
Série d'exercices N°05.
Algèbre 1

Exercice 01 :

1. Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$ les polynômes suivants :

$$P(X) = X^4 - 1, \quad Q(X) = X^2 - 1$$

☞ Déterminer le **ppcm**(**P**, **Q**).

2. Factoriser dans $\mathbb{C}[X]$ les polynômes suivants :

$$H(X) = X^2 - iX, \quad K(X) = X^2 + 1$$

☞ Déterminer le **ppcm**(**H**, **K**).

Exercice 02 :

Déterminer les **pgcd**(**P**, **Q**) suivants :

1. $P(X) = X^4 - 3X^3 + X^2 + 4$ et $Q(X) = X^3 - 3X^2 + 3X - 2$,
2. $P(X) = X^5 - X^4 + 2X^3 - 2X^2 + 2X - 1$ et $Q(X) = X^5 - X^4 + 2X^2 - 2X + 1$. (*)

Exercice 03 :

Soit le polynôme $P(X)$ suivant :

$$P(X) = X^3 + 2X^2 - X - 2$$

1. Montrer que le polynôme $P(X)$ admet trois racines dans \mathbb{Z} . Puis déterminer leurs valeurs.
2. Dédire la factorisation de $P(X)$.

Exercice 04 :(Devoir à la maison)

Soit le polynôme $P(X) = X^4 - 6X^3 + 9X^2 + 9$.

1. Décomposer $P(X)$ en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.
2. En déduire une décomposition de $P(X)$ en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$, puis dans $\mathbb{R}[X]$.