

Chapitre 3

Alimentations à découpage isolées

Contenu

- 1- Classification des alimentations à courant continu (DC-DC)
- 2- Classification des alimentations DC-DC à découpage
- 3- Classification des alimentations DC-DC à découpage isolées
- 4- Alimentations DC-DC à découpage asymétriques
 - Alimentation à découpage de type Flyback
 - Alimentation à découpage de type Forward
- 5- Alimentations DC-DC à découpage symétriques
 - Alimentation à découpage de type push-pull
 - Alimentation à découpage en pont

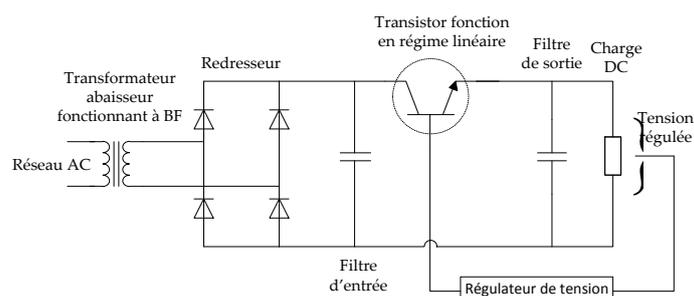
1- Classification des alimentations à courant continu

Une alimentation à courant continu peut être linéaire ou à découpage.

a- Alimentation linéaire (Linear Regulated Power Supply)

Schéma de principe

Dans une alimentation linéaire, dont le schéma de principe est représenté sur la figure ci-dessous, le transistor fonctionne en régime linéaire et le transformateur assurant l'isolation fonctionne à basses fréquences.

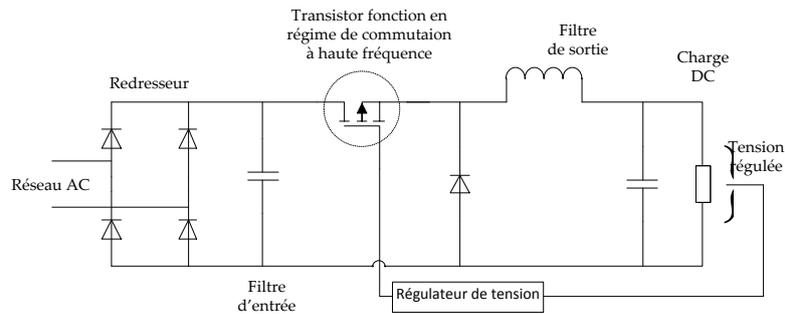


L'alimentation linéaire est stable et simple à réaliser mais souffre d'un faible rendement et un volume et un poids élevés.

b- Alimentation à découpage (Switching Mode Power Supply: SMPS)

Schéma de principe

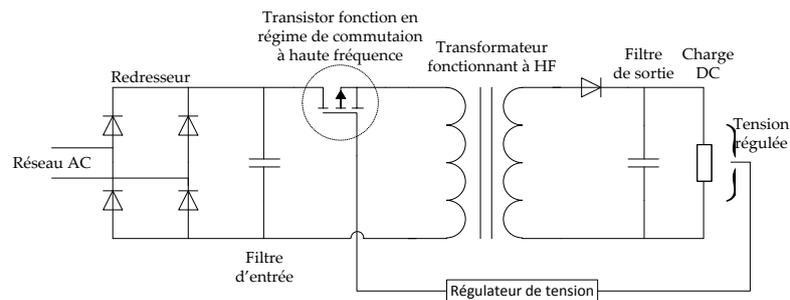
Dans une alimentation à découpage, dont le schéma de principe est représenté sur la figure ci-dessous, le transistor fonctionne en régime de commutation.



2- Classification des alimentations DC-DC à découpage

Une alimentation DC-DC à découpage peut être isolée ou non isolée.

- Une alimentation à découpage non isolée est une alimentation qui ne comporte pas un transformateur. Elle est connue sous le nom de hacheur, voir la figure ci-dessus.
- Une alimentation à découpage isolée est une alimentation dotée d'un transformateur à noyau en ferrite fonctionnant à hautes fréquences. Elle est connue souvent sous le nom d'alimentation à découpage.



Objectifs d'une alimentation à découpage isolée

Les alimentations à découpage isolées ont comme buts :

- L'amélioration du rendement,
- La diminution du poids et du volume.

3- Classification des alimentations DC-DC à découpage isolées

Selon la forme de la courbe $B(H)$, on distingue deux types des alimentations à découpage isolées: les alimentations à découpage isolées asymétriques et les alimentations à découpage isolées symétriques.

- Alimentations à découpage isolées asymétriques

Dans ce cas, le fonctionnement du circuit magnétique du transformateur n'est possible que dans un seul quadrant du plan $B(H)$ où l'induction B est toujours positive.

Exemples : Alimentations Flyback et Forward

- Alimentations à découpage isolées symétriques

Dans ce cas le cycle magnétique du transformateur est symétrique par rapport à l'origine dans le plan $B(H)$.

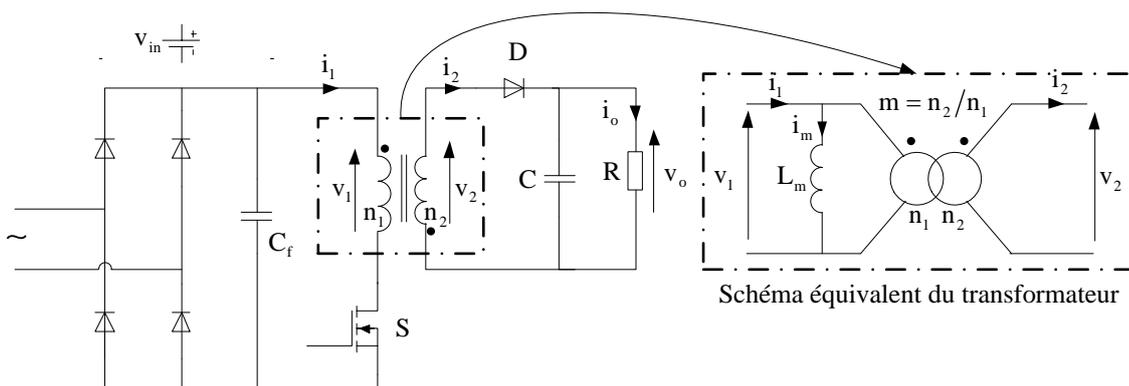
Exemples : Alimentations push-pull, en demi-pont et en pont complet.

4- Alimentations à découpage asymétriques

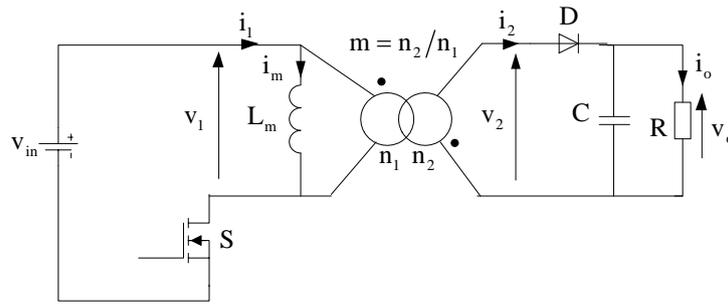
4.1- Alimentation Flyback

Schéma de principe

L'alimentation à découpage de type flyback, représentée sur la figure ci-dessous, est basée sur le principe d'un hacheur à accumulation inductive dont l'inductance a été remplacée par deux inductances couplées formant le transformateur.



En remplaçant le redresseur et sa capacité de filtrage par une source de tension continue et le transformateur par son schéma équivalent, on obtient le circuit ci-dessous :



Hypothèses simplificatrices

- Le circuit magnétique du transformateur est linéaire ;
- Les résistances des enroulements sont négligeables ;
- Le transistor et la diode sont des composants parfaits.
- Les ondulations de la tension de sorties sont négligeables.

Analyse du fonctionnement sur une période de commutation

Selon que le flux dans le circuit magnétique s'annule ou non durant une période de commutation T_s , le convertisseur Flyback possède deux modes de fonctionnement :

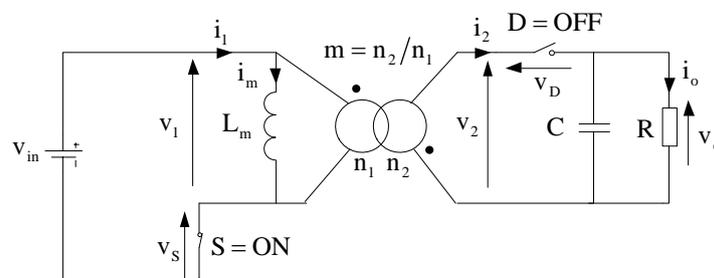
- Fonctionnement en démagnétisation incomplète ;
- Fonctionnement en démagnétisation complète.

a) Fonctionnement en démagnétisation incomplète

Durant ce mode de fonctionnement le flux dans le circuit magnétique ne s'annule pas durant T_s . C'est pour cette raison que ce mode est dit mode de conduction continue.

Phase 1 : $t \in [0, DT_s]$

Durant cette phase le transistor est passant et la diode est bloquée, comme le montre la figure ci-dessous.



Durant cette phase le transistor est saturé (S=ON). Il en résulte :

Les tensions primaire et secondaire du transformateur sont :

$$v_1 = v_{in}$$

$$v_2 = -mv_1 = -mv_{in} \text{ avec } m = \frac{n_2}{n_1}$$

La tension aux bornes de la diode est: $v_D = v_2 - v_o = -(mv_{in} + v_o) < 0$

Donc, la diode est bloquée du fait qu'elle est polarisée en inverse (D=OFF), ce qui en résulte : $i_2 = 0$

Expression du courant magnétisant :

$$v_1 = v_{in} = L_m \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m(t) = \frac{v_{in}}{L_m} t + i_{m\min} = i_1(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{m\max} = i_m(DT_s) = \frac{v_{in}DT_s}{L_m} + i_{m\min}$$

L'expression de l'ondulation du courant magnétisant est :

$$\Delta i_m = i_{m\max} - i_{m\min} = \frac{v_{in}DT_s}{L_m}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

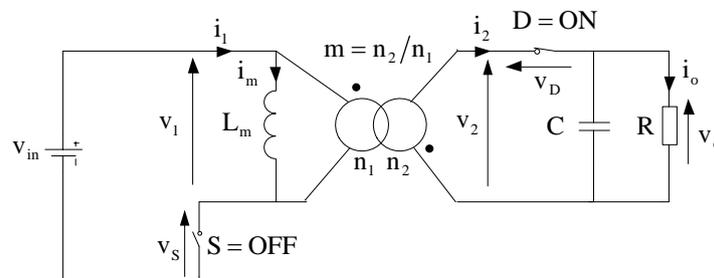
$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_m \text{ avec } i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } i_1 = i_m.$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m = \frac{v_{in}}{L_m} t + i_{m\min}$$

Phase 2 : $t \in [DT_s, T_s]$

Durant cette phase le transistor est bloqué et la diode est passante comme le montre la figure suivante :



Le blocage du transistor S conduit à la conduction de la diode D. Ceci donne :

$$i_1 = 0$$

Les tensions primaire et secondaire du transformateur sont :

$$v_2 = v_o$$

$$v_1 = -\frac{v_2}{m} = -\frac{v_o}{m}$$

La tension aux bornes du transistor bloqué est: $v_s = v_{in} - v_1 = v_{in} + \frac{v_o}{m} > 0$

Expression du courant magnétisant :

$$v_1 = -\frac{v_o}{m} = L_m \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m(t) = -\frac{v_o}{mL_m}(t - DT_s) + i_{m \max}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{m \min} = i_m(T_s) = -\frac{v_o(1-D)T_s}{mL_m} + i_{m \max}$$

L'expression de l'ondulation du courant magnétisant est :

$$\Delta i_m = i_{m \max} - i_{m \min} = \frac{v_o(1-D)T_s}{mL_m}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_m \quad \text{avec } i_1 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant secondaire :

$$i_2 = \frac{i_m}{m} = -\frac{v_o}{m^2 L_m}(t - DT_s) + \frac{i_{m \max}}{m}$$

Calcul de la tension de sortie

En égalisant les deux expressions de l'ondulation du courant magnétisant, il vient :

$$\frac{v_{in} DT_s}{L_m} = \frac{v_o(1-D)T_s}{mL_m} \Rightarrow v_{in} D = \frac{v_o(1-D)}{m}; \text{ ceci conduit à la relation suivante donnant la tension de}$$

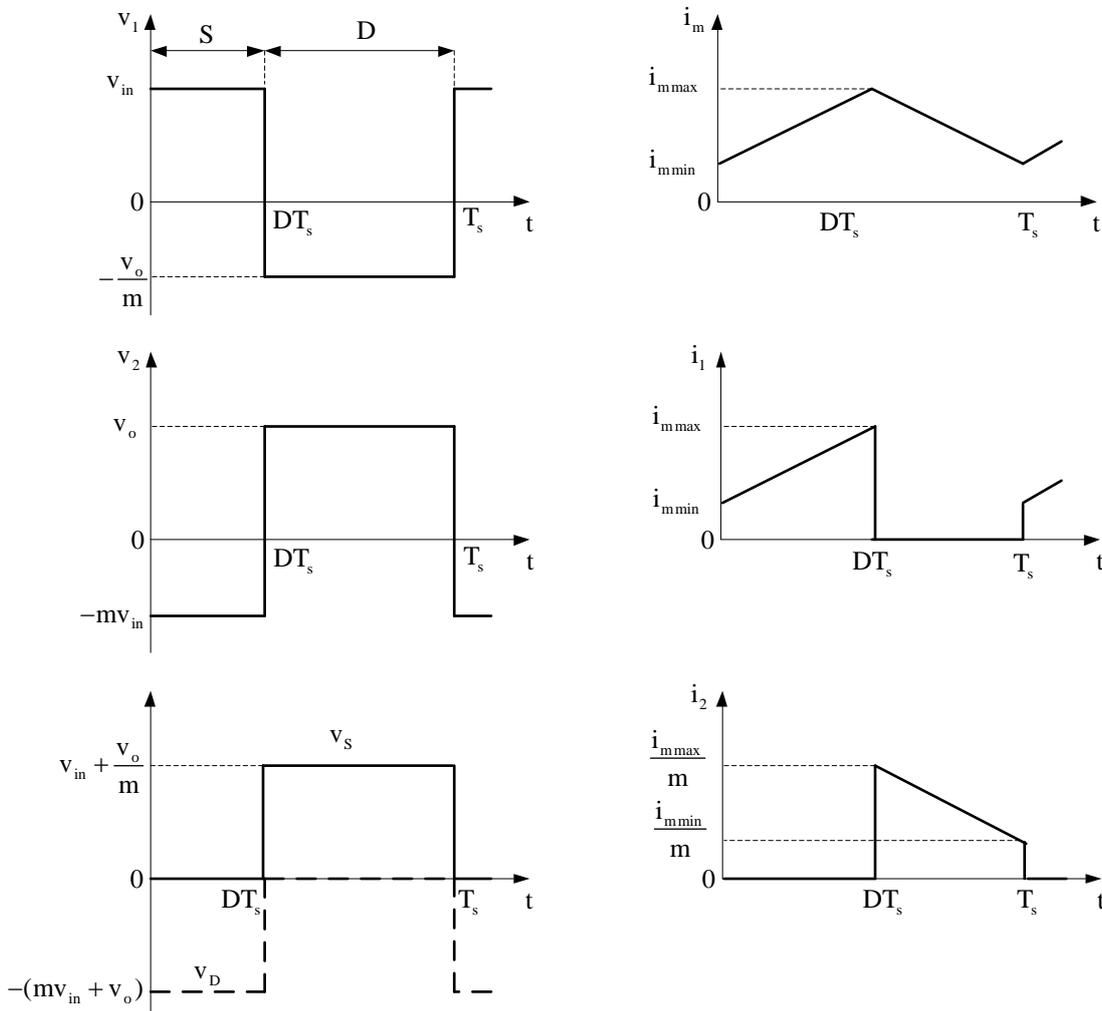
sortie:

$$v_o = \frac{D}{1-D} m v_{in}$$

Cette expression est similaire à celle d'un hacheur à accumulation inductive où la tension de sortie est indépendante de la charge. De ce fait, l'alimentation Flyback fonctionnant en démagnétisation incomplète se comporte comme une source de tension.

Formes d'ondes

L'évolution des différentes grandeurs sur une période de fonctionnement est présentée sur la figure suivante.

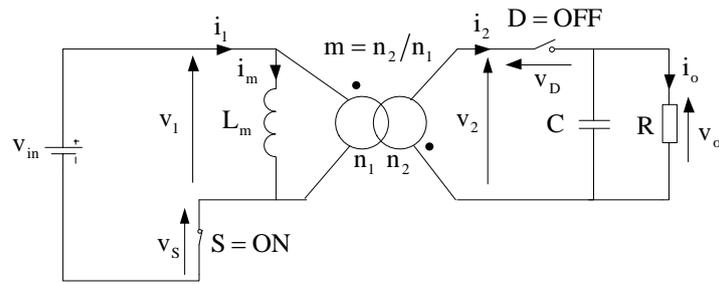


b) Fonctionnement en démagnétisation complète

Ce mode de fonctionnement est dit mode discontinu du fait que le flux dans le circuit magnétique (CM) s'annule durant une période de commutation. Dans ce cas, la magnétisation du CM est réalisée par la bobine primaire et sa démagnétisation par la bobine secondaire.

