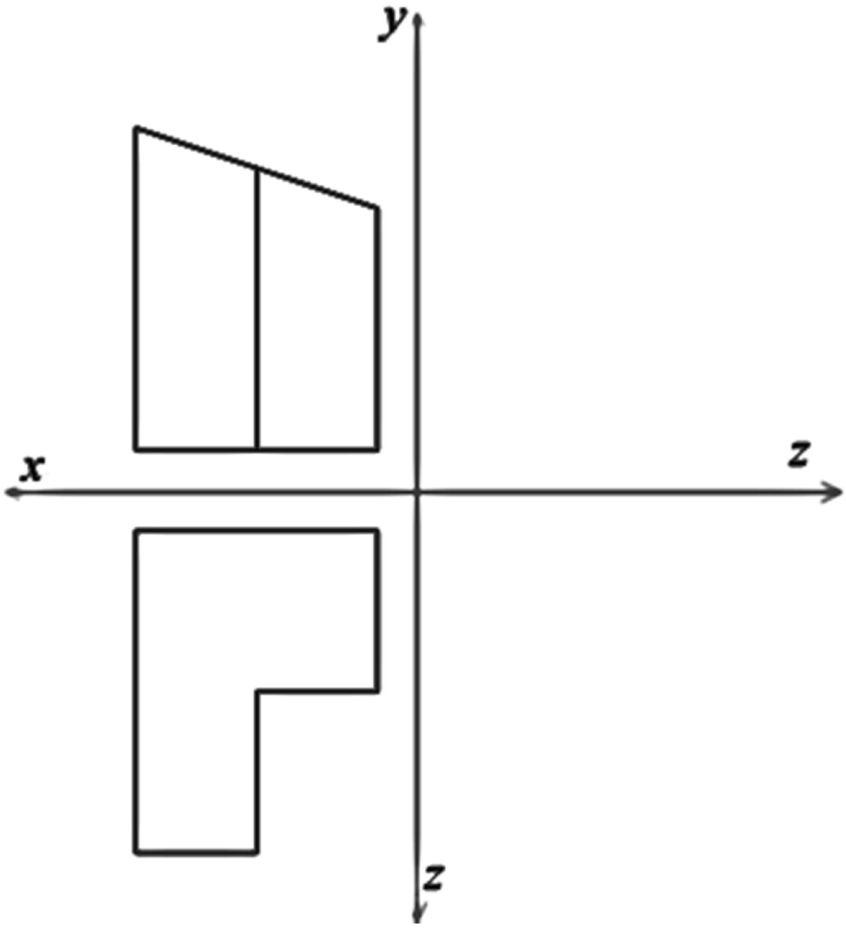


Solution exercice 1:

