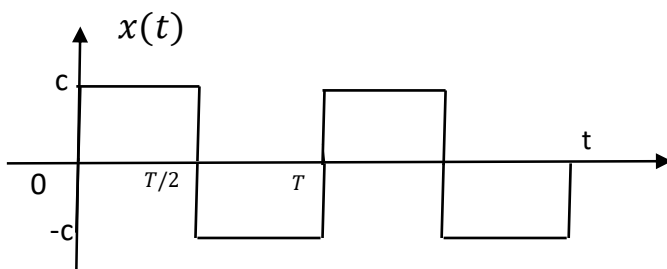

Travaux dirigés N°2

SERIES DE FOURIER

Exercice 1 :

1. $x(t)$ est un signal déterministe et périodique

2. Décomposition de $x(t)$ en série de Fourier 1^{ère} forme ; $x(t) \begin{cases} c & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -c & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$



$$x(t) \text{ est impair} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = 0 \\ a_n = 0 \\ b_n \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \sin(2\pi n f t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} c \sin(2\pi n f t) dt = \frac{4c}{T(2\pi n f)} [-\cos(2\pi n f t)]_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{2c}{\pi n} [-\cos(\pi n) + 1] \end{aligned}$$

Avec : $Tf = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_n = 0 & \text{pour } n \text{ pair} \\ b_n = \frac{4c}{\pi n} & \text{pour } n \text{ impair} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4c}{\pi n} \sin(2\pi n f t)$$

3.

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{4c}{\pi} \sin(2\pi f t) + \frac{4c}{3\pi} \sin(6\pi f t) + \frac{4c}{5\pi} \sin(10\pi f t) + \frac{4c}{7\pi} \sin(14\pi f t) \\ &\quad + \frac{4c}{9\pi} \sin(18\pi f t) \end{aligned}$$

4. spectre d'amplitude

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \sqrt{b_n^2} = |b_n| = \frac{4c}{\pi n} \quad \text{pour } n \text{ impair}$$

$$\varphi_n = -\arctang\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = -\arctang\left(\frac{4c}{\pi n \cdot 0}\right) = -\frac{\pi}{2}; \quad \text{pour } n \text{ impair}$$

$$\Rightarrow x(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4c}{\pi n} \cos\left((2\pi n f t) - \frac{\pi}{2}\right)$$