Phase 1 : $t \in [0, DT_s]$

Durant cette phase le transistor est saturé (S=ON) et la diode est bloquée (D=OFF) comme le montre la figure ci-dessous :



Les tensions primaire et secondaire du transformateur sont alors :

$$v_1 = v_{in}$$

$$v_2 = -mv_1 = -mv_{in}$$

La tension aux bornes de la diode bloquée est: $v_D = v_2 - v_o = -(mv_{in} + v_o) < 0$

Donc, la diode est bloquée du fait qu'elle est polarisée en inverse (D=OFF), ce qui en résulte : $i_2 = 0$

Expression du courant magnétisant :

$$v_1 = v_{in} = L_m \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m(t) = \frac{v_{in}}{L_m} t = i_1(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{m\max} = i_m(DT_s) = \frac{v_{in}DT_s}{L_m}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

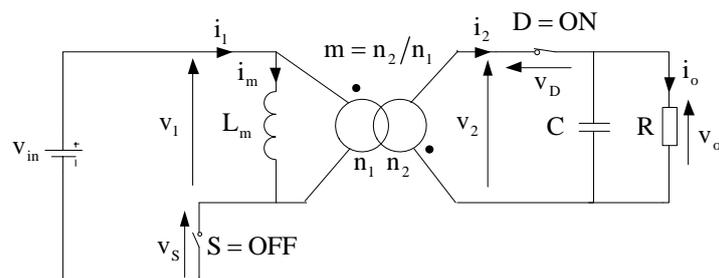
$$n_1i_1 + n_2i_2 = n_1i_m \text{ avec } i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } i_1 = i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m = \frac{v_{in}}{L_m} t$$

Phase 2 : $t \in [DT_s, D'T_s]$

Le blocage du transistor S conduit à la conduction de la diode D comme le montre la figure ci-dessous :



Les tensions primaire et secondaire du transformateur sont :

$$v_2 = v_o$$

$$v_1 = -\frac{v_2}{m} = -\frac{v_o}{m}$$

La tension aux bornes du transistor bloqué est: $v_s = v_m - v_1 = v_m + \frac{v_o}{m} > 0$. Comme le transistor est bloqué, le courant primaire est donc nul :

$$i_1 = 0$$

Expression du courant magnétisant :

$$v_1 = -\frac{v_o}{m} = L_m \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m(t) = -\frac{v_o}{mL_m}(t - DT_s) + i_{m \max}$$

Ce courant s'annule à l'instant $D'T_s$ tel que: $i_m(D'T_s) = 0$

$$-\frac{v_o(D' - D)T_s}{mL_m} + i_{m \max} = 0 \text{ avec } i_{m \max} = \frac{v_{in}DT_s}{L_m}$$

$$-\frac{v_o(D' - D)T_s}{mL_m} + \frac{v_{in}DT_s}{L_m} = 0 \Rightarrow -v_o(D' - D) + v_{in}Dm = 0 \text{ donc } D' \text{ est calculé par :}$$

$$D' = \frac{(mv_{in} + v_o)}{v_o} D$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_m \text{ avec } i_1 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant secondaire :

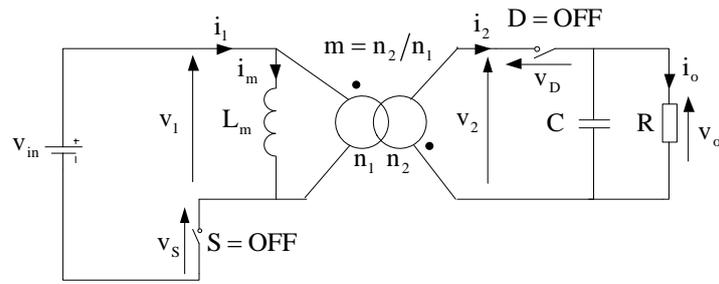
$$i_2 = \frac{i_m}{m} = -\frac{v_o}{m^2 L_m}(t - DT_s) + \frac{i_{m \max}}{m}$$

A l'instant $D'T_s$ le courant i_m s'annule provoquant l'annulation du courant secondaire et par voie de conséquence le blocage de la diode. Donc :

$$i_2 = 0$$

Phase 3 : $t \in [D'T_s, T_s]$

Durant cette phase aucun élément semi-conducteur n'est passant. C'est bien le condensateur qui s'occupe de l'alimentation de la charge.

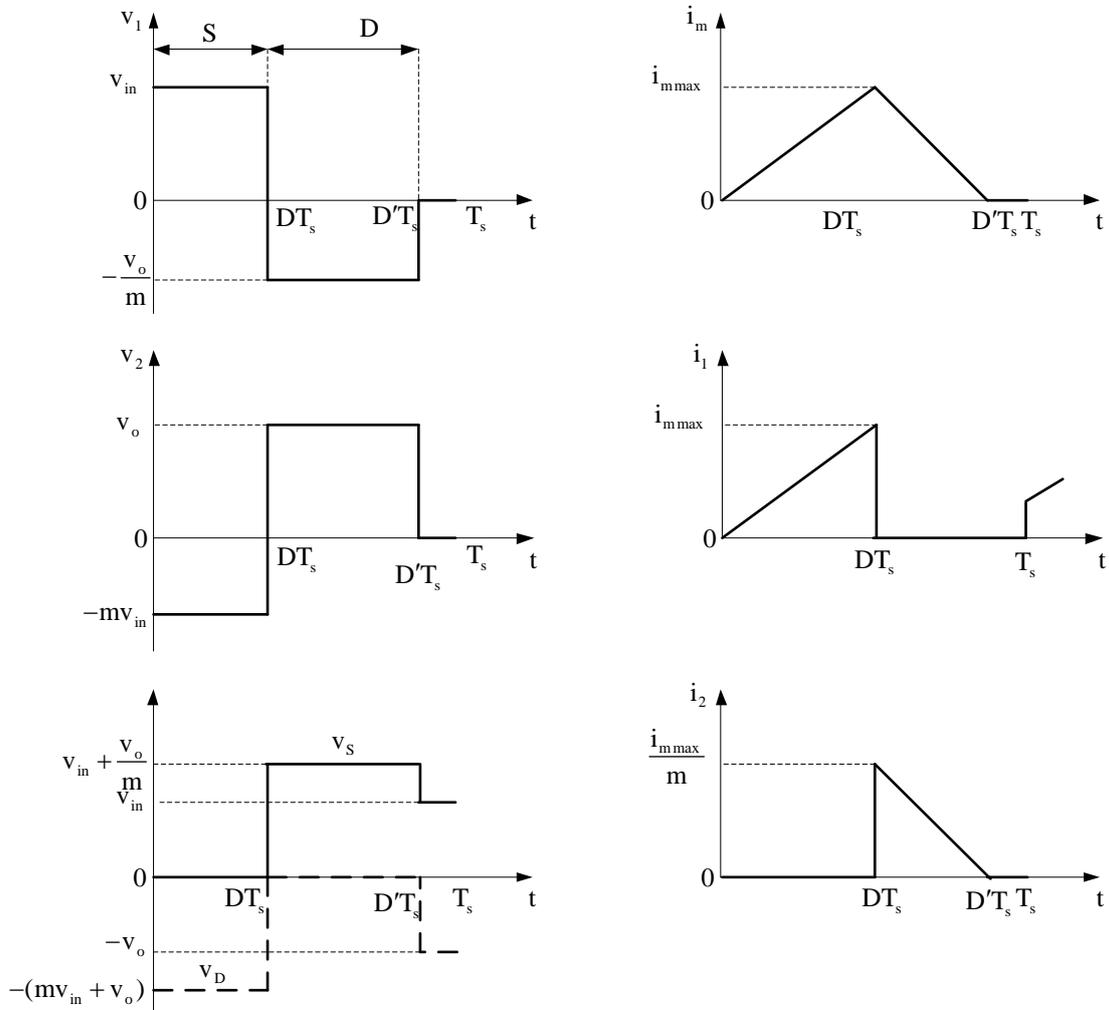


Les tensions primaire et secondaire sont : $v_1 = v_2 = 0$

Les courants primaire et secondaire sont : $i_1 = i_2 = 0$

Formes d'ondes

L'évolution des différentes grandeurs sur une période de fonctionnement est présentée sur la figure suivante.



Calcul de la tension de sortie

En supposant que les pertes dans le convertisseur sont négligeables, l'égalité des puissances d'entrée et de sortie peut être exprimée par:

$$P_{in} = P_o; \text{ avec } P_{in} = \frac{W_{\max}}{T_s} = \frac{1}{2T_s} L_m i_m^2 = \frac{1}{2T_s} L_m \left(\frac{v_{in} D T_s}{L_m} \right)^2 \text{ et } P_o = \frac{v_o}{R}$$

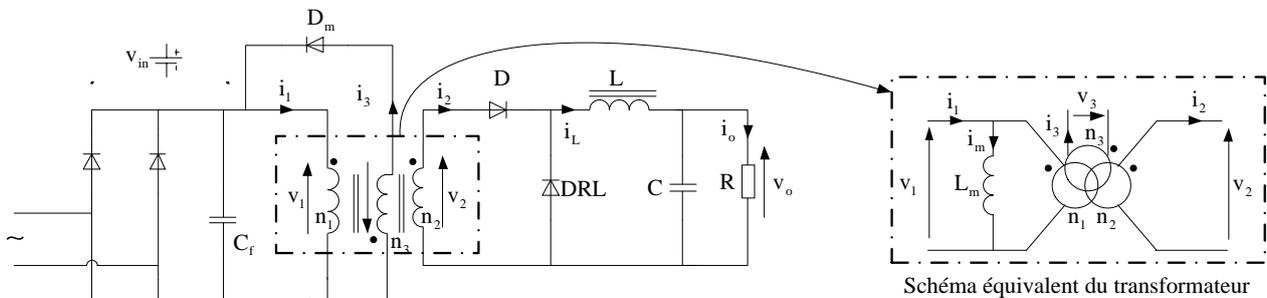
$$\frac{1}{2T_s} L_m \left(\frac{v_{in} D T_s}{L_m} \right)^2 = \frac{v_o^2}{R} \Rightarrow v_o = D v_{in} \sqrt{\frac{R T_s}{2 L_m}}$$

La tension de sortie dépend de la charge. C'est pour cette raison que ce type d'alimentation est équipé par un régulateur de tension qui agit sur le rapport cyclique afin de maintenir la tension de sortie à une valeur constante indépendamment des variations de la charge.

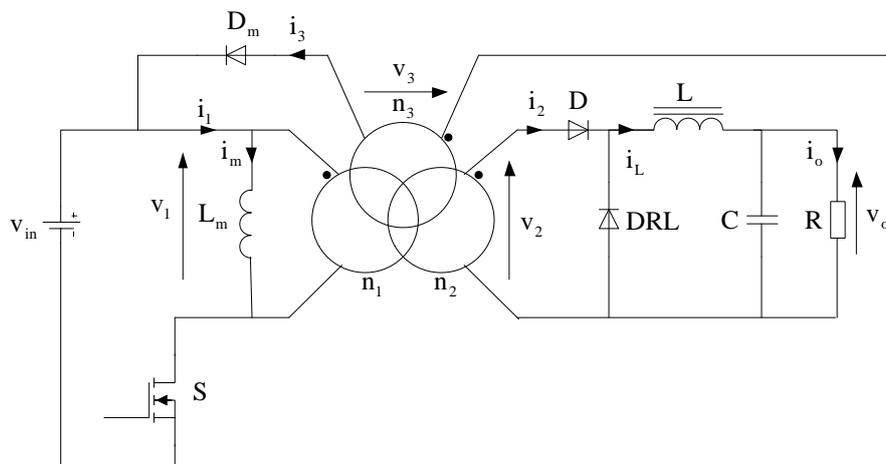
4.2- Alimentation Forward

Schéma de principe

Le principe de l'alimentation forward, représentée sur la figure ci-dessous, découle de celui du hacheur série.



En remplaçant le transformateur par son schéma équivalent et le redresseur et sa capacité de filtrage par une source de tension à courant continu, on obtient le circuit suivant :



Hypothèses simplificatrices

- Le circuit magnétique du transformateur est linéaire ;

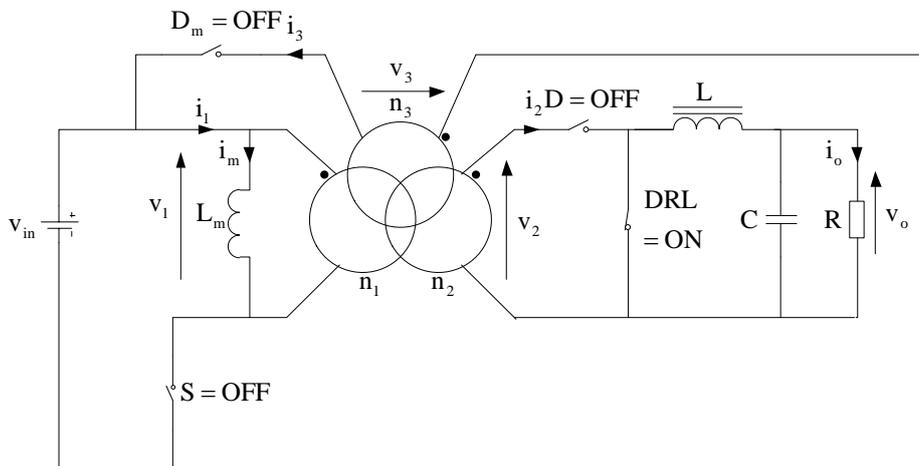
- Le transformateur est sans fuites ;
- Les résistances des enroulements sont négligeables ;
- La capacité de filtrage est suffisante pour lisser la tension de sortie ;
- L'inductance de filtrage est assez importante pour assurer une conduction continue.

Analyse du fonctionnement sur une période de commutation

Ce montage fonctionne en démagnétisation complète réalisée par le troisième enroulement du transformateur.

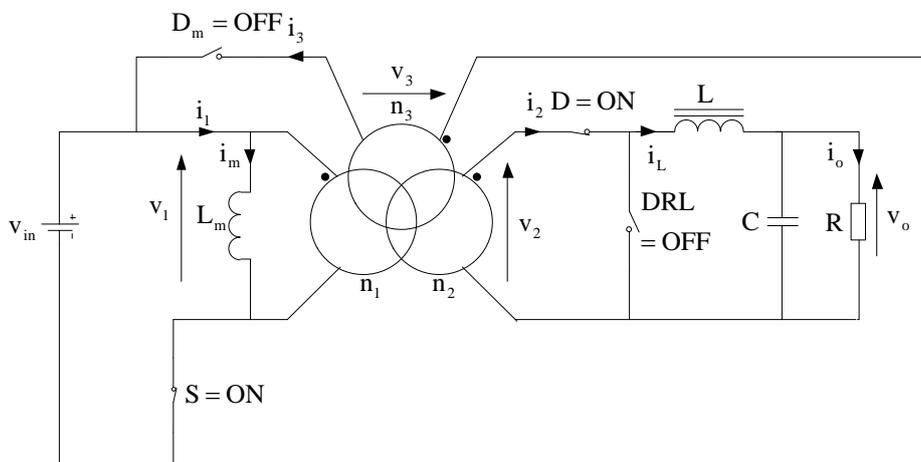
Phase 0 : $t < 0$

C'est une phase de roue libre durant laquelle la diode *DRL* est passante seule.



Phase 1 : $t \in [0, DT_s]$

A $t = 0$ le transistor est saturé ; ce qui entraine le blocage de la diode *DRL* et la conduction de la diode *D*. La diode de démagnétisation *Dm* reste bloquer.



Les tensions aux bornes des enroulements du transformateur sont:

$$v_1 = v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = \frac{n_2}{n_1} v_{in}$$

$$v_3 = \frac{n_3}{n_1} v_1 = \frac{n_3}{n_1} v_{in}$$

La tension aux bornes de la diode de roue libre bloquée est: $v_{DRL} = -v_2 = -\frac{n_2}{n_1} v_{in} < 0$. Donc :

$$i_{DRL} = 0$$

La tension aux bornes de la diode de démagnétisation bloquée est: $v_{Dm} = -v_3 - v_{in} = -\left(\frac{n_3}{n_1} + 1\right)v_{in} < 0$.