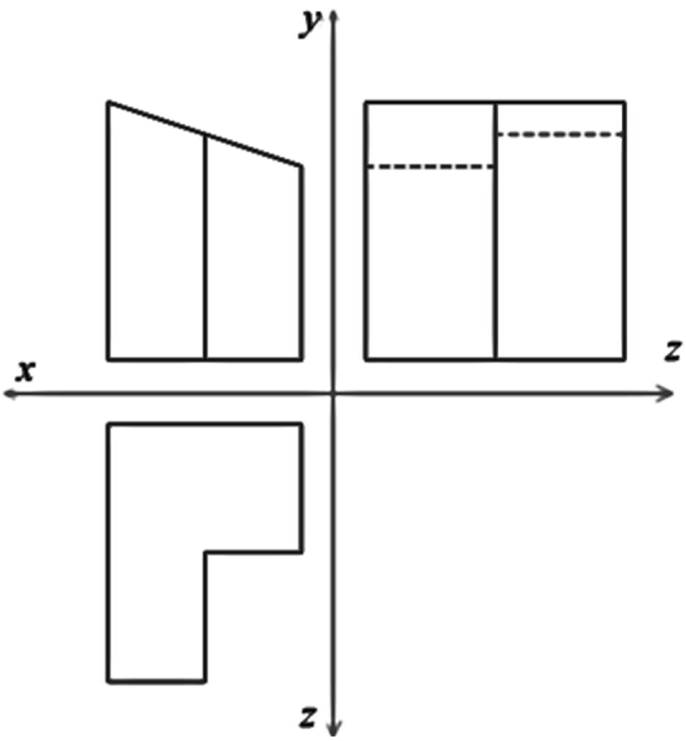


-

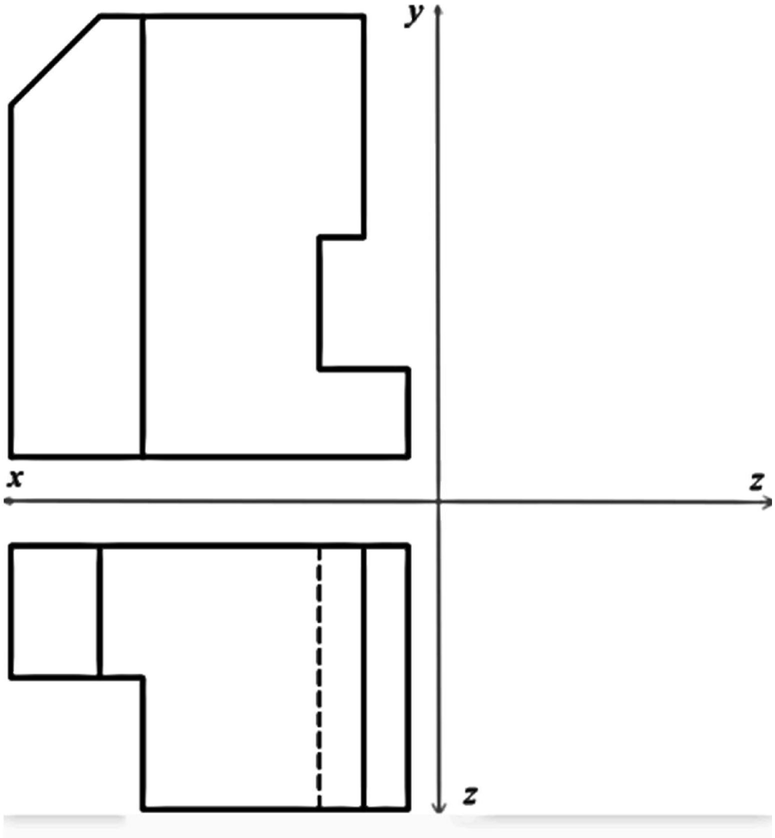
- **Exercice 2 :** Même question.



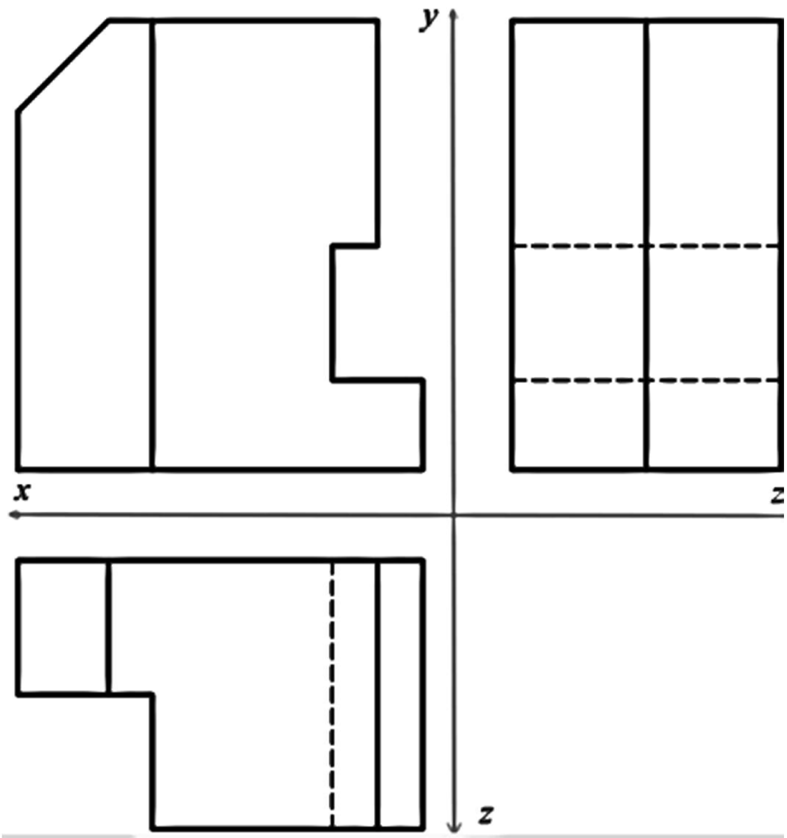
- **Solution exercice 2:**



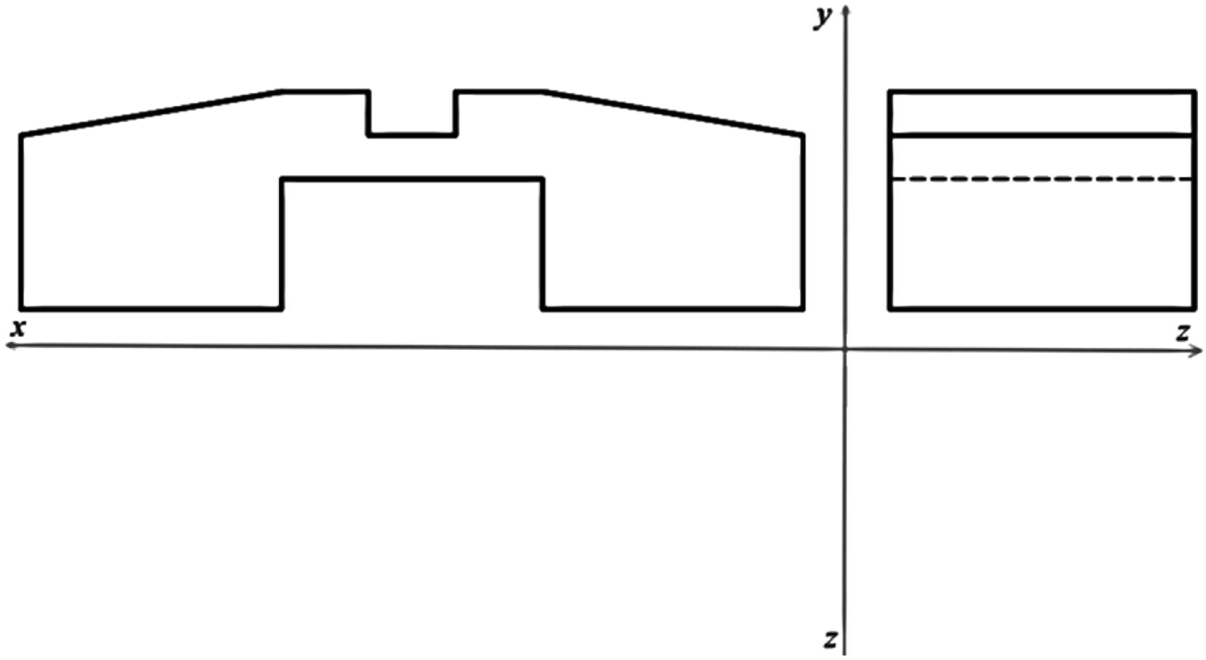
- **Exercice 3** : Même question.



