المحاضرة الحادية عشر : اختبار كاي تربيع

الأهداف :

1- . تمكين الطالب من فهم و استيعاب ماهية و أهمية هذا النوع من الاختبارات

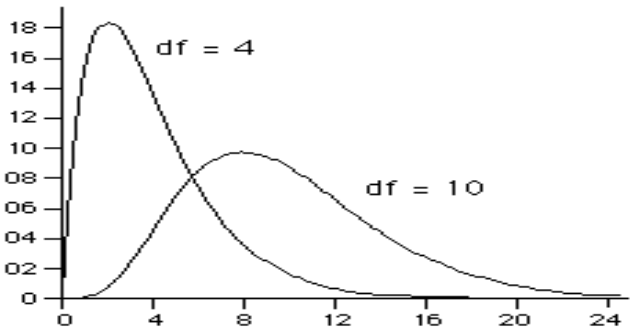
2 -- . تدريب الطالب على كيفية إجراء هذا النوع من الاختبارات

3 ـ تمكين الطالب من استعمال هذا النوع من الاختبارات عند الحاجة ، خصوصا في البحث . الميداني بمذكرة نهاية الدراسة

يعتبر توزيع كاي تربيع من التوزيعات الإحتمالية الشائعة الاستخدام حيث توجد له تطبيقات ، عديدة

و هو متغير عشوائي يستخدم في اختبار الفرضيات حيث أنه يصنف إلى اختبارحسن المطابقة (جودة التوفيق) و اختبار الاستقلالية . يعتمد توزيع كاي تربيع مثل توزيع ستودنت اعتمادا كاملا على درجات الحرية فكلما زادت درجات الحرية كلما قل التواء التوزيع واقترب من التماثل.

شكل المنحنى البياني لتوزيع كاي مربع :



خصائص اختبار كاي مربع

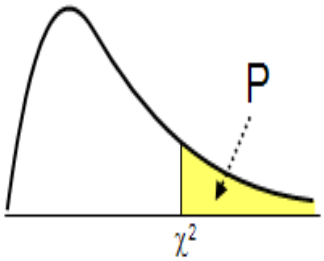
: يتميز هذا الاختبار بجملة من المميزات نوجزها فيما يلي

- انه توزيع غير متماثل.

-- انه توزيع غير معرف في الجزء السالب من المستوى

انه توزيع يبدأ من الصفر ويستمر إلى مالانهاية.

(أنه توزيع موجب الالتواء (من اليمين.



	P										
DF	**0.995**	**0.975**	**0.20**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.02**	**0.01**	**0.005**	**0.002**	**0.001**
1	0.0000393	0.000982	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.635	7.879	9.550	10.828
2	0.0100	0.0506	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.210	10.597	12.429	13.816
3	0.0717	0.216	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.345	12.838	14.796	16.266
4	0.207	0.484	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.277	14.860	16.924	18.467
5	0.412	0.831	7.289	9.236	11.070	12.833	13.388	15.086	16.750	18.907	20.515
6	0.676	1.237	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.812	18.548	20.791	22.458
7	0.989	1.690	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.475	20.278	22.601	24.322
8	1.344	2.180	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.090	21.955	24.352	26.124
9	1.735	2.700	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.666	23.589	26.056	27.877
10	2.156	3.247	13.442	15.987	18.307	20.483	21.161	23.209	25.188	27.722	29.588
11	2.603	3.816	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.725	26.757	29.354	31.264
12	3.074	4.404	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.217	28.300	30.957	32.909
13	3.565	5.009	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.688	29.819	32.535	34.528
14	4.075	5.629	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.141	31.319	34.091	36.123
15	4.601	6.262	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.578	32.801	35.628	37.697
16	5.142	6.908	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.000	34.267	37.146	39.252
17	5.697	7.564	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.409	35.718	38.648	40.790
18	6.265	8.231	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.805	37.156	40.136	42.312
19	6.844	8.907	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	36.191	38.582	41.610	43.820
20	7.434	9.591	25.038	28.412	31.410	34.170	35.020	37.566	39.997	43.072	45.315
21	8.034	10.283	26.171	29.615	32.671	35.479	36.343	38.932	41.401	44.522	46.797
22	8.643	10.982	27.301	30.813	33.924	36.781	37.659	40.289	42.796	45.962	48.268
23	9.260	11.689	28.429	32.007	35.172	38.076	38.968	41.638	44.181	47.391	49.728
24	9.886	12.401	29.553	33.196	36.415	39.364	40.270	42.980	45.559	48.812	51.179
25	10.520	13.120	30.675	34.382	37.652	40.646	41.566	44.314	46.928	50.223	52.620
26	11.160	13.844	31.795	35.563	38.885	41.923	42.856	45.642	48.290	51.627	54.052
27	11.808	14.573	32.912	36.741	40.113	43.195	44.140	46.963	49.645	53.023	55.476
28	12.461	15.308	34.027	37.916	41.337	44.461	45.419	48.278	50.993	54.411	56.892
29	13.121	16.047	35.139	39.087	42.557	45.722	46.693	49.588	52.336	55.792	58.301
30	13.787	16.791	36.250	40.256	43.773	46.979	47.962	50.892	53.672	57.167	59.703
31	14.458	17.539	37.359	41.422	44.985	48.232	49.226	52.191	55.003	58.536	61.098