Donc :

$$i_3 = 0$$

Expression du courant magnétisant :

$$v_1 = v_{in} = L_m \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m(t) = \frac{v_{in}}{L_m} t$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{m\max} = i_m(DT_s) = \frac{v_{in}DT_s}{L_m}$$

Expression du courant secondaire :

$$L \frac{di_L}{dt} = v_2 - v_o = \frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o \Rightarrow i_L(t) = \frac{\frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o}{L_m} t + i_{L\min} = i_2(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{L\max} = \frac{\frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o}{L_m} DT_s + i_{L\min}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

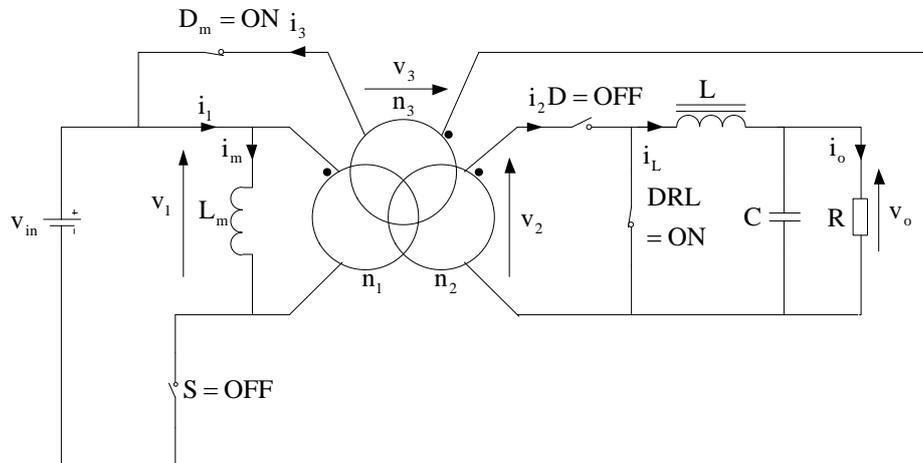
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_3 i_3 = n_1 i_m \quad \text{avec } i_3 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m + \frac{n_2}{n_1} i_2 = \frac{v_{in}}{L_m} t + \frac{n_2}{n_1} i_L$$

Phase 2 : $t \in [DT_s, D'T_s]$

Le blocage du transistor S conduit à la conduction des diodes DRL et D_m et le blocage de la diode D comme le montre la figure ci-dessous :



Les tensions aux bornes des enroulements du transformateur sont:

$$v_3 = -v_{in}$$

$$v_1 = \frac{n_1}{n_3} v_3 = -\frac{n_1}{n_3} v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_3} v_3 = -\frac{n_2}{n_3} v_{in}$$

La tension aux bornes de la diode bloquée D est: $v_{DRL} = v_2 = -\frac{n_2}{n_3} v_{in} < 0$

Expression du courant magnétisant :

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = -\frac{n_1}{n_3} v_{in} \Rightarrow i_m(t) = -\frac{n_1 v_{in}}{n_3 L_m} (t - DT_s) + i_{m \max}$$

Ce courant s'annule à l'instant $D'T_s$ tel que: $i_m(D'T_s) = 0$

$$-\frac{n_1 v_{in}}{n_3 L_m} (D' - D)T_s + i_{m \max} = 0 \text{ avec } i_{m \max} = \frac{v_{in} DT_s}{L_m}$$

$$-\frac{n_1 v_{in}}{n_3 L_m} (D' - D)T_s + \frac{v_{in} DT_s}{L_m} = 0 \Rightarrow -(D' - D) + \frac{n_3}{n_1} D = 0 \text{ donc } D' \text{ est calculé par :}$$

$$D' = \left(1 + \frac{n_3}{n_1}\right) D$$

A l'instant $D'T_s$ le circuit magnétique est complètement démagnétisé.

Expression du courant secondaire

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_o \Rightarrow i_L(t) = -\frac{v_o}{L_m}(t - DT_s) + i_{L_{\max}}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{L_{\min}} = i_L(T_s) = -\frac{v_o}{L_m}(1 - D)T_s + i_{L_{\max}}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

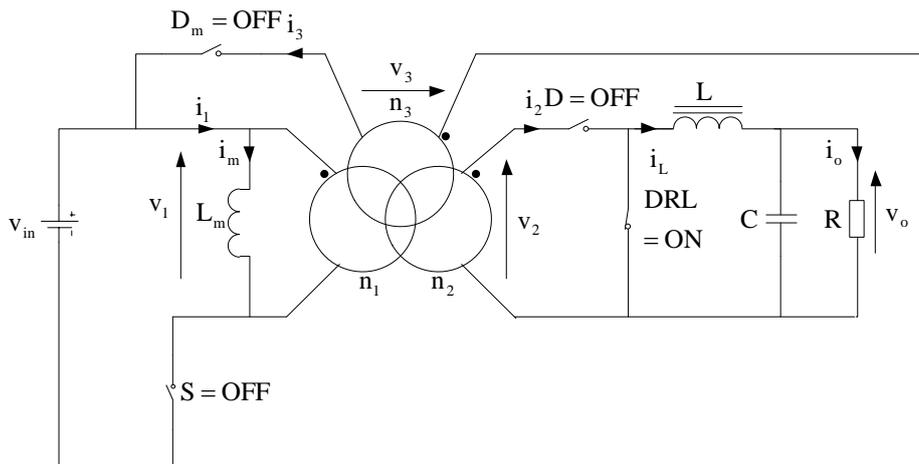
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_3 i_3 = n_1 i_m \text{ avec } i_1 = i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_3 i_3 = n_1 i_m .$$

Expression du courant dans la troisième bobine :

$$i_3 = \frac{n_1}{n_3} i_m = -\left(\frac{n_1}{n_3}\right)^2 \frac{v_{in}}{L_m}(t - DT_s) + \frac{n_1}{n_3} i_{m_{\max}}$$

Phase 3 : $t \in [D'T_s, T_s]$

La diode de roue libre c'est le seul composant conducteur durant cette phase.



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0$$

Les courants traversant les bobinages du transformateur sont :

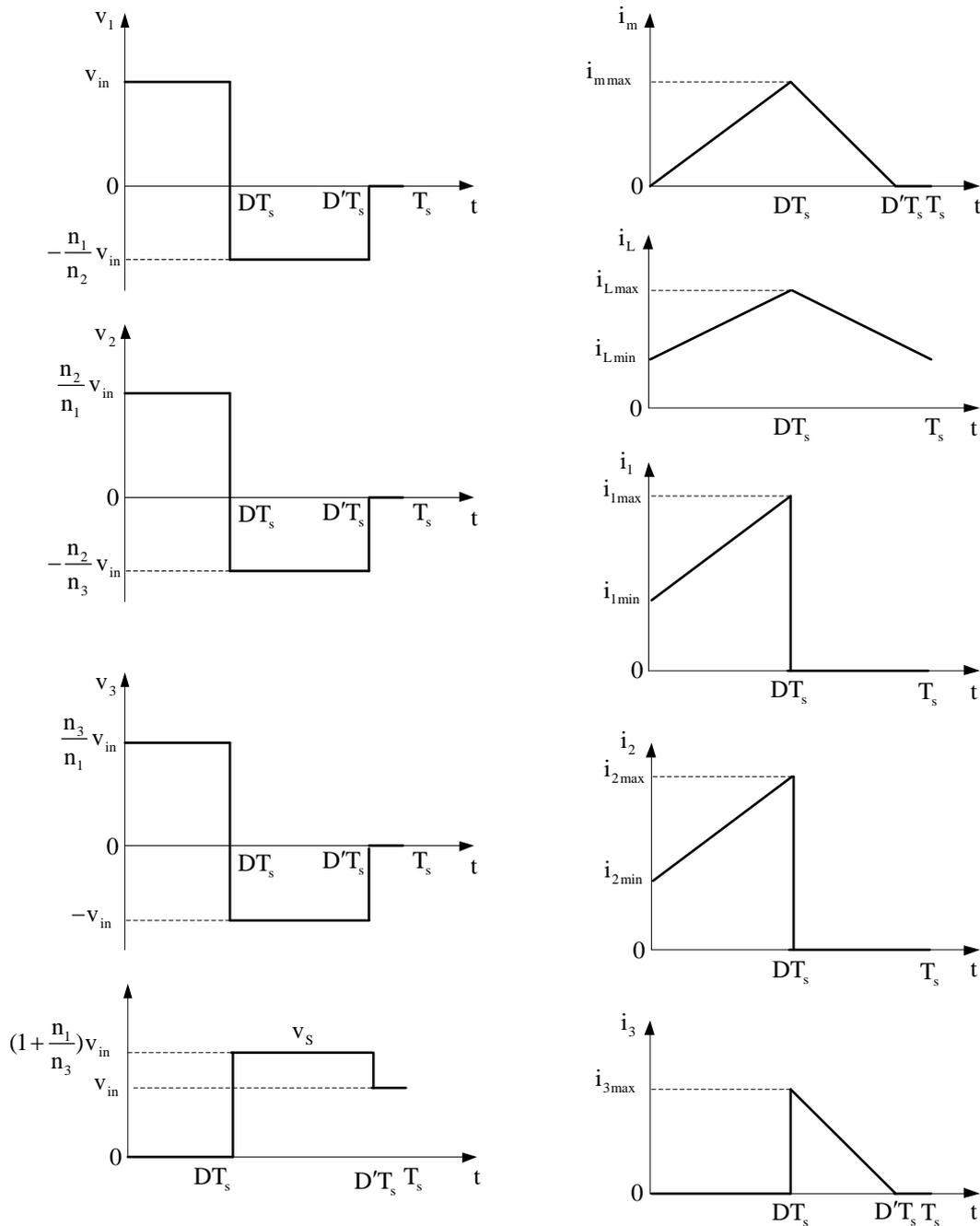
$$i_1 = 0, i_2 = 0, i_3 = 0, i_m = 0$$

Le courant dans l'inductance obéit à la même équation établie dans la phase précédente à savoir :

$$i_L(t) = -\frac{v_o}{L_m}(t - DT_s) + i_{L_{\max}}$$

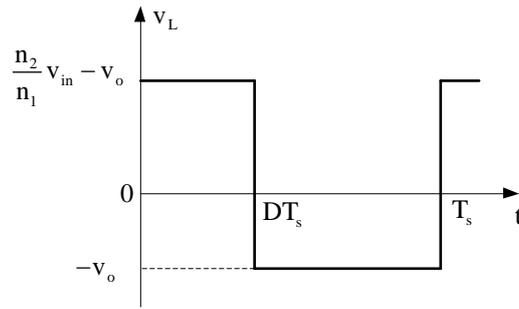
Formes d'ondes

Les allures des tensions et des courants du convertisseur Forward sont illustrées sur la figure suivante.



Calcul de la tension de sortie

La tension de sortie est calculée en calculant la moyenne de la tension aux bornes de l'inductance de filtrage représentée sur la figure ci-dessous.



La valeur moyenne de la tension $v_L(t)$ est calculée par :

$$\bar{v}_L = \frac{1}{T_s} \left\{ \left(\frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o \right) DT_s - v_o (1-D)T_s \right\} = 0$$

Cette équation peut être simplifiée à la suivante :

$$\left(\frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o \right) D - v_o (1-D) = 0$$

Ce qui donne :

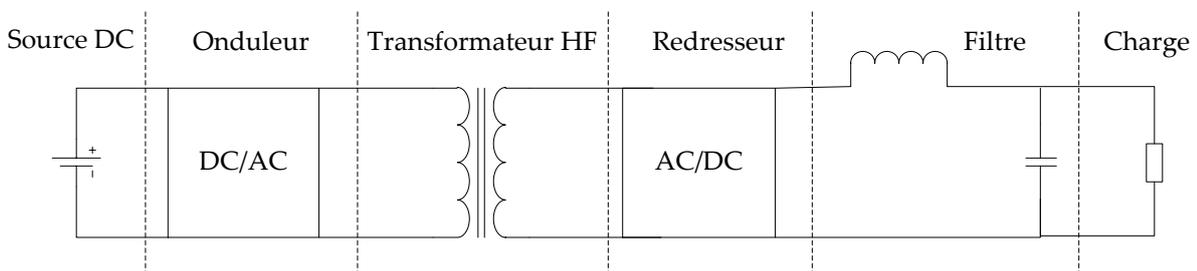
$$v_o = \frac{n_2}{n_1} D v_{in}$$

Cette expression montre que le convertisseur Forward est une source de tension.

5- Alimentations à découpage symétriques

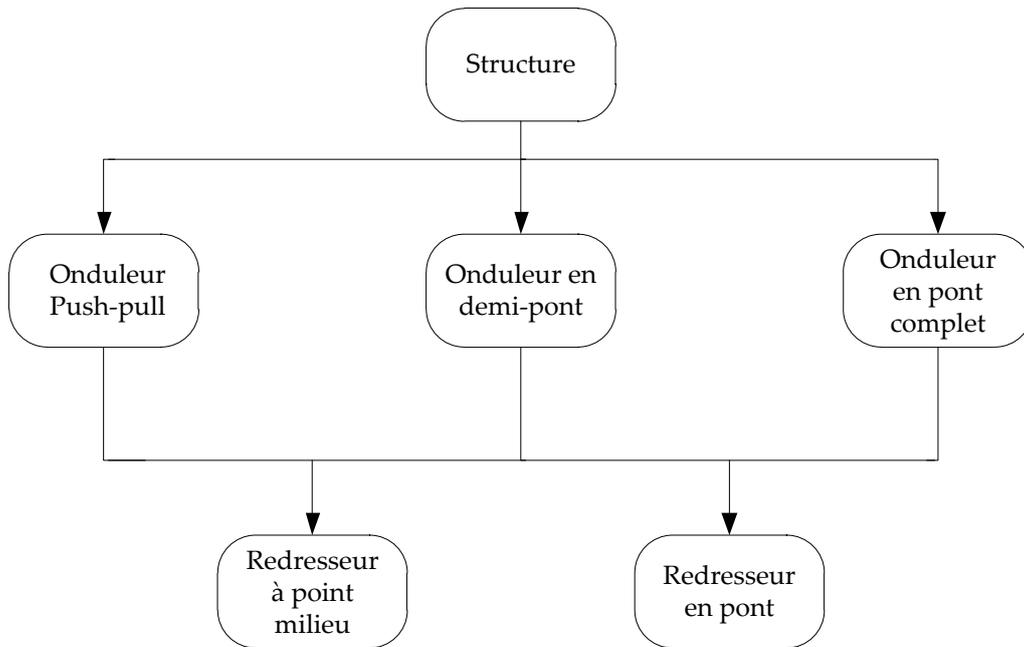
5-1 Structure générale

La structure d'une alimentation à découpage symétrique repose fondamentalement sur une conversion continue-continue indirecte. Comme le montre la figure suivante :



5-2 Classification des alimentations DC-DC isolées symétriques

Selon la topologie de l'onduleur et celle du redresseur on distingue plusieurs structures pour l'alimentation symétrique. La figure ci-dessous donne une idée sur les structures possibles.

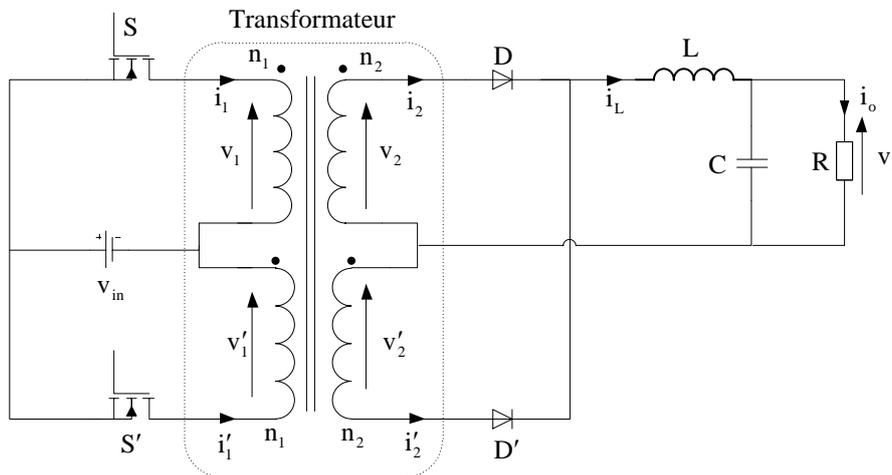


5-3 Alimentation à découpage de type push-pull

Ce convertisseur est formé de l'association d'un onduleur à primaire à point milieu (dit push-pull) avec un redresseur avec secondaire à point milieu ou avec un redresseur en pont.

Montage de principe

Le montage qui nécessite le moins d'éléments c'est celui utilisant un redresseur à point milieu à deux diodes, voir la figure ci-dessous.



Analyse du fonctionnement sur une période de commutation

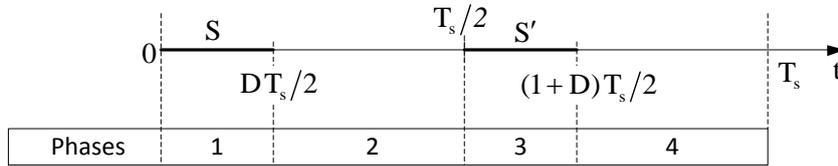
Hypothèses simplificatrices

- Les résistances des bobinages primaire et secondaire sont négligeables ;
- Les composants semi-conducteurs sont parfaits ;
- La tension de sortie est parfaitement lissée par la capacité de filtrage ;

- La conduction est continue dans l'inductance de filtrage.