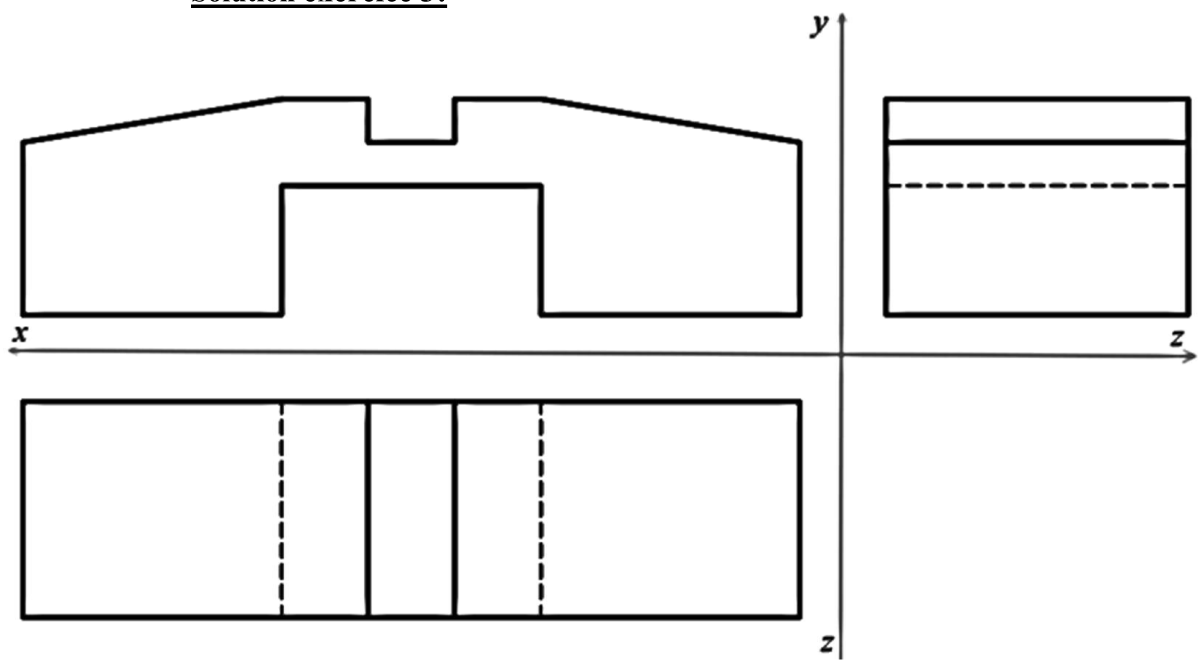
- **Solution exercice 3:**



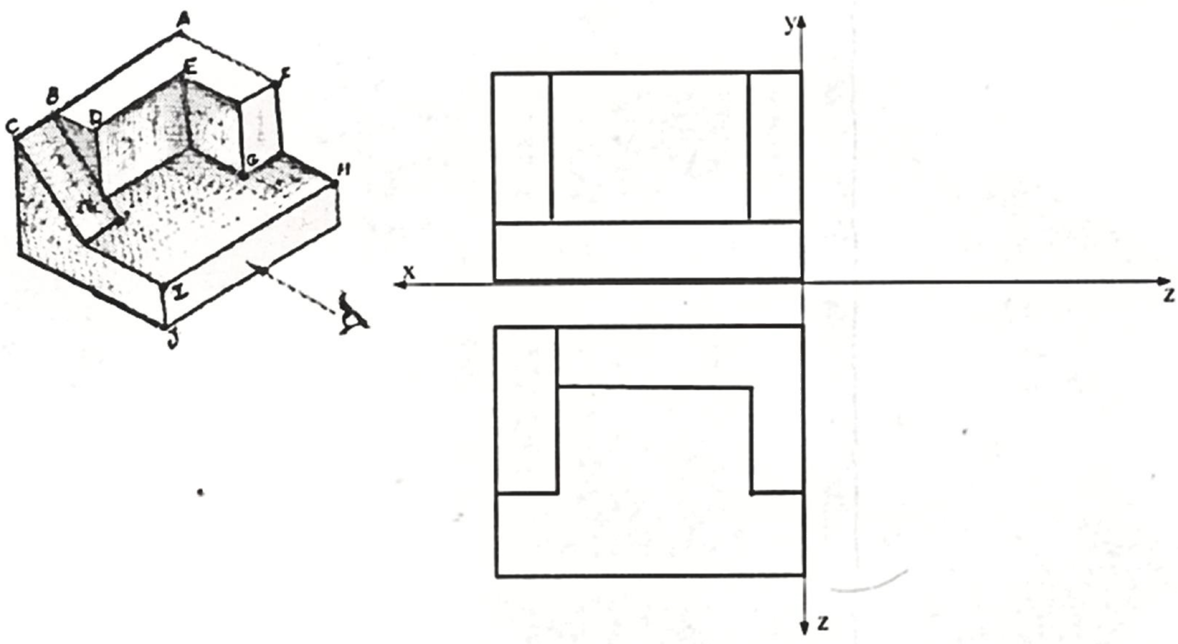
- **Exercice 4** : Même question.



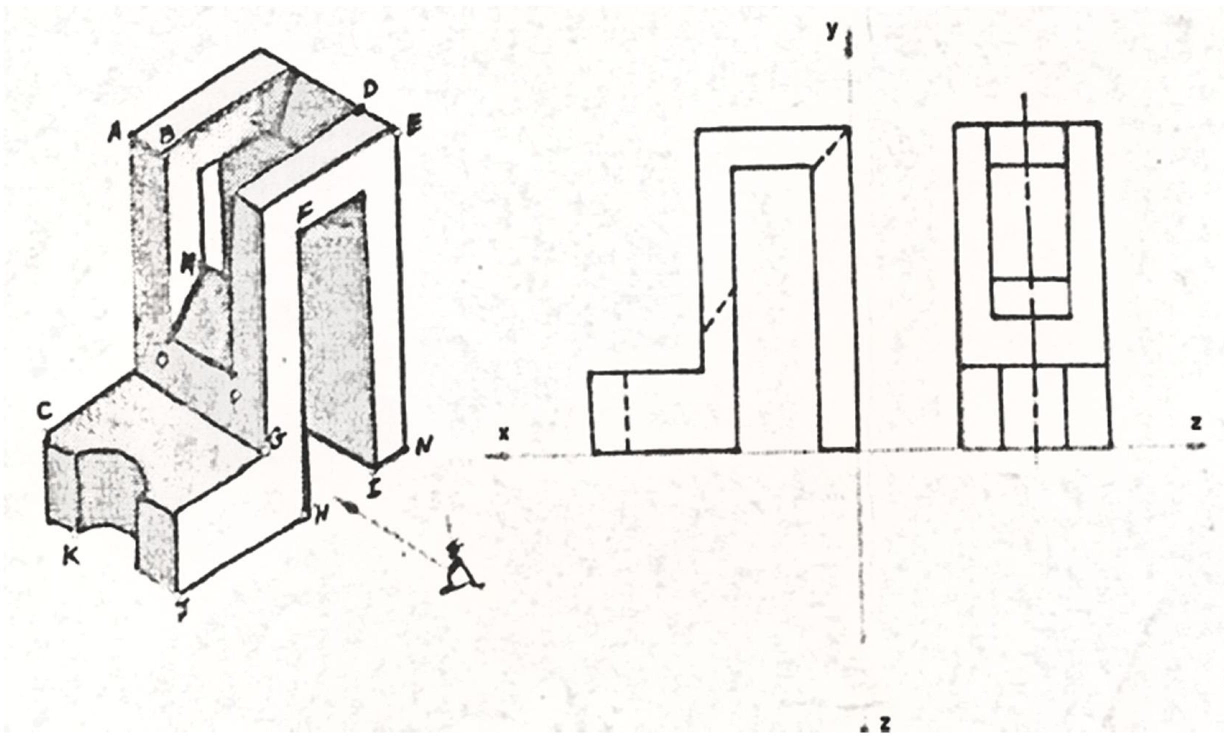
- **Solution exercice 3:**



- **<u>Exercice 5</u>** : A partir de deux projetions (frontale et horizontale), complétez l'épure de la pièce suivante :



- **<u>Exercice 6</u>** : A partir de deux projetions (frontale et profil), complétez l'épure de la pièce suivante :



3.3. Intersection de solide de révolution

3.3.1. Méthode

Soit deux solides sécants A et B (**Fig. 3.17a**) ; on les coupe par des surfaces auxiliaires (plans ou sphères) choisies de façon que leur intersection avec A et B soit simple (droite ou cercle).

a. **Méthode des plans auxiliaires** (**Fig. 3.17a**). Le plan H, par exemple, coupe A suivant une courbe plane C, et B suivant une autre ligne plane DD' ; ces deux lignes se coupent en des points M et N qui appartiennent à la fois à A et à B ; ce sont donc des points de leur intersection.

b. **Méthode des sphères auxiliaires** (**Fig. 3.17b**). La sphère de centre O, point de concours des axes de A et B, coupe A suivant 2 cercles C et C', et B suivant un cercle G! ; ces cercles, tracés sur une même sphère, se coupent en des points M, N, P, Q qui appartiennent à la fois à A et à B ; ce sont donc des points de leur intersection. Voici quelques exemples qui illustrent ces deux méthodes.