أولا : اختبار حسن المطابقة

الغرض منه المقارنة بين التكرارات المتوقعة و التكرارات المشاهدة ، حيث يضع الباحث احتمالا متوقعا لنتائج التجربة في صورة تكرارات متوقعة ثم يقوم بمطابقة النتائج المتوقعة مع النتائج المشاهدة فدور اختبار كاي تربيع هو تحديد ما إذا كان هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين ماهو متوقع و ما هو واقع . ويهتم هذا النوع من الاختبارات الإحصائية باختبار ما إذا كانت مشاهدات عينة تم اختيارها من مجتمع له توزيع احتمالي معين أو نظرية معينة.

ويستخدم هذا الاختبار عندما تكون البيانات اسمية أو على شكل تكرارات ويقصد بجودة التوفيق هنا دراسة مدى تشابه تكرارات العينة والتي تسمى عادة بالتكرارات الملاحظة Observed للمتغير موضوع الدراسة فى المجتمع الأصلىExpectedمع التكرارات المتوقعة .

ويستخدم اختبار كاي مربع كطريقة إحصائية للمقارنة بين التكرارين الملاحظ والمتوقع. فإذا كانت العينة ممثلة للمجتمع فى تكراراتها ومتطابقة معه فإن قيمة كاي تربيع تكون عادة صفراً (الملاحظة) وتزداد هذه القيمة لتصبح أكثر من صفر كلما كان هناك فرق بين تكرارات العينة (وبين تكرارات التوزيع النظرى للمجتمع (المتوقعة).

في البداية نقوم بحساب قيمة χ^2 وفق العلاقة التالية :

$$\chi^2 \sum [(o - e)^2 / e]$$

ثم نقوم بإيجاد القيمة المجدولة عن طريق قيمتين محددتين : درجة الحرية (عدد الصفات ـ 1) و كذلك مستوى المعنوية (1 أو ٪ 5 ٪).

مثال :

طالبا من أحد المعاهد، وكان توزيعهم حسب التخصص 800اختار أحد الباحثين عينة حجمها كالتالي:

التخصص	آداب	بيولوجيا	ع.سياسية	ديموغرافيا
عدد الطلبة (التكرار المشاهد)	200	150	100	350

هل يتفق هذا التوزيع مع توزيع طلبة معهد آخركان توزيع تخصصاتهم حسب النسب التالية:

باستخدام مستوى معنوية (0.05)

التخصص	آداب	بيولوجيا	ع.سياسية	ديموغرافيا
النسبة المئوية(%)	25	15	15	45

الحل:

الفروض الإحصائية:

. : توزيع التخصصات في العينة يتفق مع التوزيع المناظر للمعهد الأخر H_0

. : توزيع التخصصات في العينة لا يتفق مع التوزيع المناظر للمعهد الأخر1H

مستوى المعنوية:

= 0.05α

احصاء الأختبار:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

، iحيث تمثل التكرار المشاهد للنتيجة رقم O_i

حيث i(E_i تمثل التكرار المتوقع المناظر للنتيجة رقم (النسبة المئوية ضرب حجم العينة

$$E_1 = np_1 = 800\ (0.25) = 200$$
$$E_2 = np_2 = 800\ (0.15) = 120$$
$$E_3 = np_3 = 800\ (0.15) = 120$$
$$E_4 = np_4 = 800\ (0.45) = 360$$

، لذا يمكن 50 وأيضا حجم العينة اكبر من 5ونلاحظ أن جميع المشاهدات المتوقعة أكبر من تعيين احصاء الاختبار كاي تربيع لاختبار هذه البيانات، وبكتابة كلا من المشاهدات والقيم المتوقعة معا في جدول واحد كالتالي:

التخصص	آداب	بيولوجيا	ع.سياسية	ديموغرافيا
النسبة المئوية(%)	200	120	120	360

وبتطبيق معادلة كاي تربيع للحصول على قيمة كاي المحسوبة ويتم ذلك كالتالي:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \left[\frac{(200-200)^2}{200} + \frac{(150-120)^2}{120} + \frac{(100-120)^2}{120} + \frac{(350-360)^2}{360} \right] = 11.11$$

مناطق الرفض والقبول:

عند استخدام جدول مربع كاي لتعيين القيمة المجدولة $\chi_{\alpha}^2(v)$ حيث $\chi_{0.05}^2(3) = 7.815$ **v=4-1=3**

القرار:

. نلاحظ أن القيمة المحسوبة أكبر من المجدولة $\chi_0^2 > \chi_{\alpha}^2(v)$

و بالتالي نرفض الفرضية الصفرية و نقبل البديلة ، أي أن توزيع التخصصات بالمعهدين مختلف عند مستوى معنوية قدره 0.05

اختبار كاي تربيع للاستقلالية: ثانيا

هو اختبار إحصائي يتم تطبيقه لدراسة العلاقة بين (Chi-Square) إختبار كاي تربيع متغيرين لمعرفة ما إذا كان هنالك علاقة بين المتغيرين أم لا.