Stratégie de commande

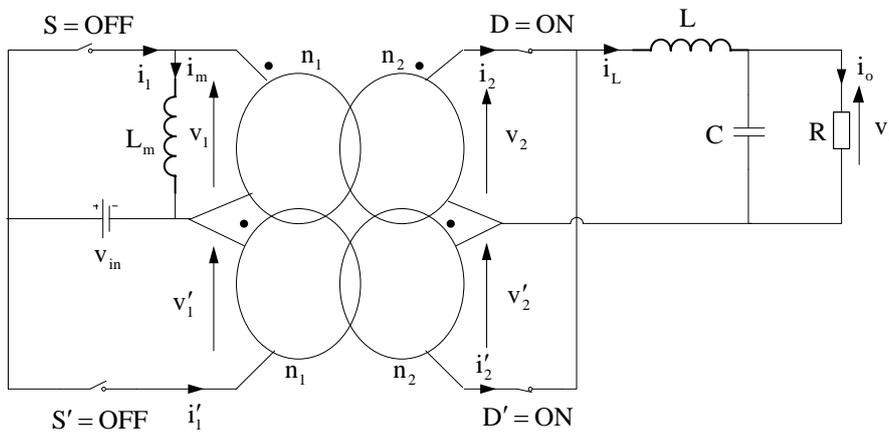
L'onduleur est contrôlé selon la logique représentée sur la figure suivante :



Analyse de fonctionnement sur une période

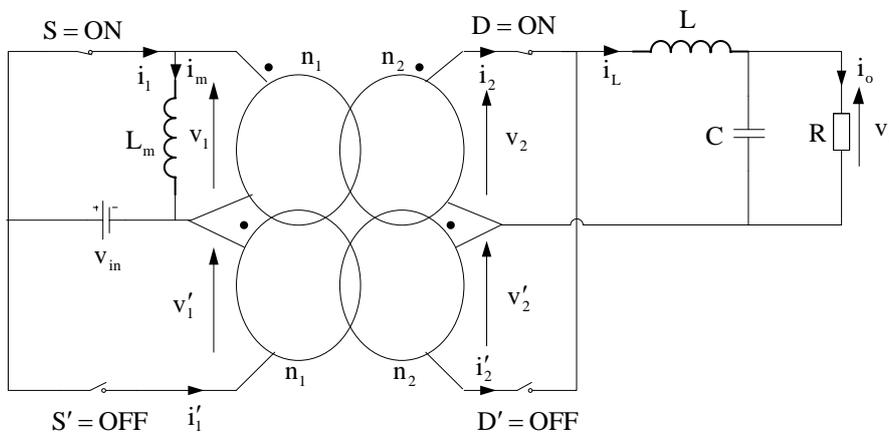
Phase 0 : $t < 0$

Durant la phase initiale on admet que les diodes D et D' sont passantes et tous les autres semi-conducteurs sont bloqués.



Phase 1 : $t \in [0, DT_s/2]$

Cette phase débute par la saturation du transistor S , ce qui entraîne le blocage de la diode D' .



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1 = v_{in}$$

$$v'_1 = \frac{n_1}{n_1} v_1 = v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = m v_{in}$$

$$v'_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = m v_{in}$$

La tension aux bornes de la diode D' bloquée est : $v_{D'} = -(v_2 + v'_2) = -2m v_{in} < 0$. Donc : $i'_2 = 0$.

La tension aux bornes du transistor bloqué S' est : $v_{S'} = v_1 + v'_1 = 2v_{in} > 0$. Donc : $i'_1 = 0$.

Expression du courant magnétisant :

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = v_{in} \Rightarrow i_m(t) = \frac{v_{in}}{L_m} t + i_{m \min}$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{m \max} = i_m(DT_s/2) = \frac{v_{in} DT_s}{2L_m} + i_{m \min}$$

Expression du courant secondaire :

$$L \frac{di_L}{dt} = v_2 - v_o = m v_{in} - v_o \Rightarrow i_L(t) = \frac{m v_{in} - v_o}{L} t + i_{L \min} = i_2(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{L \max} = \frac{m v_{in} - v_o}{2L} DT_s + i_{L \min}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

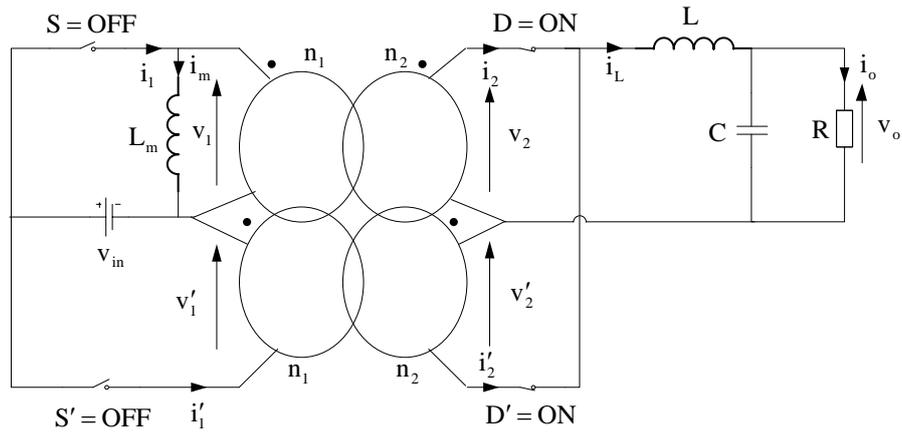
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_2 i'_2 - n_1 i'_1 = n_1 i_m \quad \text{avec } i'_1 = i'_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m + m i_2 = i_m + m i_L$$

$$\text{Phase 2 : } t \in [DT_s/2, T_s/2]$$

Les transistors S et S' sont bloqués et les diodes D et D' sont passantes comme il est indiqué sur la figure suivante :



D'après la figure ci-dessus les tensions secondaires vérifiées l'équation suivante :

$$v_2 + v'_2 = 2mv_1 = 0 \Rightarrow L_m \frac{di_m}{dt} = 0 \Rightarrow i_m = i_{m\max}$$

Ceci signifié que le courant magnétisant et le flux magnétique sont constants. Donc, les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont nulles:

$$v_1 = v'_1 = v_2 = v'_2 = 0$$

Les courants traversant les deux diodes passantes vérifient simultanément les deux équations suivantes :

- L'équation des ampères-tours (sachant que $i_1 = i'_1 = 0$) :

$$n_2 i'_2 - n_2 i_2 = n_1 i_{m\max} \Rightarrow i'_2 - i_2 = \frac{i_{m\max}}{m}$$

- La loi des nœuds :

$$i'_2 + i_2 = i_L$$

La solution du système formé par les deux équations précédentes est :

$$i'_2 = \frac{i_L}{2} + \frac{i_{m\max}}{2m}$$

$$i_2 = \frac{i_L}{2} - \frac{i_{m\max}}{2m}$$

Expression du courant dans la bobine de filtrage :

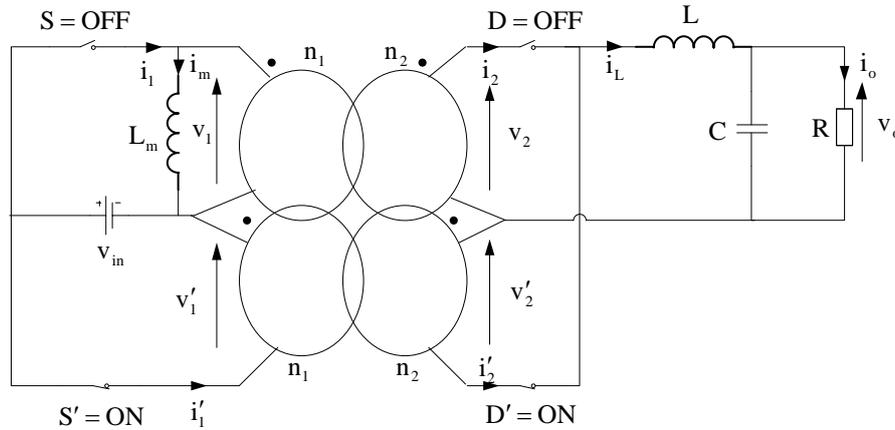
$$L \frac{di_L}{dt} = -v_o \Rightarrow i_L(t) = -\frac{v_o}{L} (t - D \frac{T_s}{2}) + i_{L\max}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{L\min} = i_L(\frac{T_s}{2}) = -\frac{v_o}{L} (1 - D) \frac{T_s}{2} + i_{L\max}$$

Phase 3 : $t \in [T_s/2, (1+D)T_s/2]$

Cette phase débute par la saturation du transistor S' , ce qui entraîne le blocage de la diode D .



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1' = -v_{in}$$

$$v_1 = \frac{n_1}{n_1} v_1' = -v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1' = -mv_{in}$$

$$v_2' = \frac{n_2}{n_1} v_1' = -mv_{in}$$

La tension aux bornes de la diode bloquée D est : $v_D = v_2 + v_2' = -2mv_{in} < 0$. Donc : $i_2 = 0$.

La tension aux bornes du transistor bloqué S est : $v_S = -(v_1 + v_1') = 2v_{in} > 0$. Donc : $i_1 = 0$.

Expression du courant magnétisant :

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = -v_{in} \Rightarrow i_m(t) = -\frac{v_{in}}{L_m} \left(t - \frac{T_s}{2}\right) + i_{m \max}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{m \min} = i_m((1+D)T_s/2) = -\frac{v_{in}DT_s}{2L_m} + i_{m \max}$$

Expression du courant secondaire :

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_2' - v_o = mv_{in} - v_o \Rightarrow i_L(t) = \frac{mv_{in} - v_o}{L} \left(t - \frac{T_s}{2}\right) + i_{L \min} = i_2'(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{L \max} = i_L((1+D)\frac{T_s}{2}) = \frac{mv_{in} - v_o}{2L} DT_s + i_{L \min}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

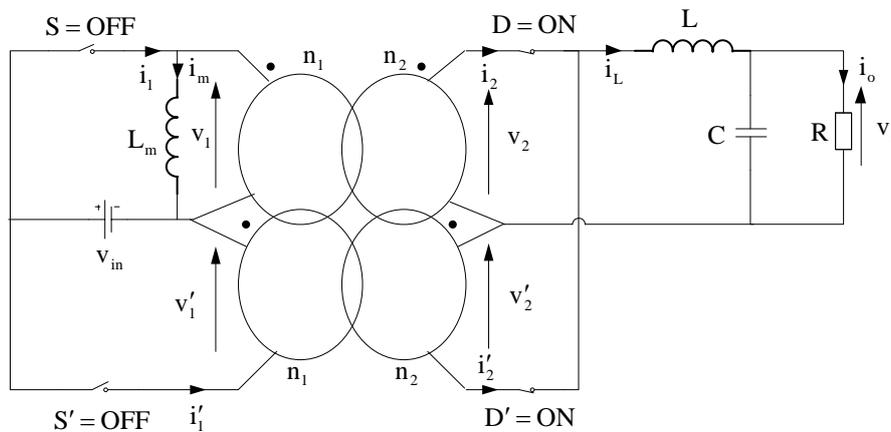
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_2 i'_2 - n_1 i'_1 = n_1 i_m \text{ avec } i_1 = i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_2 i'_2 - n_1 i'_1 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i'_1 = m i'_2 - i_m = m i_L - i_m$$

Phase 4 : $t \in [(1+D)T_s/2, T_s]$

Le blocage du transistor S' conduit à la conduction simultanée des deux diodes D et D' . Cette phase est tout à fait similaire à celle de la deuxième phase comme il est indiqué sur la figure suivante :



Durant cette phase le courant magnétisant est constant, les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont nulles:

$$v_1 = v'_1 = v_2 = v'_2 = 0$$

Les courants traversant les deux diodes passantes sont:

$$i'_2 = \frac{i_L}{2} + \frac{i_{m \min}}{2m}$$

$$i_2 = \frac{i_L}{2} - \frac{i_{m \min}}{2m}$$

Expression du courant dans la bobine de filtrage :

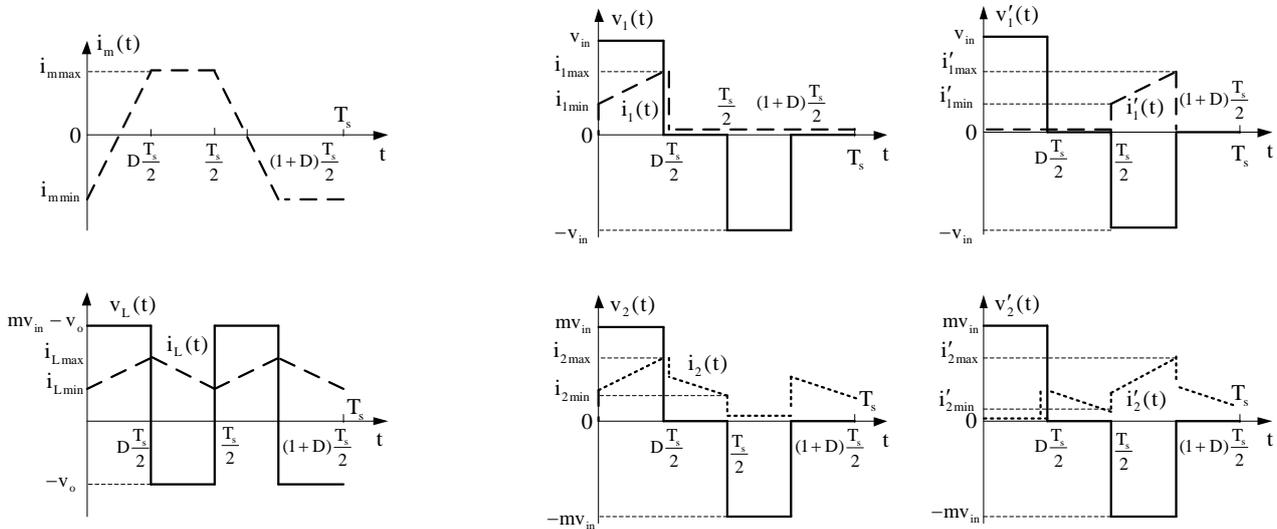
$$L \frac{di_L}{dt} = -v_o \Rightarrow i_L(t) = -\frac{v_o}{L} (t - (1+D) \frac{T_s}{2}) + i_{L \max}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{L \min} = i_L(T_s) = -\frac{v_o}{L} (1-D) \frac{T_s}{2} + i_{L \max}$$

Formes d'ondes

Les chronogrammes représentant l'évolution des différentes grandeurs sont illustrés sur la figure suivante.



Calcul de la tension de sortie

A partir du calcul de la valeur moyenne de la tension aux bornes de l'inductance de filtrage dont la période est $T_s/2$, il est possible de déterminer la valeur de la tension de sortie comme suit :

$$\bar{v}_L = \frac{1}{T_s/2} \{ (mv_{in} - v_o)DT_s/2 - v_o(1-D)T_s/2 \} = 0$$

Cette équation peut être simplifiée à la suivante :

$$(mv_{in} - v_o)D - v_o(1-D) = 0$$

Ce qui donne l'expression de la tension de sortie :

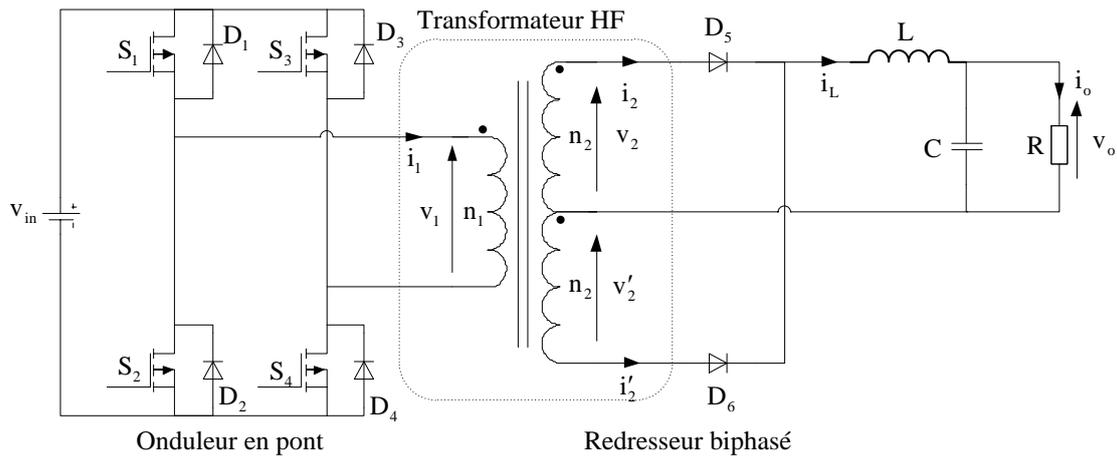
$$v_o = mDv_{in}$$

Cette expression montre que le convertisseur push-pull est une source de tension.