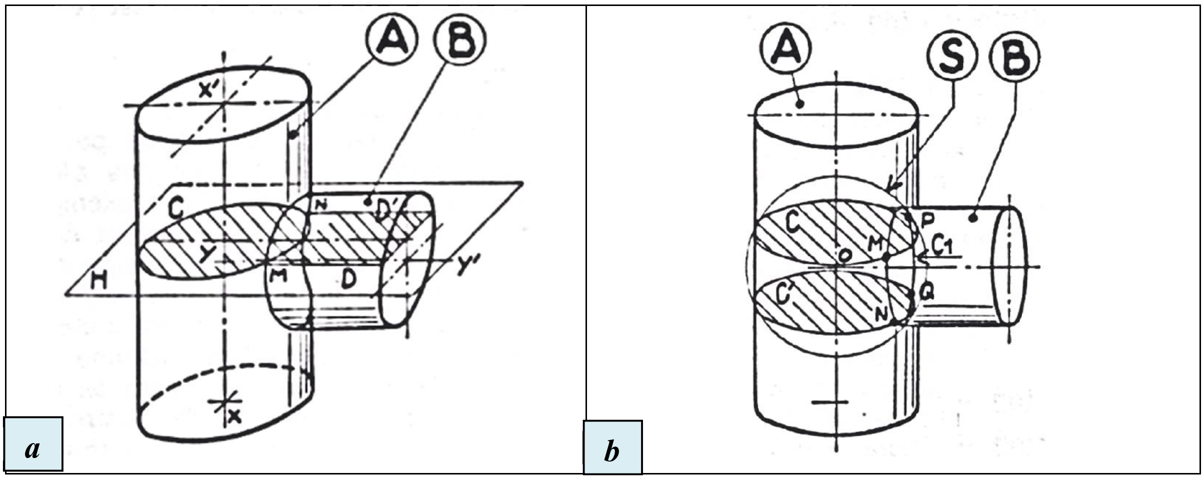


Fig. 3.17. Méthode d'intersection de solide de révolution.

3.3.2. Intersection de deux cylindres

3.3.2.1. Cylindres à axes concourants et perpendiculaires

a. Méthode. Soit un cylindre A à axe vertical et un cylindre B à axe horizontal (**Fig. 3.17a**) ; un plan horizontal H coupe A suivant un cercle C, et B suivant deux génératrices D et D' qui coupent C en M et N ; ce sont des points de l'intersection cherchée.

b. Epure (**Fig. 3.18a**). Le plan horizontal H coupe A suivant un cercle se projetant horizontalement suivant la base du cylindre ; il coupe B suivant deux génératrices se projetant en m" et n" sur le plan de profil, en mp et nq sur le plan horizontal (observer la correspondance entre les deux projections) ; enfin les points m et n se rappellent en m' et n^1 sur le plan H ; ce sont des points de l'intersection. Le plan Hj contenant l'axe yy' donne les points c' et d^1 confondus sur l'axe ; enfin la courbe se termine en a' et b'. De même, l'intersection des deux cylindres par la sphère auxiliaire S donne le point m'n' et le symétrique de m'n' par rapport à yy' ; la sphère tangente au cylindre A donnerait le point c'd'.

c. Cas particulier (**Fig. 3.18b**). Si les diamètres des deux cylindres sont égaux, l'intersection se projette suivant deux segments de droite perpendiculaires.

