

Exo1: Calculer les intégrales définies suivantes

- 1) $\int \frac{x+1}{(x-1)^2(x-2)^3(x^2+1)} dx$, $\int \frac{dx}{x^3+1}$, $\int \frac{x^2}{6-x^3} dx$, $\int \frac{4dx}{x^4+1}$, $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ 2) $\int \sqrt{x+x+2} dx$,
- 3) $\int \sqrt{x^2+3x+2} dx$, 4) $\int \sqrt{2-x-x^2} dx$, 5) $\int \sqrt{t^2-x-x^2} dx$, 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+3}}$,
- 7) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+x+1}}$, 8) $\int \frac{dx}{\sqrt{7-x^2}}$ 9) $\int \frac{dx}{\sqrt{(7-x^2)^3}}$, 9) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x-1}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+b^2x^2}}$ 10) $\int x \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}} dx$,
- 11) $\int \sqrt{\frac{3-x}{4+x}} dx$, $\int \sqrt{\frac{2+3x}{-3+x}} dx$, $\int \frac{\sqrt{x^3-\sqrt[3]{x}}}{6\sqrt[4]{x}} dx$, $\int \frac{7\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt[7]{x+1}\sqrt[4]{x^{15}}} dx$ $\int \frac{\sqrt[6]{x+1}}{\sqrt[6]{x^7+\sqrt[4]{x^5}}} dx$, $\int \frac{2+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x+\sqrt[3]{x+\sqrt{x+1}}}} dx$ 12) $\int_0^{\sqrt{2}} \sin x dx$, 13) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$ 14) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$, 15) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin x dx$, 16) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+2}}$, 17) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x+1}$, 18) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+2x+2}$, 19) $\int_1^4 \frac{xdx}{\sqrt{2x+4}}$, 20) $\int e^{-ax} \cos bxdx$ 21) $\int e^{-ax} \sin(bx+\theta) dx$, 22) $\int_0^1 x^{n-1} \ln^k x dx$ 23) $\int \sin x \cos^2 x dx$, 24) $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$, 25) $\int \frac{\cos^3 x dx}{5+\sin^2 x}$, 26) $\int \frac{\cos x dx}{6-5\sin x+\sin^2 x}$, 27) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$, 28) $\int \sin^4 x dx$, $\int \cos^4 x \sin^4 x dx$ 29) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$. 30) $\int \frac{\sqrt[3]{\tan^2 x}}{\cos^2 x} dx$, 31) $\int \arcsin \sqrt{\frac{x+1}{x}} dx$

EXo2

- 1) Partant de l'égalité $\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$ où $a > 0$, Trouver pour l'entier $n > 0$ la valeur de $\int_0^{+\infty} x^n e^{-ax} dx$.
- 2) Partant de l'égalité $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{\pi}{2a}$ où $a > 0$, Trouver pour l'entier $n > 0$ la valeur de $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.

Exo3 Calculer l'aire délimitée par

- 1) la sinusoïde $y = \sin x$ et l'axe Ox lorsque $0 \leq x \leq 2\pi$.
- 2) les courbes $y = x^2$ et $y = \sqrt{x}$.
- 3) $y^2 = 9x$ et $y = 3x$.
- 4) la courbe $xy = x^2$ et l'axe Ox et les droites $x = a$ et $x = 2a$.
- 5) l'hypocycloïde $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
- 6) la chaînette $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ l'axe oy la droite $x = a$.
- 7) la courbe $y = x^3$ et l'axe Oy et la droite $y = 2$.
- 8) les paraboles $y^2 = 2ax$, et $x^2 = 2ay$.
- 9) les courbes $y = x^3$, $y = 2x$, $y = x$.
- 10) un arc de cycloïde $x = a(1 - \sin t)$ et $y = a(1 - \cos t)$ et l'axe des abscisses.
- 11) l'hypocycloïde $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.
- 12) la lemniscate $\rho^2 = a^2 \cos 2\theta$.
- 13) une boucle de la courbe $\rho = a \sin 2\theta$
- 14) la courbe $\rho = a \cos 3\theta$