5-4 Alimentation à découpage en pont complet (Convertisseur DC-DC isolé symétrique en pont complet)

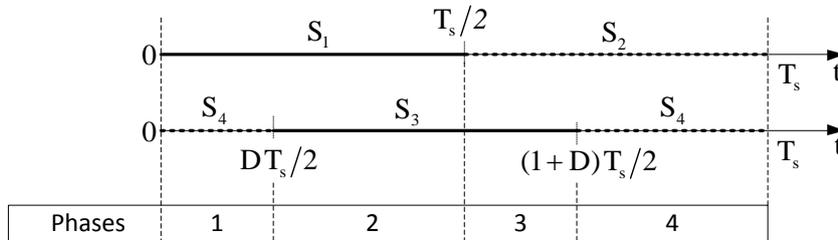
Montage de principe

Ce montage est formé par un onduleur en pont monophasé connecté au primaire d'un transformateur à haute fréquence est un redresseur biphasé connecté à sa secondaire, comme il est montré sur la figure suivante:



Stratégie de commande

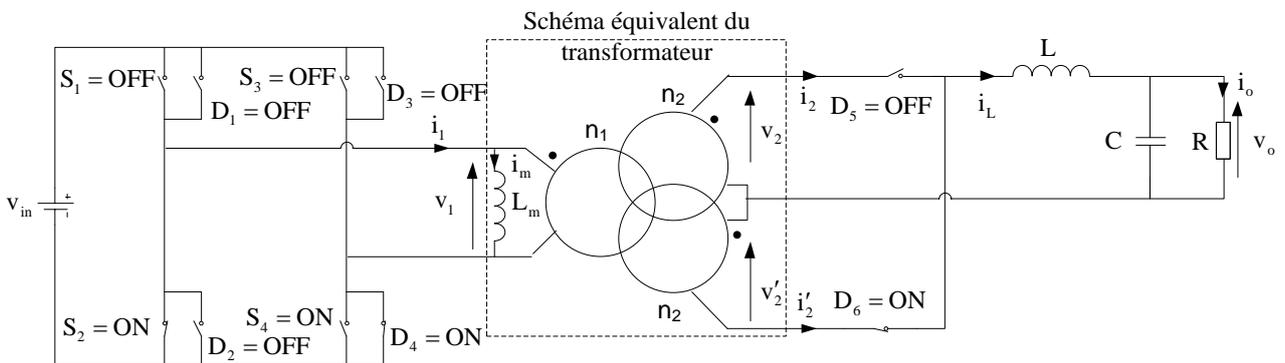
La logique de commande de l'onduleur est basée sur une commande décalée illustrée sur la figure ci-dessous.



Analyse du fonctionnement sur une période de commutation

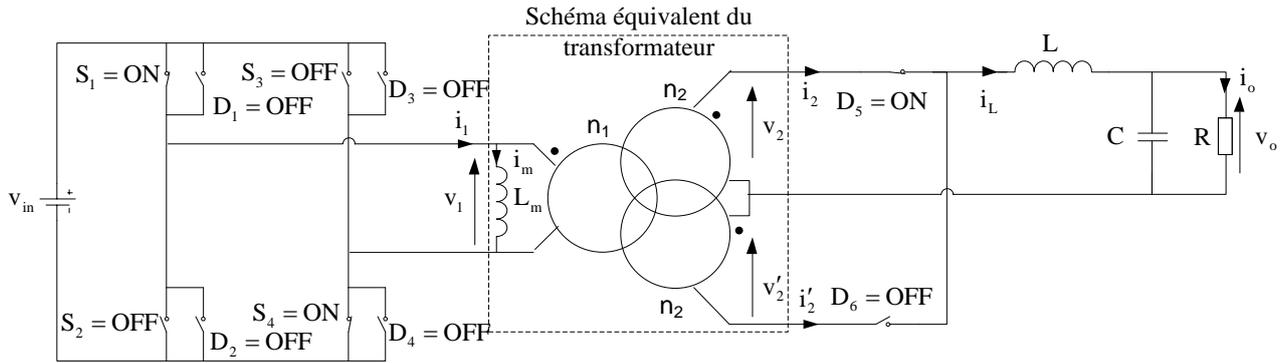
Phase 0 : $t < 0$

Durant la phase initiale on admet que la diode D_6 est passante afin d'assurer la continuité du courant dans l'inductance de filtrage.



Phase 1 : $t \in [0, DT_s/2]$

Cette phase débute par la saturation des deux transistors S_1 et S_4 , ce qui entraîne le blocage de la diode D_6 et la conduction de la diode D_5 .



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1 = v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = m v_{in}$$

$$v'_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = m v_{in}$$

La tension aux bornes de la diode bloquée D_6 est : $v_{D_6} = -(v_2 + v'_2) = -2m v_{in} < 0$. Donc : $i'_2 = 0$.

Les tensions aux bornes des transistors bloqués S_2 et S_3 sont : $v_{S_2} = v_{S_3} = v_{in} > 0$.

Expression du courant magnétisant :

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = v_{in} \Rightarrow i_m(t) = \frac{v_{in}}{L_m} t + i_{m \min}$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{m \max} = i_m(DT_s/2) = \frac{v_{in} DT_s}{2L_m} + i_{m \min}$$

Expression du courant secondaire :

$$L \frac{di_L}{dt} = v_2 - v_o = m v_{in} - v_o \Rightarrow i_L(t) = \frac{m v_{in} - v_o}{L} t + i_{L \min} = i_2(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{L \max} = \frac{m v_{in} - v_o}{2L} DT_s + i_{L \min}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

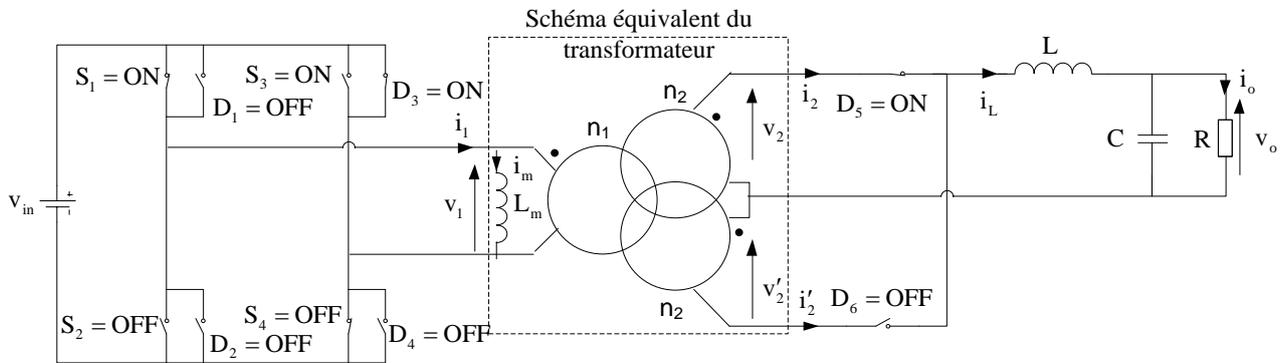
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_2 i'_2 = n_1 i_m \text{ avec } i'_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m + m i_2 = i_m + m i_L$$

Phase 2 : $t \in [DT_s/2, T_s/2]$

Durant cette phase, les transistors S_1 et S_3 sont saturés. Toutefois, le transistor S_3 ne peut conduire un courant positif ; c'est la diode D_3 qui va assurer la continuité du courant primaire. Côté secondaire, la diode D_5 continue sa conduction comme il est indiqué sur la figure suivante :



La tension primaire ainsi que les tensions secondaires sont nulles du fait que le courant magnétisant est constant.

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = 0 \Rightarrow i_m = i_{m \max}$$

Donc, les tensions aux bornes des enroulements du transformateur sont toutes nulles:

$$v_1 = v_2 = v'_2 = 0$$

Expression du courant secondaire

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_o \Rightarrow i_L(t) = -\frac{v_o}{L} (t - D \frac{T_s}{2}) + i_{L \max} = i_2(t)$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{L \min} = i_L(\frac{T_s}{2}) = -\frac{v_o}{L} (1 - D) \frac{T_s}{2} + i_{L \max}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

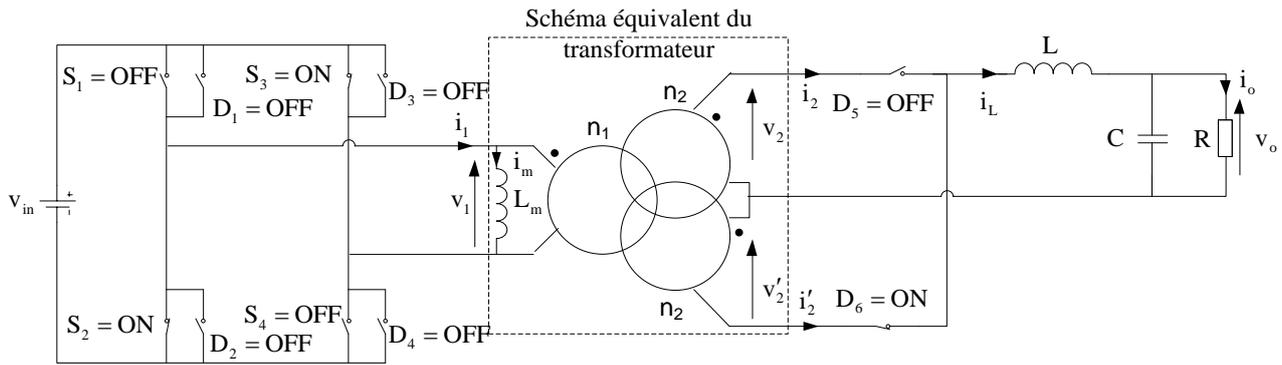
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_2 i'_2 = n_1 i_m \text{ avec } i'_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m + m i_2 = i_m + m i_L$$

Phase 3 : $t \in [T_s/2, (1 + D)T_s/2]$

Cette phase débute par la saturation des transistors S_2 et S_3 , ce qui entraîne le blocage de la diode D_5 et la conduction de la diode D_6 .



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1 = -v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1' = -mv_{in}$$

$$v_2' = \frac{n_2}{n_1} v_1' = -mv_{in}$$

La tension aux bornes de la diode bloquée \$D_5\$ est : \$v_{D_5} = v_2 + v_2' = -2mv_{in} < 0\$. Donc \$i_2 = 0\$.

Les tensions aux bornes des transistors bloqués \$S_1\$ et \$S_2\$ sont : \$v_{S_1} = v_{S_2} = v_{in} > 0\$

Expression du courant magnétisant :

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = -v_{in} \Rightarrow i_m(t) = -\frac{v_{in}}{L_m} \left(t - \frac{T_s}{2}\right) + i_{m \max}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{m \min} = i_m \left((1 + D) \frac{T_s}{2} \right) = -\frac{v_{in} D T_s}{2L_m} + i_{m \max}$$

Expression du courant secondaire :

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_2' - v_o = mv_{in} - v_o \Rightarrow i_L(t) = \frac{mv_{in} - v_o}{L} \left(t - \frac{T_s}{2}\right) + i_{L \min} = i_2'(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{L \max} = i_L \left((1 + D) \frac{T_s}{2} \right) = \frac{mv_{in} - v_o}{2L} D T_s + i_{L \min}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

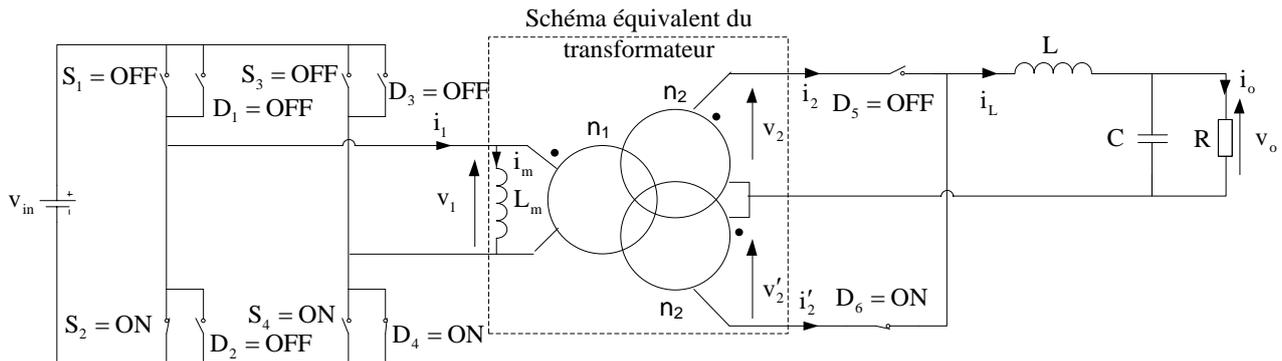
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_2 i_2' = n_1 i_m \text{ avec } i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 + n_2 i_2' = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m - mi'_2 = i_m - mi_L$$

Phase 4 : $t \in [(1+D)T_s/2, T_s]$

Durant cette phase, les transistors S_2 et S_4 sont saturés. Toutefois, le transistor S_4 ne peut conduire un courant négatif ; c'est la diode D_4 qui va assurer la continuité du courant primaire. Côté secondaire, la diode D_6 continue sa conduction comme il est indiqué sur la figure suivante :



La tension primaire ainsi que les tensions secondaires sont nulles du fait que le courant magnétisant est constant.

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = 0 \Rightarrow i_m = -i_{m\max}$$

Donc, les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont toutes nulles:

$$v_1 = v_2 = v'_2 = 0$$

Les tensions aux bornes des transistors bloqués S_1 et S_3 sont : $v_{S_1} = v_{S_3} = v_{in} > 0$.

Expression du courant secondaire :

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_o \Rightarrow i_L(t) = -\frac{v_o}{L} (t - (1+D)\frac{T_s}{2}) + i_{L\max} = i_2(t)$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{L\min} = i_L(T_s) = -\frac{v_o}{L} (1-D)\frac{T_s}{2} + i_{L\max}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

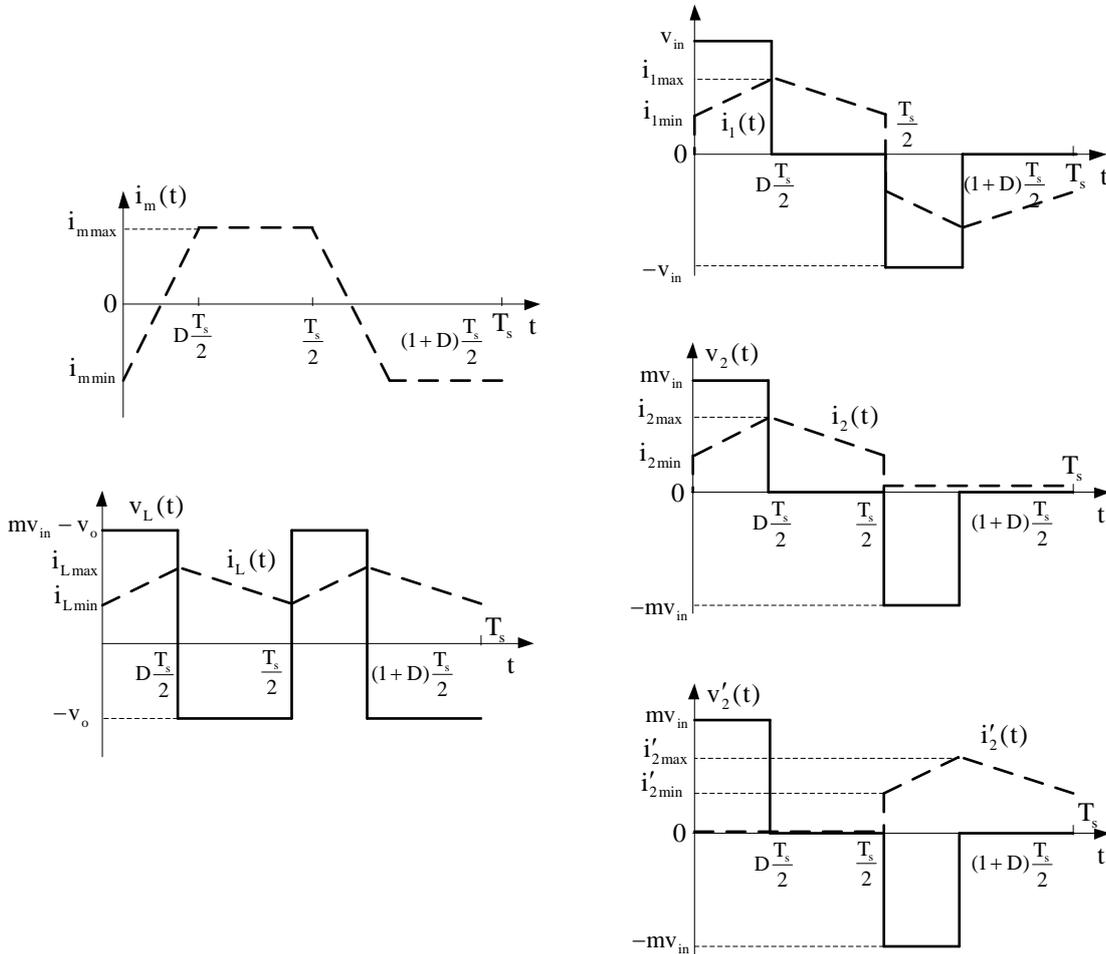
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_2 i'_2 = n_1 i_m \text{ avec } i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 + n_2 i'_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m - mi'_2 = i_m - mi_L$$

Formes d'ondes

Les chronogrammes représentant l'évolution des différentes grandeurs sont illustrés sur la figure suivante.