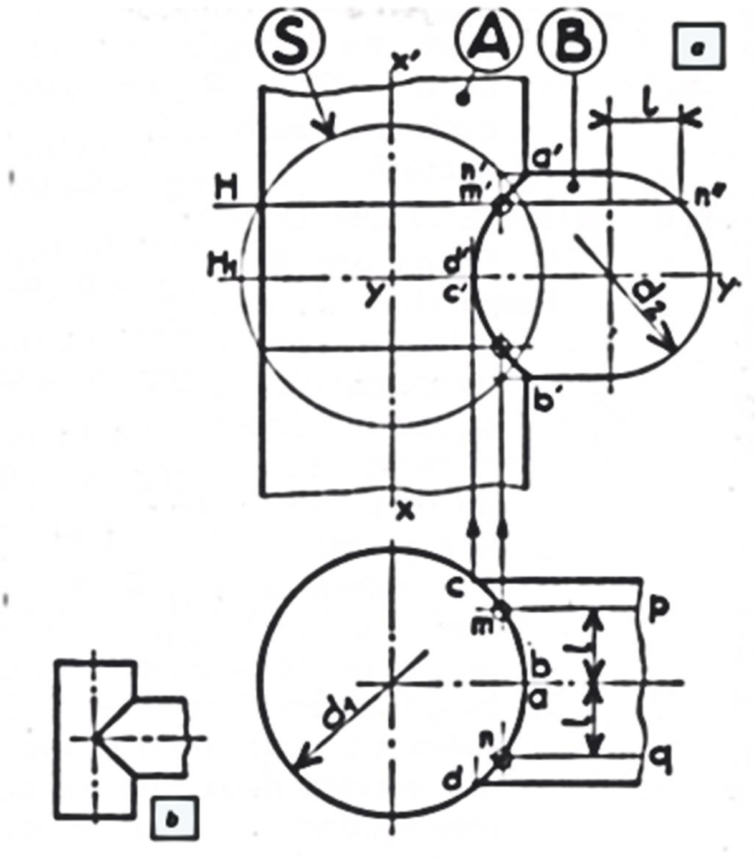


Fig. 3.18. Méthode d'intersection de cylindres à axes concourants et perpendiculaires.

3.3.2.2. Cylindres à axes concourants et obliques (Fig. 3.19a).

On coupe les cylindres par des plans parallèles au plan des axes (plans de front F sur la figure) ; l'intersection avec chacun des cylindres se compose de deux génératrices DD', LL' qui se coupent en des points m'n' que l'on rappelle en profil en m"n", où ils donnent deux couples de points par symétrie. Le plan Fj donne les points ab, a'b', a"b" ; le plan F_2 donne le point d qui se rappelle en d' (sur l'axe) et en c"d". En profil, la courbe ne présente qu'un axe de symétrie ; horizontalement, la courbe se confond avec la base du cylindre vertical. Si les diamètres des cylindres sont égaux, l'intersection se projette, comme dans le cas où les axes sont perpendiculaires, suivant deux segments de droite perpendiculaires.

3.3.2.3. Cylindres à axes non concourants, mais orthogonaux

Exemple : **Fig. 3.19b**; l'un des cylindres est à axe vertical, l'autre a son axe de bout. Coupons ces deux cylindres par des plans horizontaux. Le plan H coupe le cylindre vertical suivant un cercle de rayon R_2 et le cylindre de bout suivant deux génératrices dont l'une se projette .frontalement au point m'n' ; sa projection horizontale coupe le cercle O_2 (R_2) en m et n qui appartiennent à l'intersection ; rappeler ces points sur le plan de profil en m"n". Le plan H_1 passant par c'd' donne en profil les points c"d" où la courbe d'intersection est tangente au contour apparent du cylindre vertical. Les plans H_2 et H_3 donnent les points a" et b" où la tangente est horizontale. Sur le plan de front, l'intersection se projette sur le cercle O_1 (R_1) ; sur le plan horizontal, elle se projette sur le cercle 0_2 (R_2) ; en profil, la courbe ne présente qu'un axe de symétrie. La forme de la courbe dépend de la distance d'axes des deux cylindres ; si $d > R_1$, la courbe a une forme ovale (**Fig. 3.20a**) ; si $d = R_1$ cette courbe est tangente au contour apparent du cylindre vertical ; si $d < R_1$, la courbe présente un étranglement (**Fig. 3.20b**) ; elle a la forme d'un 8 dans le cas particulier où $d = R_1 — R_2$ (**Fig. 3.20c**) ; enfin si $d < R_1 — R_2$, l'intersection se compose de deux courbes distinctes (**Fig. 3.19b**, sur laquelle une seule courbe est représentée).

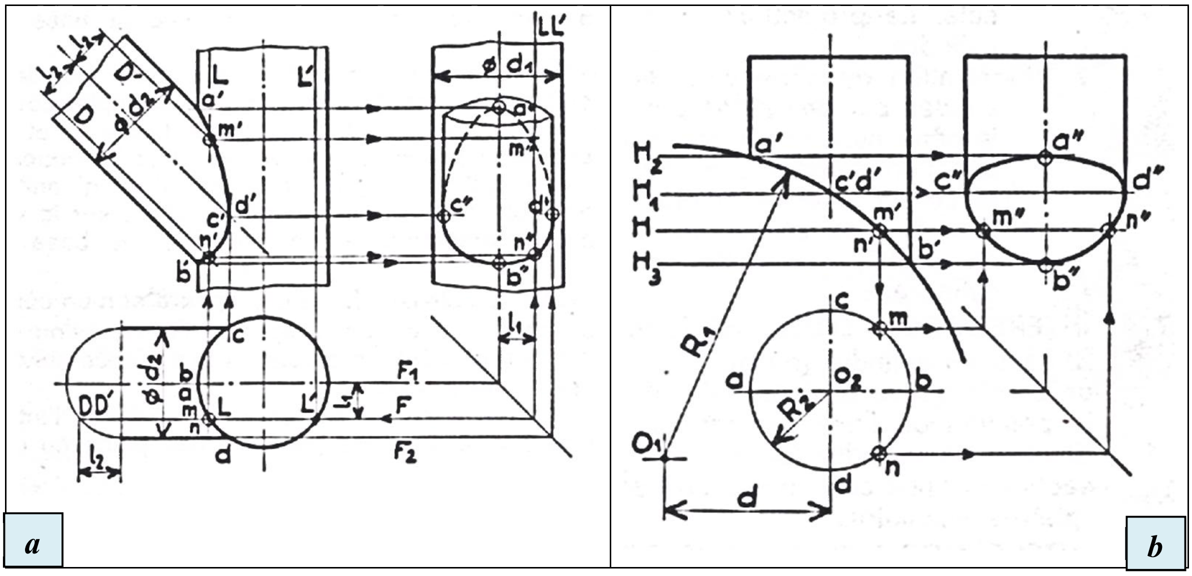


Fig. 3.19. Méthode d'intersection de solide à axes concourants et obliques.

