Université de M'sila | Département d'Informatique
Faculté des Mathématiques et d'Informatique | Master 1 RTIC

TD N°1 (Correction)

Exercice 1

1- L'information associée à chaque symbole est obtenue par la formule : $I(p_i)=-\log_2(p_i)$
$I(p0)=)=-\log_2(p0)=- \log_2(0.4)=1.321$, $I(p1)=1.737$, $I(p2)=2.322$, $I(p3)=3.322$

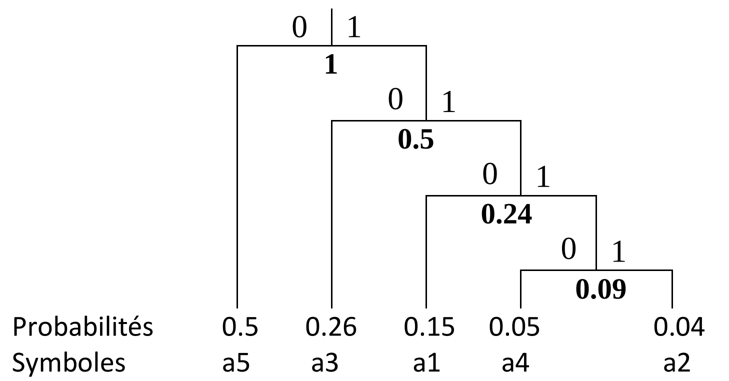
2- L'entropie de la source est obtenue par la formule : $H=-\Sigma\, p_i\log_2(p_i)$
H= 0.4 x 1.321 + 0.3 x 1.737 + 0.2 x 2.322 + 0.1 x 3.322 = 1.846

Exercice 2

1- L'entropie de la source est :
$H(A)= -(0.15 \log_2(0.15) + 0.04 \log_2(0.04) + 0.26 \log_2(0.26) + 0.05 \log_2(0.05) + 0.5 \log_2(0.5))$
H(A)= 1.817

2- Si tous les symboles sont équiprobables, c-à-d leurs probabilités sont égales, alors on a :
$H(A)=-5(1/5 \log_2(1/5))=- \log_2(1/5)=2.322$
On peut conclure que l'entropie est maximale dans le cas où les symboles sont équiprobables.

3- Codeur de Huffman



Les codes des symboles sont : a1 : 110, a2 : 1111, a3 : 10, a4 : 1110, a5 : 0
Caractéristiques du codeur Huffman :

- Longueur moyenne : $\ell=\Sigma p_i n_i$ où n_i est le nombre de bits du mot de code (ou symbole)
  ℓ=0.15 x 3 + 0.04 x 4 + 0.26 x 2 + 0.05 x 4 + 0.5 x 1 = 1.83 bps (bit par symbole)
- Redondance : $R = (\ell – H)/H$, d'où R= (1.83 – 1.817)/1.817 = 0.715%
- Efficacité : $E = (H/ \ell)x100$, d'où E=(1.817/1.83)x100 = 99.28%

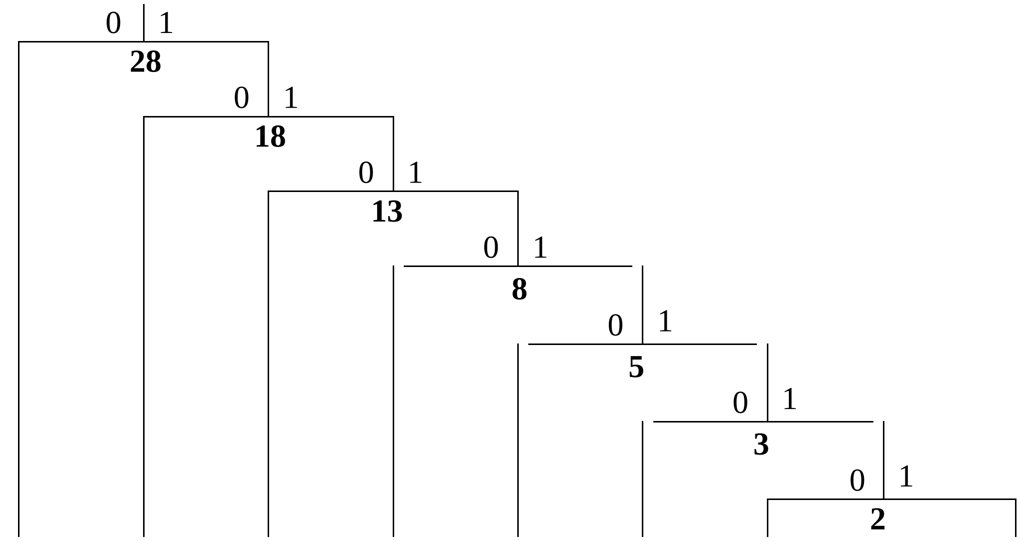
Codeur Shannon-Fano

Symboles	a5	a3	a1	a4	a2
Probabilités	0.5	0.26	0.15	0.05	0.04
	0	1	1	1	1
		0	1	1	1
			0	1	1
				0	1

