Université De M'sila | Année Universitaire 2022/2023

Faculté : Math & Informatique | Module de logique mathématique

Département : mathématiques | 2éme année mathématiques

EXAMEN FINAL

Exercice1

Soit la formule $F = \neg\left(\neg(p \vee \neg q) \Rightarrow ((\neg\neg r \wedge p) \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))\right)$

1) Déterminer l'arbre de décomposition de F
2) Calculer la hauteur de F en utilisant la définition
3) Déterminer les sous formules de F
4) Donner la table de vérité de F. que peut-on dire de F ? justifier
5) Trouver tous les modèles où F est satisfaite.
6) Que peut-on dire de $G = \neg F$?donner tous ses modèles.
7) $H = (p \vee \neg q)$est-elle conséquence logique de $T = \{\neg q, (p \vee q)\}$?justifier
8) Les formules $F_1 = (\neg p \vee q)$et $F_2 = (p \vee \neg q)$sont elles équivalente logiquement ? justifier

Exercice2

Soit $\sum = \{R, f, g, c, d\}$une signature avec R, une relation d'arité 2 etf, g des fonctions d'arité 2 c, d des constantes. Et soit la formule :

$$F: \forall x(= xgxd \wedge = xgdx)$$

1) Préciser les occurrences libres et liées des variables.
2) Quelles sont les variables libres et liées ?
3) Est-ce que F est close ?
4) Identifier les termes, les formules atomiques.

Exercice3

1) Montrer que la théorie $T = \{p_1, (p_1 \Longrightarrow p_2), (p_3 \Longrightarrow \neg p_2), (p_3 \vee \neg p_1)\}$ est contradictoire.

2) On pose $T_1 = \{\neg(p_1 \wedge p_4), (p_2 \wedge p_3), p_4\}$ et $T_2 = \{p_4, p_2, p_3, (\neg p_1 \vee \neg p_4)\}$.
Montrer que T_1 est équivalente à T_2.

3) Soit $T = \{(\neg p_1 \Longrightarrow p_4), \neg(p_2 \Longrightarrow \neg p_3), (\neg p_2 \Longrightarrow p_1), \neg p_1\}$ et soit $F = (p_2 \Longrightarrow p_3)$.
Montrer que F est conséquence de T.