

Examen : Programmation Linéaire (PL)

Durée: 1h30 - Documents interdits

Année Universitaire : 2022 / 2023

Date : 16/01/2023 (14 : 30 – 16 : 00)

Niveau : L3 SI Semestre : 6

Exercice 1 : (8 points / 40 minutes)

Un artisan fabrique des objets A et de objets B.

La réalisation d'un objet A, demande 30 DA de matière première et 125 DA de main d'œuvre. La réalisation des objets B demande 70 DA de matière première et 75 DA de mains d'œuvre. Les profits réalisés sont de 54 DA par objet A, et de 45 DA par objet B.

La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 DA. La dépense journalière en main d'œuvre ne doit pas dépasser 1 250 DA.

- Q1) Identifier les variables de décision du problème.
- Q2) Écrire le programme linéaire Primal (P) qui permet d'optimiser les profits.
- Q3) Donner le dual (D) [forme canonique] du programme linéaire (P).
- Q4) Trouver la forme standard du programme dual (D) .
- Q5) Trouver la solution du programme linéaire **Primal (P)** à partir de la solution de son **Dual (D)** en utilisant la méthode de **SIMPLEX** pour maximiser le bénéfice.

Exercice 2 : (6 points / 25 minutes)

On se donne le programme linéaire (P) suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max z = 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 - 5x_5 + 8x_6 \\ x_1 - 4x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 \leq 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_5 + 3x_6 \leq 4 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 4x_5 + x_6 \leq 4 \\ -x_2 + 2x_4 + x_5 - 5x_6 \leq 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + 2x_6 \leq 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 + 5x_6 \leq 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array} \right.$$

La solution proposée pour (P) est : $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (0, 0, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, 0, \frac{1}{2})$

Questions

- Q1) Donner la forme standard du programme (P) et vérifiez que la solution proposée est réalisable.
- Q2) Ecrire le dual (D) du programme (P).
- Q3) Appliquer le théorème des écarts complémentaires pour vérifier l'optimalité de la solution proposée.

Exercice 3 : (6 points / 20 minutes)

Considérons le problème linéaire suivant :

$$\begin{cases} \max Z = -2x_1 - 4x_2 \\ 2x_1 - 2x_2 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

Q1) Écrire le problème (I) sous forme standard.

Q2) Résoudre par la méthode des variables artificielles (Big-M) le problème (I).

Exercice Bonus : (2 points / 5 minutes)

Considérons le problème linéaire suivant :

$$\begin{cases} \max Z = 3x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_3 \leq 8 \\ x_3 \leq 2 \\ x_1 \in \mathbb{R}, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Question : Écrire le problème (1) sous forme standard.

Bon courage