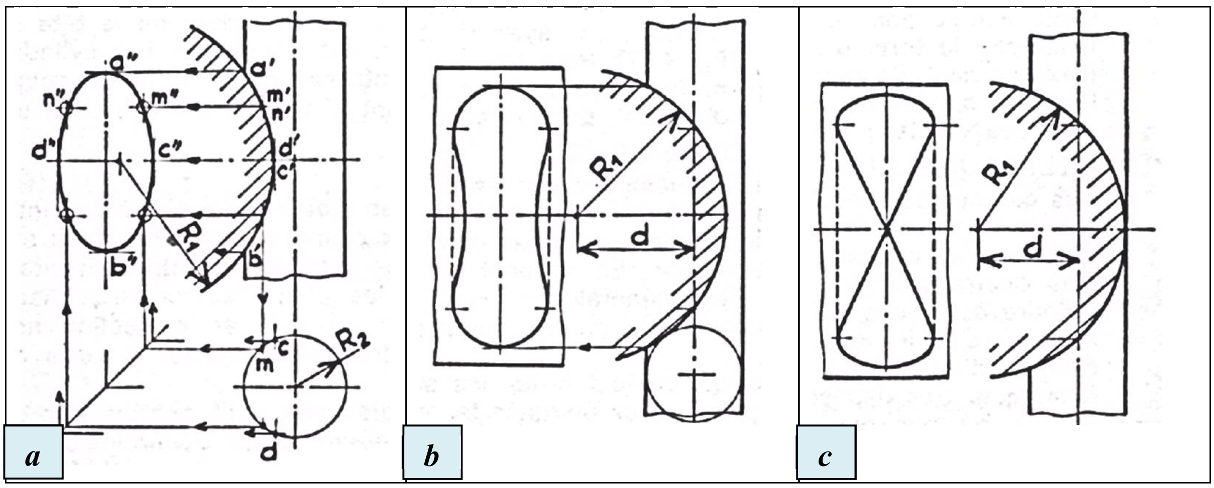
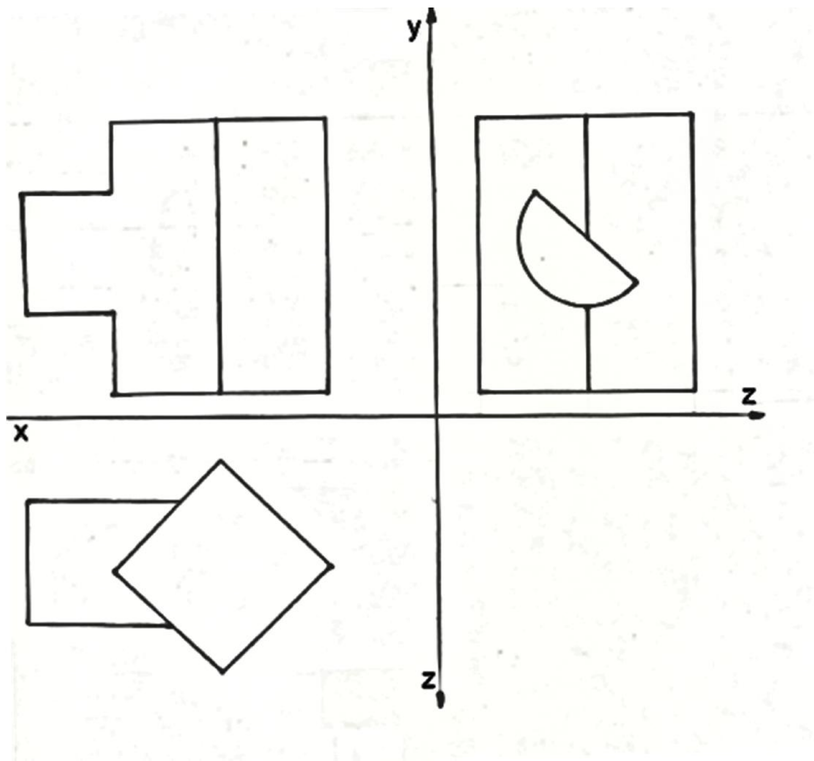