Calcul de la tension de sortie

A partir du calcul de la valeur moyenne de la tension aux bornes de l'inductance de filtrage dont la période est $T_s/2$, il est possible de déterminer la valeur de la tension de sortie comme suit :

$$\bar{v}_L = \frac{1}{T_s/2} \{ (mv_{in} - v_o)DT_s/2 - v_o(1-D)T_s/2 \} = 0$$

Cette équation peut être simplifiée à la suivante :

$$(mv_{in} - v_o)D - v_o(1-D) = 0$$

Ce qui donne l'expression suivante:

$$v_o = mDv_{in}, \quad 0 \leq D \leq 1$$

Exercice 1:

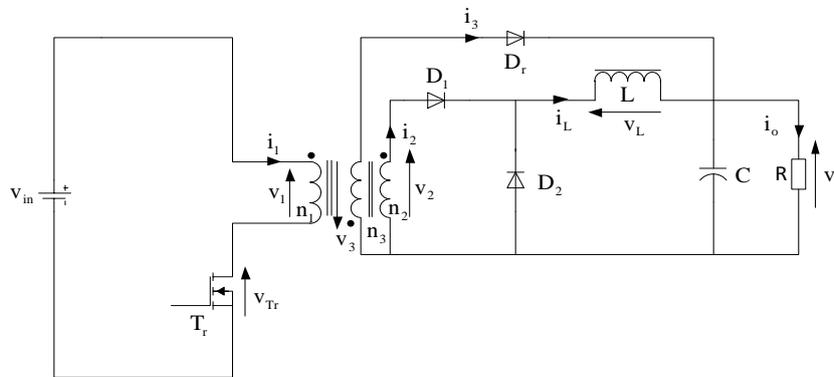
On propose d'étudier le fonctionnement du convertisseur direct de la figure ci-dessous tout en admettant que la capacité de filtrage est assez suffisante pour garantir une tension de sortie sans ondulations. On suppose également que le transformateur utilisé est constitué de trois bobines de résistances négligeables montées sur un circuit magnétique linéaire. Le transistor S est commandé durant l'intervalle $[0, DT_s]$ où D est le rapport cyclique du convertisseur et T_s sa période de découpage. A l'état initial, on admet que la diode D_2 est passante et que le flux dans le circuit magnétique est nul.

1°) Analyser le fonctionnement du convertisseur sur une période T_s en spécifiant dans chaque phase les expressions instantanées des courants $i_m(t)$, $i_L(t)$ et $i_1(t)$. A noter que le transformateur doit être remplacé par son schéma équivalent qui ne comporte que l'inductance de magnétisation L_m . Préciser l'instant de blocage de la diode D_r .

2°) Tracer sur une période de fonctionnement les allures des tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$ et $v_s(t)$, des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ et $i_L(t)$ ainsi que celle du flux dans le circuit magnétique.

3°) Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la diode D_2 puis en déduire l'expression de v_o en fonction de v_i , D , n_1 et n_2 .

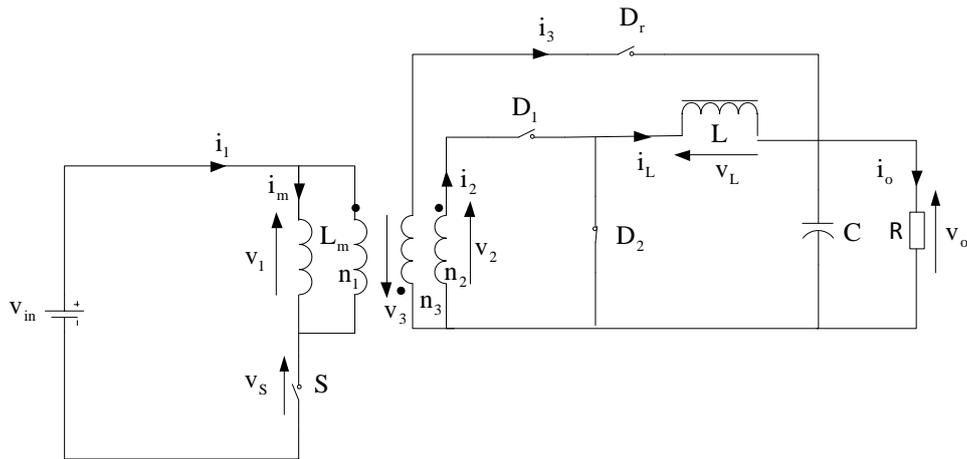
4°) Sachant que l'ondulation du courant traversant l'inductance de filtrage L est $\Delta i_L = 4.2$ A et sa valeur moyenne est $\bar{i}_L = 38$ A, calculer ses valeurs extrêmes I_{Lmax} et I_{Lmin} .

**Solution de l'exercice 1:**

1) Analyse de fonctionnement sur une période de commutation

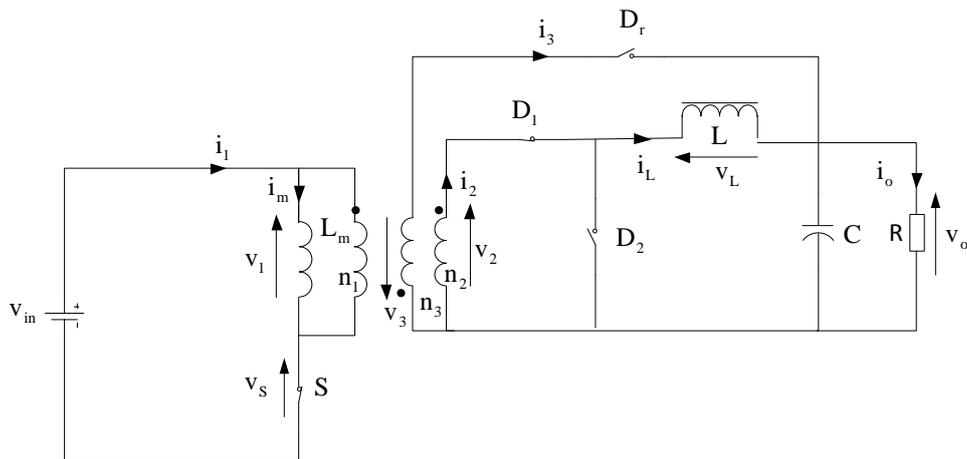
Phase 0 : $t < 0$

C'est une phase de roue libre durant laquelle la diode D_2 est passante seule.



Phase 1 : $t \in [0, DT_s]$

A $t=0$ le transistor est saturé ; ce qui entraine le blocage de la diode D_2 et la conduction de la diode D_1 . La diode de démagnétisation D_r reste bloquer. Le montage fonctionne en démagnétisation complète.



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1 = v_{in}$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = \frac{n_2}{n_1} v_{in}$$

$$v_3 = \frac{n_3}{n_1} v_1 = \frac{n_3}{n_1} v_{in}$$

La tension aux bornes de la diode de roue libre : $v_{D_2} = -v_2 = -\frac{n_2}{n_1} v_{in} < 0$

La tension aux bornes de la diode de démagnétisation : $v_{D_r} = -v_3 - v_o = -\left(\frac{n_3}{n_1} v_{in} + v_o\right) < 0$

Expression du courant magnétisant

$$v_1 = v_{in} = L_m \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m(t) = \frac{v_{in}}{L_m} t$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{m\max} = i_m(DT_s) = \frac{v_{in} DT_s}{L_m}$$

Expression du courant secondaire

$$L \frac{di_L}{dt} = v_2 - v_o = \frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o \Rightarrow i_L(t) = \frac{\frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o}{L_m} t + i_{L\min} = i_2(t)$$

La valeur maximale de ce courant est :

$$i_{L\max} = \frac{\frac{n_2}{n_1} v_{in} - v_o}{L_m} DT_s + i_{L\min}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

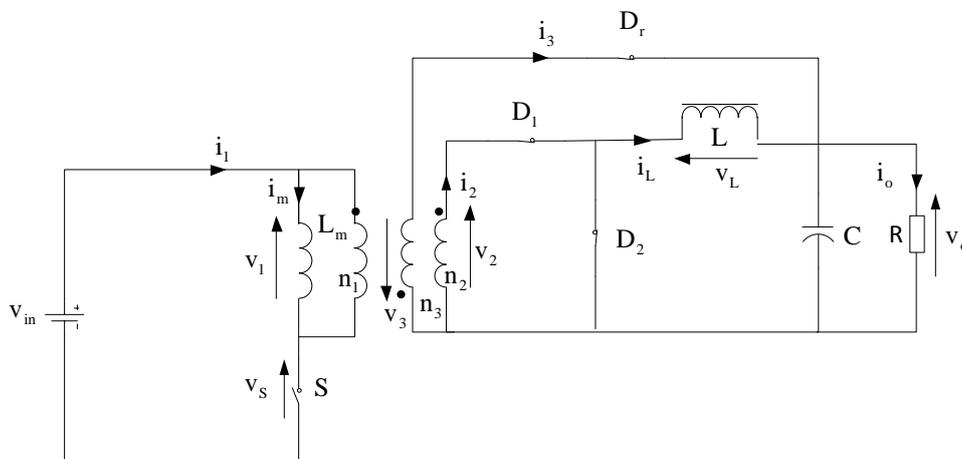
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_3 i_3 = n_1 i_m \text{ avec } i_3 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_m$$

Expression du courant primaire :

$$i_1 = i_m + \frac{n_2}{n_1} i_2 = \frac{v_{in}}{L_m} t + \frac{n_2}{n_1} i_L$$

Phase 2 : $t \in [DT_s, DT_s]$

Le blocage du transistor S conduit à la conduction des diodes D_2 et D_r et le blocage de la diode D_1 comme le montre la figure ci-dessous :



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_3 = -v_o$$

$$v_1 = \frac{n_1}{n_3} v_3 = -\frac{n_1}{n_3} v_o$$

$$v_2 = \frac{n_2}{n_3} v_3 = -\frac{n_2}{n_3} v_o$$

La tension aux bornes de la diode D_1 : $v_{D_1} = v_2 = -\frac{n_2}{n_3} v_o < 0$

Expression du courant magnétisant

$$L_m \frac{di_m}{dt} = v_1 = -\frac{n_1}{n_3} v_o \Rightarrow i_m(t) = -\frac{n_1 v_o}{n_3 L_m} (t - DT_s) + i_{m \max}$$

Ce courant s'annule à l'instant $D'T_s$ tel que: $i_m(D'T_s) = 0$

$$-\frac{n_1 v_o}{n_3 L_m} (D' - D)T_s + i_{m \max} = 0 \text{ avec } i_{m \max} = \frac{v_{in} DT_s}{L_m}$$

$$-\frac{n_1 v_o}{n_3 L_m} (D' - D)T_s + \frac{v_{in} DT_s}{L_m} = 0 \Rightarrow -(D' - D) + \frac{n_3 v_{in}}{n_1 v_o} D = 0 \text{ donc l'instant } D'T_s \text{ est calculé par :}$$

$$D'T_s = \left(1 + \frac{n_3 v_{in}}{n_1 v_o}\right) D$$

A l'instant $D'T_s$ le circuit magnétique est complètement démagnétisé et la diode D_r se bloque.

Expression du courant secondaire

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_o \Rightarrow i_L(t) = -\frac{v_o}{L} (t - DT_s) + i_{L \max}$$

La valeur minimale de ce courant est :

$$i_{L \min} = i_L(T_s) = -\frac{v_o}{L} (1 - D)T_s + i_{L \max}$$

Equation des ampères-tours (ats) est :

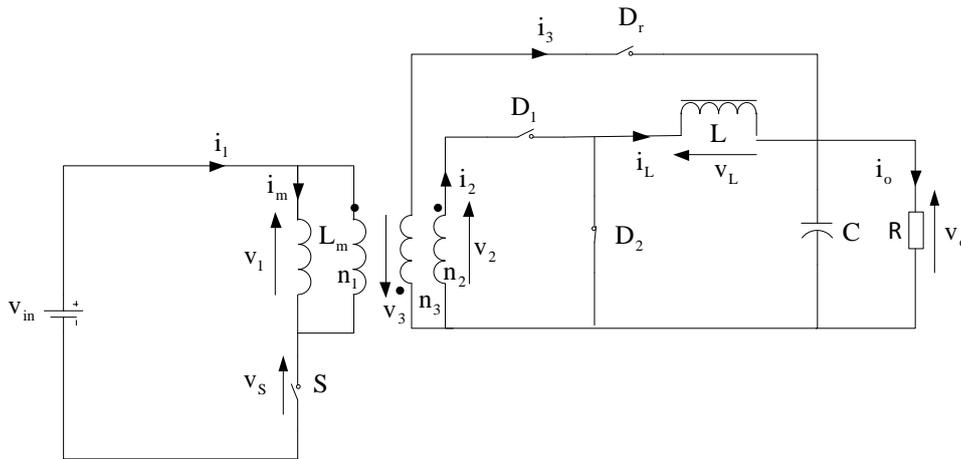
$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_3 i_3 = n_1 i_m \text{ avec } i_1 = i_2 = 0, \text{ l'équation des ats devient } n_3 i_3 = n_1 i_m$$

Expression du courant dans la troisième bobine :

$$i_3 = \frac{n_1}{n_3} i_m$$

Phase 3 : $t \in [D'T_s, T_s]$

La diode de roue libre c'est le seul composant conducteur durant cette phase.



Les tensions aux bornes des bobinages du transformateur sont:

$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0$$

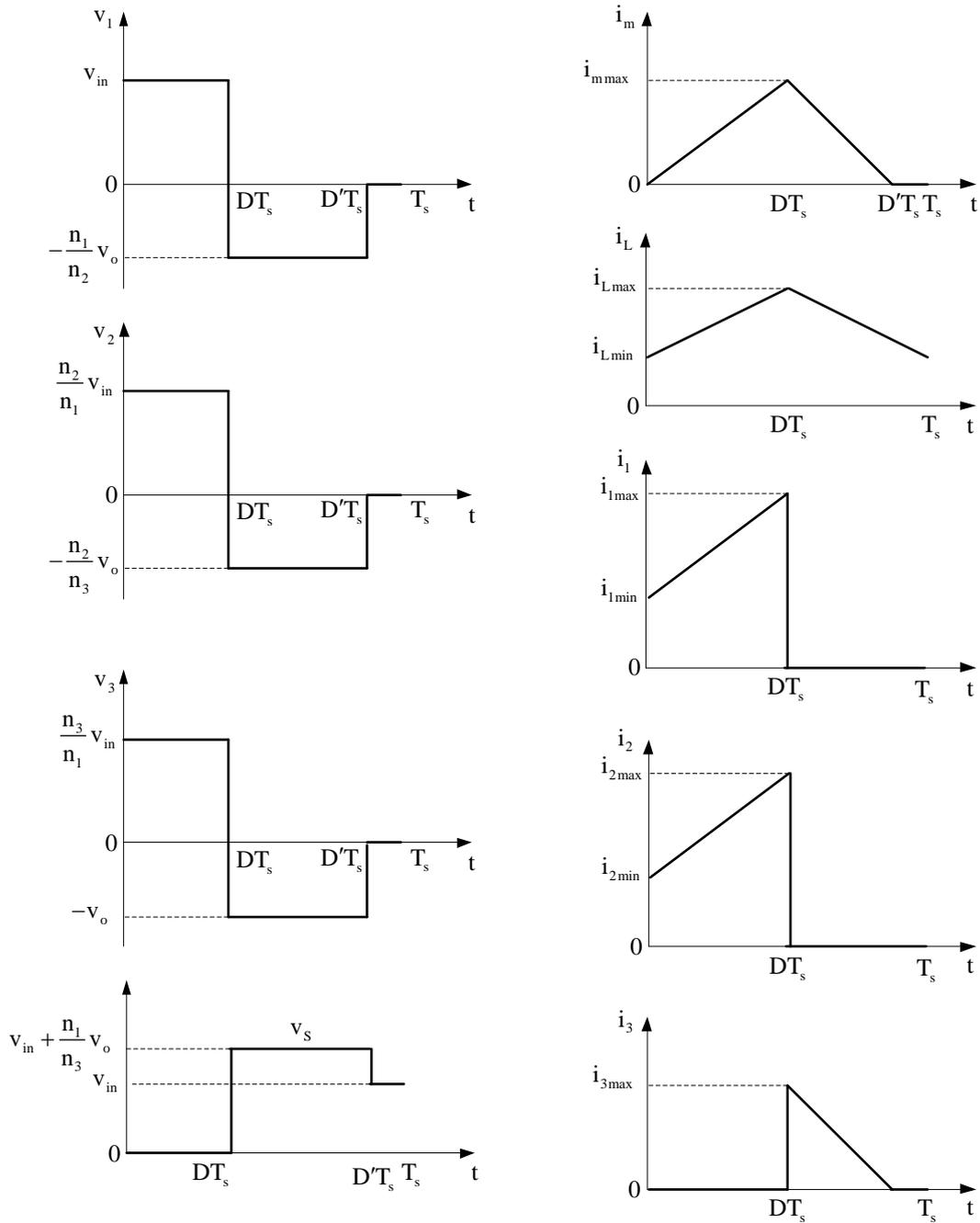
Les courants traversant les bobinages du transformateur sont :

$$i_1 = 0, i_2 = 0, i_3 = 0, i_m = 0$$

Le courant dans l'inductance obéi à la même équation établie dans la phase précédente à savoir :

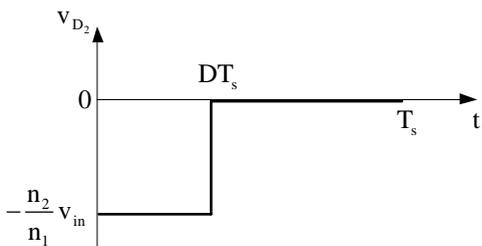
$$i_L(t) = -\frac{v_o}{L_m}(t - DT_s) + i_{Lmax}$$

2) Formes d'ondes des tensions et des courants



3) - Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la diode D_2

La tension aux bornes de la diode D_2 est illustrée sur la figure ci-dessous.