على البيانات التي يجمعها الباحث بمختلف (Chi-Square) يمكن إجراء إختبار كاي تربيع الطرق (الاستبيانات مثلا) بحيث تتم دراسة العلاقة بين المتغيرين محل الدراسة.

) جودة و فعالية الإتصال داخل 1على سبيل المثال، قد يود الباحث دراسة العلاقة بين:

) فهم الموظفين لأي أمور يتم إعلانها عن طريق أساليب الإتصال المختلفة داخل 2الشركة و نفس الشركة. في هذه الحالة، و في حال وجود علاقة بين المتغيرين، يمكن القول بأن المتغيرين مرتبطين ببعض.

طبيعة العلاقة (طردية (كلما زاد متغير زاد الآخر) أو عكسية (كلما زاد متغير نقص الآخر أو العكس)) لا يمكن معرفتها باختبار كاي تربيع.

فرض العدم و الفرض البديل

عند القيام باختبار كاي تربيع للاستقلالية، يتم تحديد فرضيتين للعلاقة قبل إجراء الاختبار:

الفرضية الصفرية : لا توجد علاقة بين المتغيرين

الفرضية البديلة : توجد علاقة بين المتغيرين .

التكرار المتوقع:

مجموع الصف × مجموع العمود

حجم العينة

نكرر تطبيق هذه المعادلة لجميع الصفوف والأعمدة لكلا المتغيرين

تحديد درجات الحرية:

درجات الحرية = (عدد الصفوف – 1) × (عدد الأعمدة – 1)

تحديد قيمة كا^2 المجدولة :

عند درجة حرية ^{2} المجدولة من خلال الرجوع إلى جدول كا^{2}يتم بعد ذلك تحديد قيمة كا محددة وفقا لمعطيات الدراسة

بعد ذلك نقوم بحساب القيمة المحسوبة وفق العلاقة التالية :

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

عن التكرارات المشاهدة و المتوقعة على الترتيبE و Oحيث تعبر كل من .

القرار:

المجدولة ^{2} المحسوبة أكبر من قيمة كا^2 المحسوبة بالجدولية، فعندما تكون قيمة كا^{2}نقارن كا فإننا نرفض الفرضية الصفرية أو فرض العدم والتي تنص على أنه لا توجد أي علاقة بين المتغيرين ونقبل الفرض البديل والتي تثبت وجود علاقة بين المتغيرين تحت الدراسة.

المجدولة فإننا نقبل الفرضية الصفرية أو ^{2} المحسوبة أقل من قيمة كا^{2}أما إذا كانت قيمة كا فرض العدم

مثال

شخص 400لدراسة العلاقة بين التعليم و التدخين و التعليم تم سحب عينة عشوائية من
: فأعطت النتائج التالية

التدخـــي ـــن / التعل ـي ـــم	التدخـــــي ـــــن		المجموع
	يدخن	لا يدخن	
غير متعلم	170	50	220
تعليم متوسط	50	70	120
ثانوي فأعلي	20	40	60
المجموع	240	160	400

؟0.05هل توجد علاقة بين التدخين و المستوى التعليمي عند مستوى معنوية

: الحل

: أ ـ الفرضيات

H0 : . لا توجد علاقة بين التدخين و المستوى التعليمي

H1 : . توجد علاقة بين التدخين و المستوى التعليمي

: ب ـ التكرارات المتوقعة

E1 = (220 x 240)/ 400 =132 , E2 =(120 x 240)/ 400 = 72 ,.....

التدخـــي ـــن / التعل ـي ـــم	التدخـــــي ـــــن		المجموع
	يدخن	لا يدخن	
غير متعلم	132	88	220
تعليم متوسط	72	48	120
ثانوي فأعلي	36	24	60

المجموع	240	160	400

درجة الحرية :

$$(c -1) x (r – 1) = (2 -1) x (3-1) = 1 x 2 = 2$$

القيمة المجدولة هي : 5.99

نقوم بإيجاد القيمة المحسوبة و فق العلاقة السابقة فنجد :

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$= (170 – 132)^2 / 132 + (50- 88)^2 / 88 + ...$$

من الواضح أن القيمة المحسوبة أكبر من من القيمة المجدولة و بالتالي فنرفض الفرضية الصفرية و نقبل الفرضة البديلة ... أي أنه توجد علاقة بين التدخين و المستوى التعليمي عند مستوى معنوية قدره 5 ٪ .