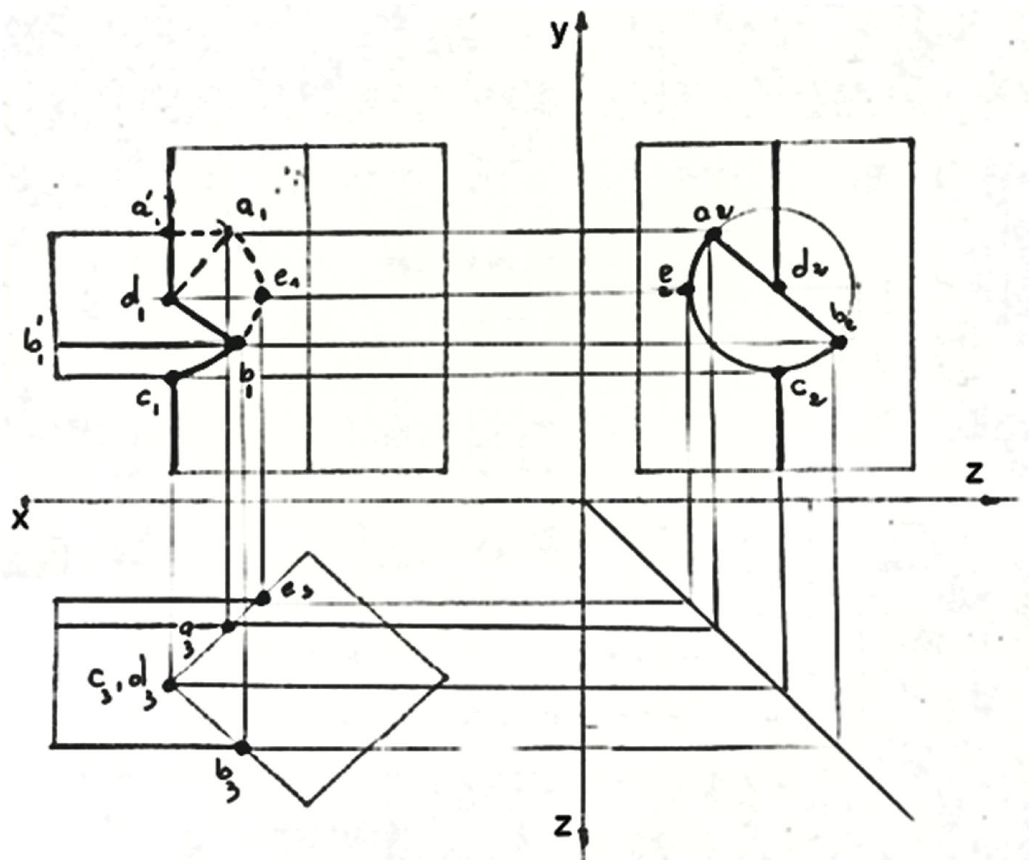
Fig. 3.20. Méthode d'intersection de solide à axes concourants.

3.3.3. Applications

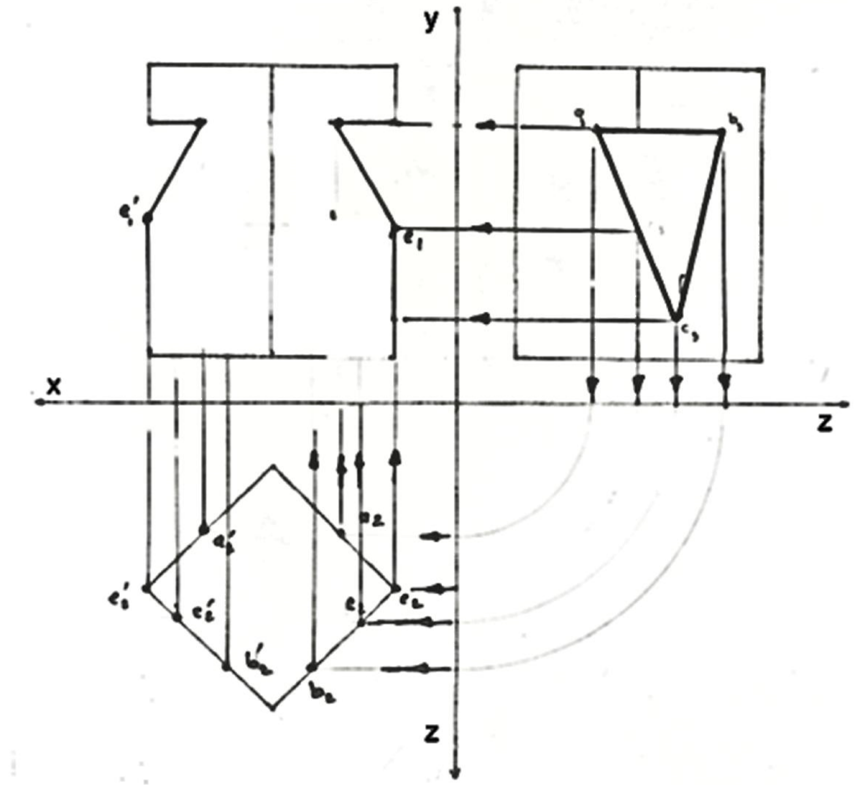
- **Exercice 1 :** Compléter la projection sur le plan de frontal.



- **Solution d'exercice 1**



- **<u>Exercice 1</u> :** Compléter la projection sur le plan de frontal.



- **<u>Solution d'exercice 1</u>**