

**Série d'exercices N°05.**  
**Algèbre 1**

**Exercice 01 :**

1. Factoriser dans  $\mathbb{R}[X]$  les polynômes suivants :

$$P(X) = X^4 - 1, \quad Q(X) = X^2 - 1$$

☞ Déterminer le **ppcm**(**P**, **Q**).

2. Factoriser dans  $\mathbb{C}[X]$  les polynômes suivants :

$$H(X) = X^2 - iX, \quad K(X) = X^2 + 1$$

☞ Déterminer le **ppcm**(**H**, **K**).

**Exercice 02 :**

Déterminer les **pgcd**(**P**, **Q**) suivants :

1.  $P(X) = X^4 - 3X^3 + X^2 + 4$  et  $Q(X) = X^3 - 3X^2 + 3X - 2$ ,
2.  $P(X) = X^5 - X^4 + 2X^3 - 2X^2 + 2X - 1$  et  $Q(X) = X^5 - X^4 + 2X^2 - 2X + 1$ . (\*)

**Exercice 03 :**

Soit le polynôme  $P(X)$  suivant :

$$P(X) = X^3 + 2X^2 - X - 2$$

1. Montrer que le polynôme  $P(X)$  admet trois racines dans  $\mathbb{Z}$ . Puis déterminer leurs valeurs.
2. Dédire la factorisation de  $P(X)$ .

**Exercice 04 :(Devoir à la maison)**

Soit le polynôme  $P(X) = X^4 - 6X^3 + 9X^2 + 9$ .

1. Décomposer  $P(X)$  en produit de facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$ .
2. En déduire une décomposition de  $P(X)$  en produit de facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$ , puis dans  $\mathbb{R}[X]$ .