Exo4: Trouver la longueur

- 1) totale de $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
- 2) de l'arc de la parabole semi-cubique $ay^2 = x^3$ de l'origine des coordonnées au point $x = 5a$.
- 3) de la chanette $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ de l'origine des coordonnées au point (x, y) .
- 4) de l'arc de la courbe $y = 1 - \ln \cos t$ entre les limites $x = 0$ et $x = \frac{\pi}{4}$.
- 5) de la première spire de la spirale $\rho = a\theta$ à partir du pôle, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
- 6) de la spirale $\rho = e^{a\theta}$ à partir du pôle au point (ρ, θ) .
- 7) de la développée de l'ellipse $x = \frac{c^2}{a} \cos^3 t$, $y = \frac{c^2}{b} \sin^3 t$.

Exo5 Trouver le centre de gravité du

- 1) quart d'ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($x \geq 0$, $y \geq 0$).
- 2) de la figure délimitée par la parabole $x^2 + 4y - 16 = 0$ et l'axe ox .
- 3) de la surface plane délimitée par les courbes $y = \sin x$ et $y = 0$ et $0 \leq x \leq \pi$.
- 4) d'une aire plane délimitée par les paraboles $y^2 = 20x$ et $x^2 = 20y$.
- 5) de l'aire d'un secteur circulaire d'angle au centre 2α et de rayon R .

Exo6 Calculer les intégrales

- 1) $\int_0^1 \int_1^2 (x^2 + y^2) dx dy$, 2) $\int_1^2 \int_1^2 \frac{xdy}{(x+y)^2}$, 3) $\int_1^2 \int_x^{\sqrt{x}} xy dx dy$, 4) $\int_0^a \int_{\frac{x}{a}}^{\frac{x}{x^2+y^2}} \frac{xdy}{x^2+y^2}$,
- 5) $\int_1^2 \int_{y-a}^y \frac{xdy}{\sqrt{y}}$, 6) $\int_1^2 \int_{x-a}^x \frac{x}{x^2+y} dx dy$, 7) $\int_1^2 \int_1^2 \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$.

Exo7: définir les bornes d'intégration pour l'intégrale $\int \int_D f(x, y) dx dy$

- 1) $x = 2$, $x = 3$, $y = -1$, $y = 5$.
- 2) $y = 0$, $y = 1 - x^2$.
- 3) $x^2 + y^2 = r^2$.
- 4) $y = \frac{2}{x^2+1}$, $y = x^2$.
- 5) $y = 0$, $y = a$, $y = x$, $y = x - 3a$.

Exo8) calculer les intégrales suivantes en passant en coordonnées polaires

- 1) $\int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy$, 2) $\int_0^\pi \int_0^R \rho \sqrt{R^2 - \rho^2} d\rho d\theta$, 3) $\int_0^{2R} \int_0^{\sqrt{2Rx-x^2}} (x^2 + y^2) dx dy$.

Exo9 Transformer les intégrales doubles suivantes en introduisant les nouvelles variables u et v liées à x et y par $x = u - uv$ $y = uv$

- 1) $\int_0^e \int_{2x}^{3x} f(x, y) dx dy$, 2) $\int_0^a \int_0^b f(x, y) dx dy$

Exo 10 calculer l'aire de la figure délimitée par

- 1) la parabole $y^2 = 2x$, et la droite $y = x$.
- 2) les courbes $y^2 = 4ax$, $x + y = 3a$, $y = 0$.
- 3) les courbes $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x + y = a$,
- 4) l'aire de la boucle de la courbe $\rho = r \sin 2\theta$.
- 5) l'aire de la boucle de la courbe $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right)^2 = \frac{2xy}{c^2}$

6) de la partie du cylindre d'équation $x^2 + y^2 = r^2$ découpé par le cylindre $x^2 + z^2 = r^2$.