La valeur moyenne de cette tension est calculée comme suit :

$$\bar{v}_{D_2} = \frac{1}{T_s} \times \frac{-n_2}{n_1} v_{in} \times DT_s = -\frac{n_2}{n_1} Dv_{in}$$

- Calcul de la tension de sortie

Sachant que :

$$\bar{v}_{D_2} + v_o + \bar{v}_{L_0} = 0$$

Donc

$$v_o = -\bar{v}_{D_2} = \frac{n_2}{n_1} Dv_{in}$$

4) Calcul des valeurs extrêmes du courant dans l'inductance de filtrage

Sachant que

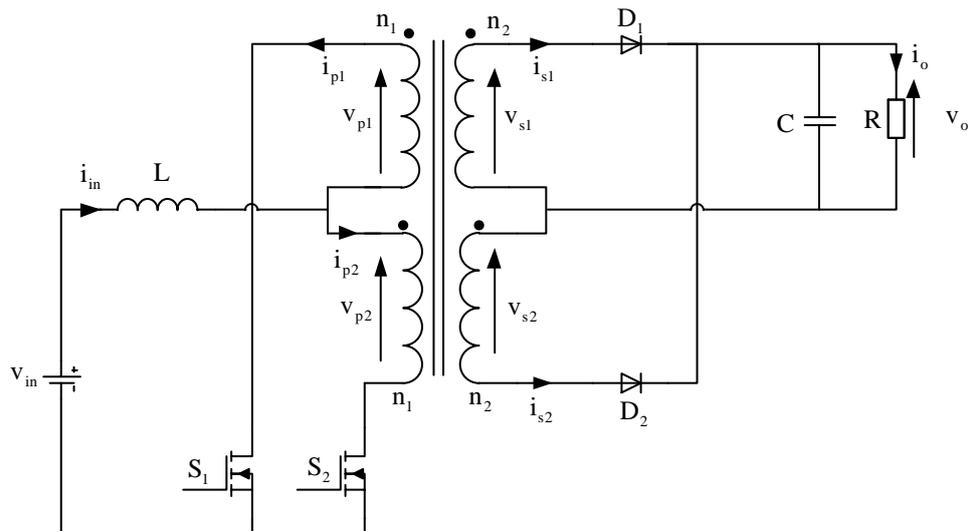
$$\begin{aligned} \Delta i_L &= i_{L_{\max}} - i_{L_{\min}} \Rightarrow i_{L_{\max}} - i_{L_{\min}} = \Delta i_L \\ \bar{i}_L &= \frac{i_{L_{\max}} + i_{L_{\min}}}{2} \Rightarrow i_{L_{\max}} + i_{L_{\min}} = 2\bar{i}_L \end{aligned}$$

Ce qui donne :

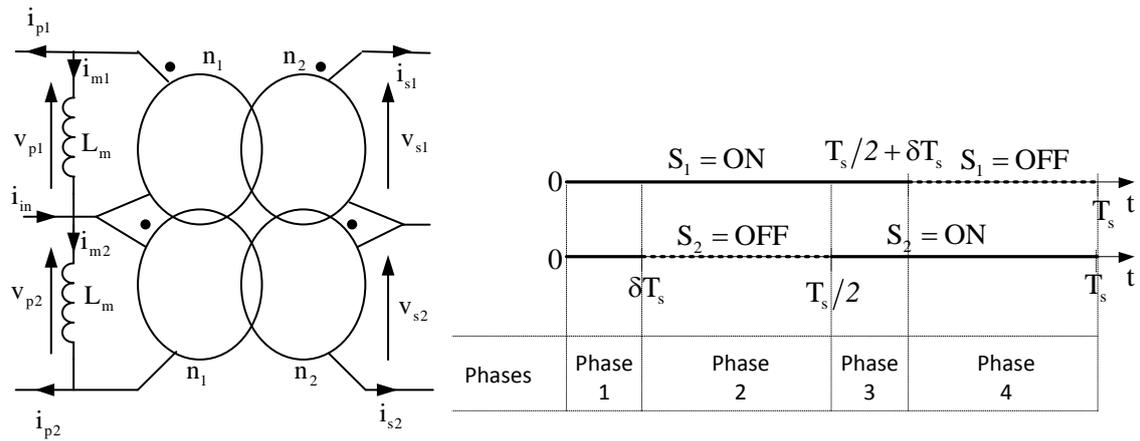
$$\begin{aligned} i_{L_{\max}} &= \frac{1}{2}(\Delta i_L + 2\bar{i}_L) \Rightarrow i_{L_{\max}} = \frac{1}{2}(76 + 4.2) = 40.1 \text{ A} \\ i_{L_{\min}} &= \frac{1}{2}(2\bar{i}_L - \Delta i_L) \Rightarrow i_{L_{\min}} = \frac{1}{2}(76 - 4.2) = 35.9 \text{ A} \end{aligned}$$

Exercice 2:

La figure ci-contre représente un convertisseur DC-DC isolé de type push-pull alimenté en courant. Le transformateur utilisé est supposé parfait dont le schéma équivalent est donné par la figure ci-dessous. Les deux transistors, supposés idéaux, sont contrôlés par une commande décalée présentée sur la figure ci-dessous. La conduction est supposée



continue dans l'inductance d'entrée. Le condensateur de sortie est supposé de capacité assez suffisante pour négliger les ondulations de la tension de sortie.



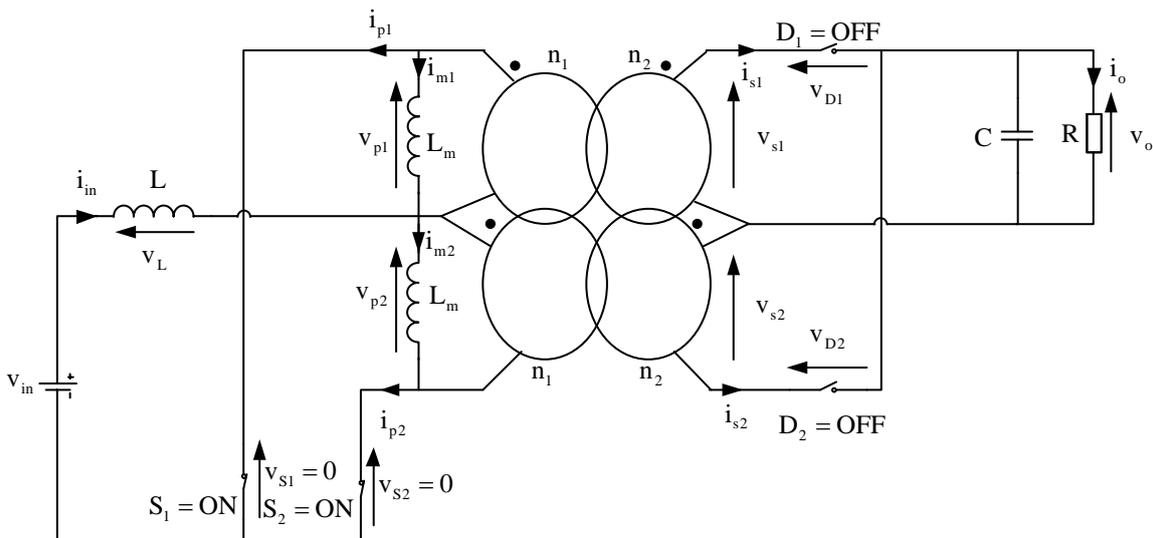
1°) Sachant que $i_{m1}(0) = i_{m2}(0) = I_{mmax}$ analyser le fonctionnement de ce convertisseur sur une période T_s en donnant dans chaque phase, parmi les quatre phases possibles, les expressions des courants suivants : $i_{m1}(t), i_{m2}(t), i_{p1}(t), i_{p2}(t), i_{s1}(t), i_{s2}(t),$ et $i_{in}(t)$.

2°) Tracer les allures des courants $i_{m1}(t), i_{m2}(t), i_{p1}(t), i_{p2}(t), i_{s1}(t), i_{s2}(t),$ et $i_{in}(t)$ et des tensions $v_{p1}(t), v_{p2}(t), v_{s1}(t), v_{s2}(t), v_{s1}(t), v_{s2}(t), v_{D1}(t),$ et $v_{D2}(t)$.

3°) Tracer la forme de la tension aux bornes de l'inductance d'entrée et en déduire l'expression de la tension de sortie v_o en fonction de $v_{in}, \delta,$ et m . Exprimer cette tension aussi en fonction de $v_{in}, D,$ et m où D est le rapport cyclique du convertisseur.

Solution de l'exercice 2

Phase 1 : $S_1 = ON, S_2 = ON$



Nous avons :

$$v_{p1} + v_{p2} = 0 \text{ avec } v_{p1} = v_{p2} \text{ donc } v_{p1} = v_{p2} = 0 \Rightarrow v_{s1} = v_{s2} = 0$$

$$\begin{cases} v_{D1} = -v_o \\ v_{D2} = -v_o \end{cases} \Rightarrow D_1 = OFF, D_2 = OFF \Rightarrow i_{s1} = i_{s2} = 0$$

Ce qui en résulte :

$$L_m \frac{di_{m1}}{dt} = L_m \frac{di_{m2}}{dt} = 0 \Rightarrow i_{m1} = i_{m1}(0) = I_{m\max}, \quad i_{m2} = i_{m2}(0) = I_{m\max}$$

Puisque il n'y a aucune fém induite au secondaire, il n'y a pas de transfert d'énergie à la charge durant cet intervalle de durée $(D - \frac{1}{2})T_s$. La charge durant cet intervalle est alimentée par le condensateur de sortie.

- Expression du courant dans la bobine d'entrée :

$$v_L = v_{in} = L \frac{di_{in}}{dt} \Rightarrow i_{in}(t) = \frac{v_{in}}{L} t + I_{in\min}$$

Le courant dans la bobine augmente linéairement pour atteindre une valeur maximale de :

$$I_{in\max} = i_{in}(\delta T_s) = \frac{v_{in}}{L} \delta T_s + I_{in\min}$$

- Expressions des courants primaires :

D'après la loi des nœuds :

$$i_{p1} + i_{p2} = i_{in}$$

D'après la loi d'Hopkinson

$$-n_1 i_{p1} + n_1 i_{p2} = n_1 i_{m1} + n_1 i_{m2} = n_1 i_m \quad \text{avec } i_m = i_{m1} + i_{m2}$$

Donc

$$i_{p2} - i_{p1} = i_m$$

La solution du système d'équations nous permet d'avoir :

$$i_{p2} = \frac{1}{2}(i_{in} + i_m)$$

$$i_{p1} = \frac{1}{2}(i_{in} - i_m)$$

- Courants des interrupteurs :

$$i_{S1} = i_{p1}$$

$$i_{S2} = i_{p2}$$

Si on néglige le courant i_m devant le courant i_{in} , les deux transistors doivent véhiculer la moitié du courant d'entrée.

- Courants des diodes :

$$i_{D1} = 0$$

$$i_{D2} = 0$$

- Tension aux bornes des interrupteurs :

$$v_{S1} = 0$$

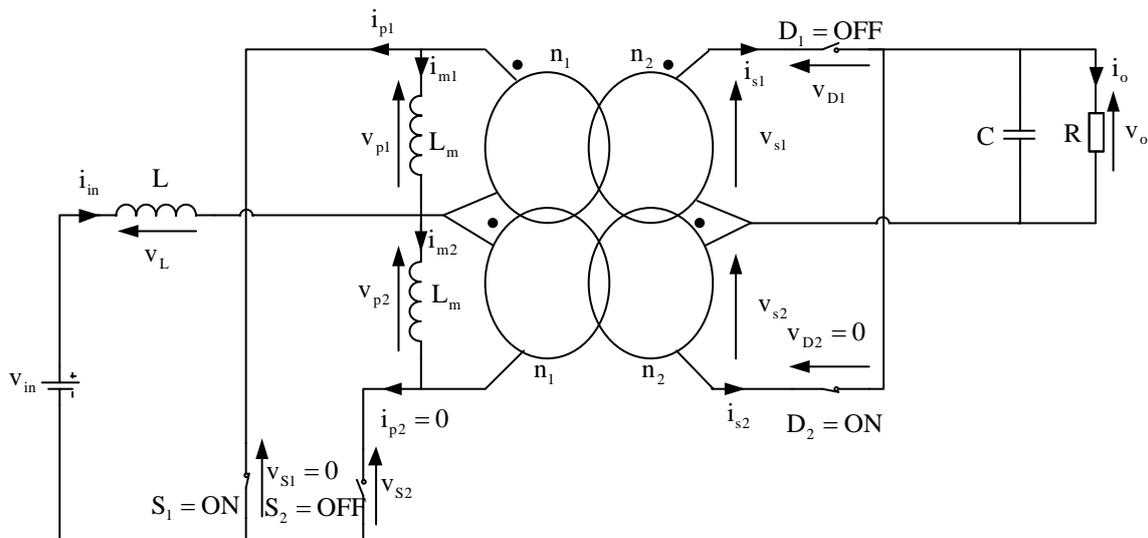
$$v_{S2} = 0$$

- Tension aux bornes des diodes :

$$v_{D1} = -v_o$$

$$v_{D2} = -v_o$$

Phase 2 : $S_1 = ON$, $S_2 = OFF$



Pendant l'intervalle de temps entre δT_s et $\frac{T_s}{2}$ un seul interrupteur est conducteur.

L'ouverture de la source de courant implique que :

$$v_{p2}(\delta T_s) \ll 0 \Rightarrow v_{s1}(\delta T_s) \ll 0 \text{ et } v_{s2}(\delta T_s) \ll 0$$

Donc

$$\begin{cases} v_{D1}(\delta T_s) = v_{s1}(\delta T_s) - v_o < 0 \Rightarrow D_1 = OFF \\ v_{D2}(\delta T_s) = -v_{s1}(\delta T_s) - v_o > 0 \Rightarrow D_2 = ON \end{cases}$$

Durant cette phase, l'énergie est transférée au transformateur à travers son primaire supérieur. Le secondaire inférieur va fournir cette énergie au condensateur de sortie et à la charge.

