

**Tutorials (TD) Series No3**  
**Forced oscillations of single-degree-of-freedom systems**

**Exercise No1**

In exercise No6 of series No2, a vertical damper  $\alpha$  is attached to the rod at a distance  $ob = 3l/4$ . A harmonic vertical force of the form  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$  ( $\Omega$  can be adjusted) is applied to the mass  $m$ .

1. Write the differential equation governing the forced vibrations of the system taking into account the previously obtained results.
2. Given that  $m = 2kg$ ,  $k = 250N/m$ , and  $\alpha = 5N \cdot m^{-1} \cdot s$ , can resonance be observed?
3. If yes, for what value of  $\Omega$  do we observe resonance in the system? Calculate the corresponding amplitude.

Note: Take  $a = l/4$ .

**التمرين الأول**

في التمرين السادس من السلسلة الثانية نصل بالساق وعلى بعد  $ob = 3l/4$  مخدم شاقولي  $\alpha$ . نطبق على الكتلة  $m$  قوة شاقولية توافقية من الشكل:  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$  ( $\Omega$  قابلة للتعديل).  
1- أكتب المعادلة التفاضلية للاهتزازات القسرية للنظام بالاعتماد على النتائج المحصل عليها سابقا.  
2- علما أن:  $m = 2kg$ ,  $k = 250N/m$ ,  $\alpha = 5N \cdot m^{-1} \cdot s$ . هل يمكن أن نشاهد الرنين؟  
3- إذا كان كذلك فما هي قيمة  $\Omega$  التي يحصل عندها الرنين؟ أحسب إذن السعة العظمى الموافقة لذلك.  
يعطى:  $a = l/4$ .

**Exercise No2**

Fig.2 represents a device designed to record earthquake. We assume that the quakes have a sinusoidal form given by:

$$x_e(t) = a \cos \omega_e t$$

1. Establish the differential equation for the forced vibrations of the mass  $m$  due to the exciting force of the quakes.
2. Then deduce the expression of the amplitude  $x_0$  and the initial phase  $\varphi_0$  in terms of  $\omega_e$ .
3. Show that the amplitude of quakes and that of the mass are identical in the case where damping and angular frequency are very small. In this case, what is the phase shift between  $x(t)$  and  $x_e(t)$ ?

**التمرين الثاني**

الشكل 2 يمثل جهاز لتسجيل الهزات الأرضية. نقبل أن هذه الهزات جيبية من الشكل :

$$x_e(t) = a \cos \omega_e t$$

- 1- جد المعادلة التفاضلية للاهتزازات القسرية للكتلة  $m$  الناتجة من قوة الإثارة للهزات الأرضية.
- 2- أعط عبارة السعة والصفحة الابتدائية  $x_0$  و  $\varphi_0$  على التوالي بدلالة  $\omega_e$ .
- 3- بين أن سعة الهزات وسعة الاهتزازات للكتلة متماثلتين إذا كان التخماد والنبض ضعيفين. ما هو الفرق في الصفحة في هذه الحالة بين  $x(t)$  و  $x_e(t)$ .

**Exercise No3**

A sinusoidal electromotive force (e.m.f)  $e(t) = E_0 \sin \Omega t$  is applied to a series  $RLC$  circuit. By varying the angular frequency  $\Omega$  of the e.m.f, we observe that there is a voltage resonance across the terminals of the unknown capacitance  $C$ . Given that  $V_{cmax} = 60V$ ;  $E_0 = 3V$ ;  $R = 75\Omega$ ;  $L = 0,8mH$ , then determine :

1. the quality factor  $Q$ .
2. the capacitance  $C$  and the natural angular frequency  $\omega_0$  of the circuit.
3. the bandwidth  $\Delta\Omega$  and its two bounds  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$ .
4. Find the power that the source must provide to the circuit to sustain oscillations with a maximum current intensity amplitude  $I_0 = 30mA$ .

نطبق بين طرفي دارة كهربائية  $RLC$  على التسلسل قوة كهربائية محرّكة من الشكل:  $e(t) = E_0 \sin \omega t$ . نغير النبض  $\omega$  فنلاحظ حدوث الرنين في التوتر بين طرفي المكثفة مجهولة القيمة  $C$ . علماً أن:  $V_{cmax} = 60V; E_0 = 3V; R = 75\Omega; L = 0,8mH$ .

1- جد معامل تضخم الجهد  $Q$ .

2- أحسب سعة المكثفة  $C$  والنبض الذاتي  $\omega_0$  للدارة.

3- جد عرض الحزمة العابرة  $\Delta\omega$  وطرفيها  $\omega_1$  و  $\omega_2$ .

1- أحسب الاستطاعة اللازم توفيرها من قبل المولد للدارة للحفاظ على اهتزازات التيار بسعة عظمى  $I_0 = 30mA$ .

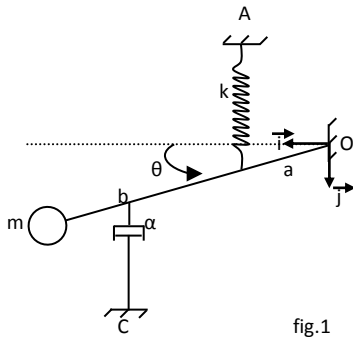


fig.1

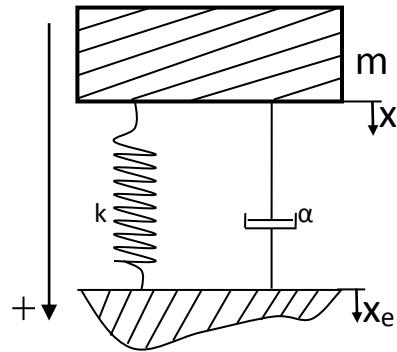


fig. 2