Les codes des symboles sont : a1 : 110, a2 : 1111, a3 : 10, a4 : 1110, a5 : 0
Caractéristiques du codeur Shannon-Fano :

- Longueur moyenne : $\ell=\Sigma p_i n_i$ où n_i est le nombre de bits du mot de code (ou symbole)
  ℓ=0.15 x 3 + 0.04 x 4 + 0.26 x 2 + 0.05 x 4 + 0.5 x 1 = 1.83 bps (bit par symbole)
- Redondance : $R = (\ell – H)/H$, d'où R= (1.83 – 1.817)/1.817 = 0.715%
- Efficacité : $E = (H/ \ell)x100$, d'où E=(1.817/1.83)x100 = 99.28%

Exercice 3



Distribution	10	5	5	3	2	1	1	1
Caractère	H	G	F	E	D	A	B	C

Remarque : Cet arbre n'est pas unique (d'autres solutions peuvent exister).

Exercice 4

L'image est composée de 4 pixels : « 0 », « 20 », « 50 », « 99 ».

P(0)=32/64=0.5, P(20)=8/64=0.125, p(50)=16/64=0.25, p(99)=0.125

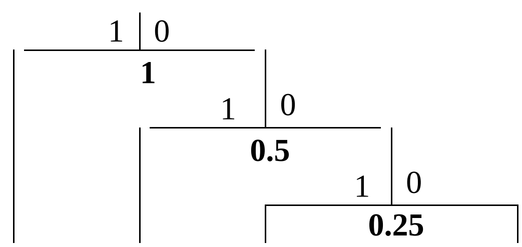
1- L'entropie de l'image est :

$H= -(0.5 \log_2(0.5) + 0.125 \log_2(0.125) + 0.25 \log_2(0.25) + 0.125 \log_2(0.125))$

$H=-(0.5 \times (-1) + 0.125 \times (-3) + 0.25 \times (-2) + 0.125 \times (-3))$

$H= 1.75$

2-



Probabilités	0.5	0.25	0.125	0.125
Pixel	0	50	99	20

Le nombre moyen de bits utilisés est donné par la formule : $\ell=\Sigma p_i n_i$ où n_i est le nombre de bits du mot de code (ou symbole).

$\ell= 0.5 \times 1 + 0.25 \times 2 + 0.125 \times 3 + 0.125 \times 3 = 1.75$

L'entropie de l'image est égale au nombre moyen de bits trouvés par Huffman.

Exercice 5

1- Taille du fichier ;
   Le fichier compte 28 caractères, donc la taille du fichier est 28 octets ou 224 bits
2- Occurrences des différents caractères du fichier (classés par ordre décroissant)

N°	Caractère	Nombre d'occurences
1	t	4
2	Espace	3
3	s	2
4	m	2
5	u	2
6	a	2
7	o	2
8	i	2
9	L	1
10	e	1
11	l	1
12	é	1
13	d	1
14	n	1
15	p	1
16	r	1
17	.	1

3- Le nombre de caractères utilisés dans le fichier est égal à 17 caractères. La longueur fixe pour coder 17 caractères est L, telle que $\log_2(17) \leq L \leq \log_2(17) + 1$, d'où le nombre de bits nécessaires pour coder chaque caractère est 5 bits. La nouvelle taille du fichier est : 28 x 5 = 140 bits
4- Algorithme de Shannon-Fano :

Caractère	t	Espace	s	m	u	a	o	i	L	e	l	é	d	n	p	r	.
Occurences	4	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
			0	1		0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
									0	1	0	1	0	1		0	1
Nombre de bits	3	3	4	4	3	4	4	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5

La nouvelle taille du fichier est obtenue en multipliant le nombre d'occurrences de chaque caractère par la longueur de son code. La taille totale est : 73 bits

5- Le taux de compression obtenu par la méthode de Shannon-Fano est : 1- (73/224)= 67.41%