La conduction de la diode impose :

$$v_{s2} = -v_o \Rightarrow v_{s1} = -v_o \text{ et } v_{p1} = v_{p2} = \frac{-v_o}{m}$$

- Expression des courants magnétisants :

$$L_m \frac{di_{m1}}{dt} = L_m \frac{di_{m2}}{dt} = -\frac{v_o}{m}$$

Ce qui donne :

$$i_{m1}(t) = i_{m2}(t) = -\frac{v_o}{mL_m}(t - \delta T_s) + I_{m \max}$$

La valeur minimale de ces courants est :

$$I_{m \min} = i_{m1}\left(\frac{T_s}{2}\right) = i_{m2}\left(\frac{T_s}{2}\right) = -\frac{v_o}{mL_m}\left(\frac{1}{2} - \delta\right)T_s + I_{m \max}$$

- Expressions des courants primaires :

L'interrupteur S_2 est ouvert dans $i_{p2} = 0$

Le courant dans la première bobine primaire est égal au courant dans la bobine d'entrée dont la tension est donnée par :

$$v_L = v_{in} + v_{p1} = v_{in} - \frac{v_o}{m}$$

Pour que le courant diminue linéairement, il faut que la tension aux bornes de la bobine inverse sa polarité ce nécessite que $mv_{in} < v_o$.

$$\Rightarrow i_{p1}(t) = i_{in}(t) = \frac{v_{in} - \frac{v_o}{m}}{L}(t - \delta T_s) + I_{in \max} \quad (i_{in}(t) = i_{p1}(t) + i_{p2}(t))$$

Le courant dans la bobine diminue linéairement pour atteindre une valeur minimale de :

$$I_{in \min} = i_{in}\left(\frac{T_s}{2}\right) = i_{p1}\left(\frac{T_s}{2}\right) = \frac{v_{in} - \frac{v_o}{m}}{L}\left(\frac{1}{2} - \delta\right)T_s + I_{in \max}$$

- Expression des courants secondaires :

La diode D_1 est bloquée donc $i_{s1} = 0$

D'après la loi d'Ampère

$$-n_1 i_{p1} + n_2 i_{s2} = n_1 i_{m1} + n_1 i_{m2} = n_1 i_m \quad \text{avec } i_m = i_{m1} + i_{m2}$$

Or $i_{p1} = i_{in}$, donc :

$$i_{s2}(t) = \frac{i_m}{m} + \frac{i_{in}}{m}$$

- Courants des interrupteurs :

$$i_{S1} = i_{p1} = i_{in}$$

$$i_{S2} = 0$$

- Courants des diodes :

$$i_{D1} = 0$$

$$i_{D2} = i_{s2}$$

- Tension aux bornes des interrupteurs :

$$v_{S1} = 0$$

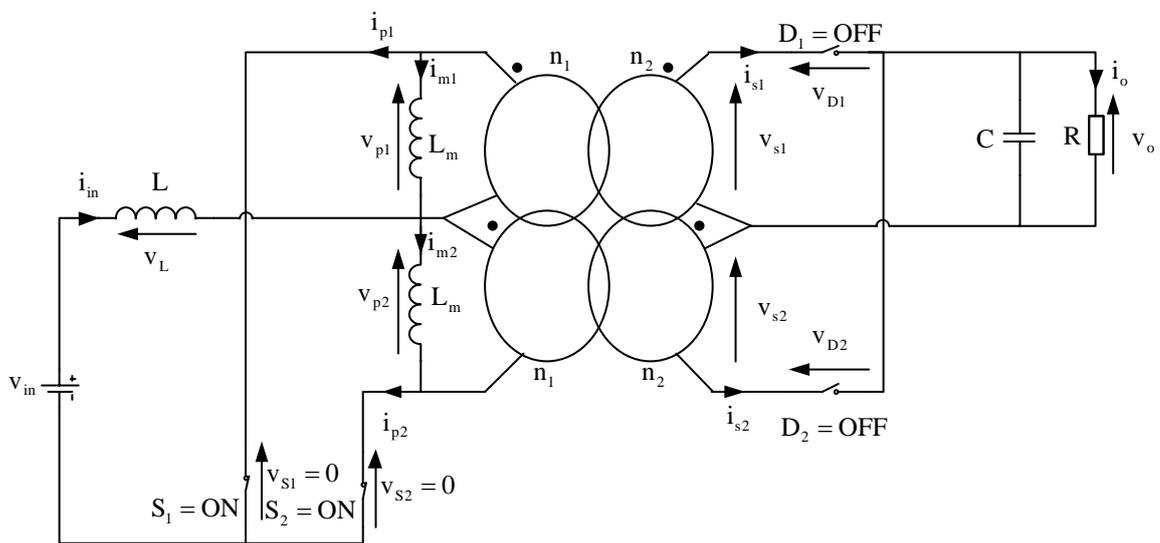
$$v_{S2} = -(v_{p1} + v_{p2}) = 2 \frac{v_o}{m}$$

- Tension aux bornes des diodes :

$$v_{D1} = v_{s1} + v_{s2} = -2v_o$$

$$v_{D2} = 0$$

Phase 3 : $S_1 = ON$, $S_2 = ON$



Nous avons :

$$v_{p1} + v_{p2} = 0 \text{ avec } v_{p1} = v_{p2} \text{ donc } v_{p1} = v_{p2} = 0 \Rightarrow v_{s1} = v_{s2} = 0$$

$$\begin{cases} v_{D1} = -v_o \\ v_{D2} = -v_o \end{cases} \Rightarrow D_1 = OFF, D_2 = OFF \Rightarrow i_{s1} = i_{s2} = 0$$

Ce qui en résulte :

$$L_m \frac{di_{m1}}{dt} = L_m \frac{di_{m2}}{dt} = 0 \Rightarrow i_{m1} = i_{m2} = I_{m \min}$$

- Expression du courant dans la bobine d'entrée

$$v_L = v_{in} = L \frac{di_{in}}{dt} \Rightarrow i_{in}(t) = \frac{v_{in}}{L} \left(t - \frac{T_s}{2} \right) + I_{in \min}$$

Le courant dans la bobine augmente linéairement pour atteindre une valeur maximale de :

$$I_{in\ max} = i_{in} \left(\frac{T_s}{2} + \delta T_s \right) = \frac{v_{in}}{L} \delta T_s + I_{in\ min}$$

- Expressions des courants primaires

D'après la loi des nœuds :

$$i_{p1} + i_{p2} = i_{in}$$

D'après la loi d'Hopkinson

$$-n_1 i_{p1} + n_1 i_{p2} = n_1 i_{m1} + n_1 i_{m2} = n_1 i_m \text{ avec } i_m = i_{m1} + i_{m2}$$

Donc

$$i_{p2} - i_{p1} = i_m$$

La solution du système d'équations nous permet d'avoir :

$$i_{p2} = \frac{1}{2}(i_{in} + i_m)$$

$$i_{p1} = \frac{1}{2}(i_{in} - i_m)$$

- Courants des interrupteurs

$$i_{S1} = i_{p1}$$

$$i_{S2} = i_{p2}$$

Si on néglige le courant i_m devant le courant i_{in} , les deux transistors doivent véhiculer la moitié du courant d'entrée.

- Courants des diodes

$$i_{D1} = 0$$

$$i_{D2} = 0$$

- Tension aux bornes des interrupteurs

$$v_{S1} = 0$$

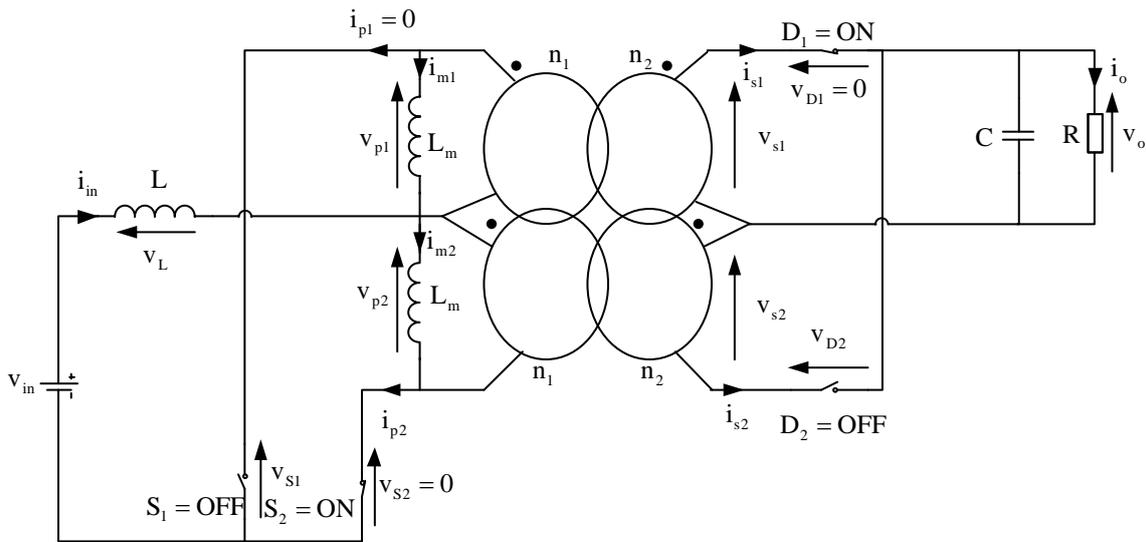
$$v_{S2} = 0$$

- Tension aux bornes des diodes

$$v_{D1} = -v_o$$

$$v_{D2} = -v_o$$

Phase 4 : $S_1 = OFF$, $S_2 = ON$



Pendant l'intervalle de temps entre $\frac{T_s}{2} + \delta T_s$ et T_s un seul interrupteur est conducteur.

L'ouverture de la source de courant implique que :

$$v_{p2}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) \ll 0 \Rightarrow v_{s1}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) \ll 0 \text{ et } v_{s2}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) \ll 0$$

Donc

$$\begin{cases} v_{D1}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) = v_{s1}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) - v_o < 0 \Rightarrow D_1 = OFF \\ v_{D2}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) = -v_{s1}(\frac{T_s}{2} + \delta T_s) - v_o > 0 \Rightarrow D_2 = ON \end{cases}$$

Durant cette phase, l'énergie est transférée au transformateur à travers son primaire inférieur. Le secondaire supérieur va fournir cette énergie au condensateur de sortie et à la charge.

La conduction de la diode impose :

$$v_{s1} = v_o \Rightarrow v_{s2} = v_o \text{ et } v_{p1} = v_{p2} = \frac{v_o}{m}$$

- Expression des courants magnétisants

$$L_m \frac{di_{m1}}{dt} = L_m \frac{di_{m2}}{dt} = \frac{v_o}{m}$$

Ce qui donne :

$$i_{m1}(t) = i_{m2}(t) = \frac{v_o}{mL_m} (t - (\frac{T_s}{2} + \delta T_s)) + I_{m \min}$$

La valeur maximale de ces courants est :

$$I_{m \max} = i_{m1}(T_s) = i_{m2}(T_s) = \frac{v_o}{mL_m} \left(\frac{1}{2} - \delta \right) T_s + I_{m \min}$$

- Expressions des courants primaires

L'interrupteur S_1 est ouvert donc : $i_{p1} = 0$

Le courant dans la deuxième bobine primaire est égal au courant dans la bobine d'entrée dont la tension est calculée par :

$$v_L = v_{in} - v_{p2} = v_{in} - \frac{v_o}{m}$$

Pour que le courant diminue linéairement, il faut que la tension aux bornes de la bobine inverse sa polarité ce nécessite que $mv_{in} < v_o$.

$$\Rightarrow i_{p2}(t) = i_{in}(t) = \frac{v_{in} - \frac{v_o}{m}}{L} \left(t - \left(\frac{T_s}{2} + \delta T_s \right) \right) + I_{in \max} \quad (i_{in}(t) = i_{p2}(t) + i_{p1}(t))$$

Le courant dans la bobine diminue linéairement pour atteindre une valeur minimale de :

$$I_{in \min} = i_{in}(T_s) = i_{p1}(T_s) = \frac{v_{in} - \frac{v_o}{m}}{L} \left(\frac{1}{2} + \delta \right) T_s + I_{in \max}$$

- Expression des courants secondaires

La diode D_2 est bloquée donc $i_{s2} = 0$

D'après la loi d'Ampère

$$n_1 i_{p2} - n_2 i_{s1} = n_1 i_{m1} + n_1 i_{m2} = n_1 i_m \quad \text{avec } i_m = i_{m1} + i_{m2}$$

Or $i_{p2} = i_{in}$, donc :

$$i_{s1}(t) = \frac{i_m}{m} - \frac{i_{in}}{m}$$

- Courants des interrupteurs

$$i_{S1} = 0$$

$$i_{S2} = i_{p2} = i_{in}$$

- Courants des diodes

$$i_{D1} = i_{s1}$$

$$i_{D2} = 0$$

- Tension aux bornes des interrupteurs

$$v_{S1} = v_{p1} + v_{p1} = 2 \frac{v_o}{m}$$

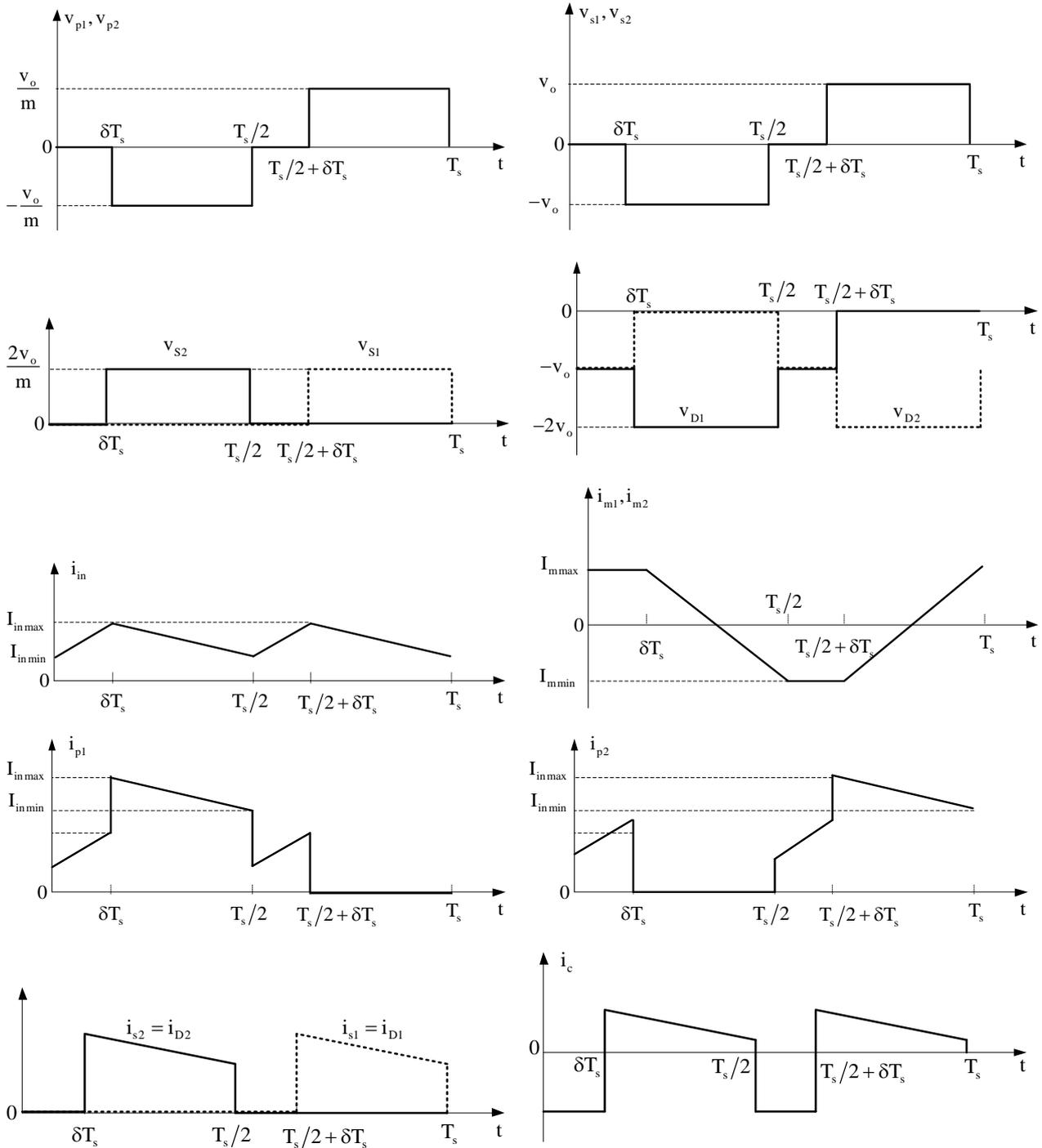
$$v_{S2} = 0$$

- Tension aux bornes des diodes

$$v_{D1} = 0$$

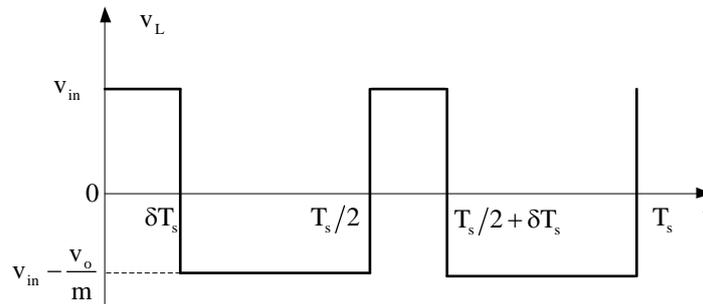
$$v_{D2} = -(v_{s1} + v_{s2}) = -2v_o$$

2°) Tracé des formes des tensions et des courants



- Calcul de la tension de sortie

La forme de la tension aux bornes de la bobine d'entrée est représentée sur la figure ci-dessous.



Expression de la tension de sortie en fonction de v_{in} , δ , et m

Nous avons :

$$\bar{v}_L = \frac{1}{\frac{T_s}{2}} [v_{in} \delta T_s + (v_{in} - \frac{v_o}{m})(\frac{T_s}{2} - \delta T_s)] = 0$$

$$v_{in} \delta + (v_{in} - \frac{v_o}{m})(\frac{1}{2} - \delta) = 0$$

$$v_{in} \delta + \frac{1}{2}(v_{in} - \frac{v_o}{m}) - \delta(v_{in} - \frac{v_o}{m}) = \cancel{v_{in} \delta} + \frac{1}{2} v_{in} - \frac{v_o}{2m} - \cancel{\delta v_{in}} + \frac{\delta v_o}{m} = \frac{1}{2} v_{in} - \frac{v_o}{2m} + \frac{\delta v_o}{m} = 0$$

$$\frac{1}{2} v_{in} + \frac{v_o}{m} (\delta - \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow v_o = -\frac{\frac{1}{2} m v_{in}}{(\delta - \frac{1}{2})} = \frac{m v_{in}}{1 - 2\delta}$$

Expression de la tension de sortie en fonction de v_{in} , D , et m

Le rapport cyclique est défini par :

$$D = \frac{\frac{T_s}{2} + \delta T_s}{T_s} = \frac{1}{2} + \delta \Rightarrow \delta = D - \frac{1}{2}$$

$$v_o = \frac{m v_{in}}{1 - 2(D - \frac{1}{2})} = \frac{m v_{in}}{1 - 2D + 1} = \frac{m v_{in}}{2(1 - D)}$$