

TD N°3

Exercice 1

Calculez les transformées de Laplace des fonctions temporelles suivantes :

a) $f(t) = e^{-at}$
 b) $f(t) = \cos(\omega t)$
 c) $f(t) = t^n \quad n \geq 1$
 d) $f(t) = t^5 e^{2t}$
 e) $f(t) = 3(1 - e^{-4t})$
 f) $f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$
 g) $f(t) = \begin{cases} A e^{-\alpha t} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

h) $f(t) = e^{-0.5t} u(t - 2)$
 i) $f(t) = \frac{t^2}{2}$
 j) $f(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{4})$
 k) $f(t) = e^{-0.5t} \sin(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi)$
 l) $f(t) = t.e^{-at} .\delta(t - 1)$
 m) $f(t) = t.u(t - 2) + \sin(2\pi t - \frac{\pi}{4}).u(t - 3)$

Exercice 2

Calculez les transformées inverses de Laplace des fonctions suivantes :

a) $F(p) = \frac{2}{p(p+1)(p-2)}$
 b) $F(p) = \frac{p(p+2)}{p^2 + 2p + 2}$
 c) $F(p) = \frac{2p^2 + 7p + 8}{p^2 + 3p + 2}$
 d) $F(p) = \frac{5p + 16}{(p+2)^2(p+5)}$
 e) $F(p) = \frac{2(p+2)}{p^2 - 2p + 2}$
 f) $F(p) = \frac{5(p+2)}{p^2(p+1)(p+3)}$

Exercice 3

Résolution d'équations différentielles en utilisant les transformées de Laplace :

a) $\ddot{y}(t) + 3y(t) = \sin(t)$ avec $y(0) = 1; \dot{y}(0) = 2$
 b) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 20y(t) = 4$ avec $y(0) = -2; \dot{y}(0) = 0$
 c) $\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 5\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} = 0$ avec $y(0) = 3; \dot{y}(0) = -2; \ddot{y}(0) = 7$

Exercice 4

En utilisant les théorèmes des valeurs initiale et finale, calculez $s(t \rightarrow 0^+)$ et $s(t \rightarrow \infty)$ pour les fonctions suivantes :

a) $S(p) = \frac{p^2 + 2p + 4}{p^3 + 3p^2 + 2p}$
 b) $S(p) = \frac{p^3 + 2p^2 + 6p + 8}{p^3 + 4p}$