Université de M'sila 2020/2021
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique $1^{ère}$année Master IDO
Département d'Informatique Semestre 01

Série d'exercices N°1

Exercice 0.1.

On lance deux dés équilibrés, l'un noir et l'autre blanc, chacun ayant six faces dont deux sont marquées d'un seul point, deux de deux points et les deux autres de trois points. On note

- X = nombre de points sur le dé noir, • Y = nombre de points sur le dé blanc,
- $R = |XY|$, • $S = X + Y$, • $T = (X + Y)^2$,
- $U = X^2 + Y^2$, • $V = min(X, Y)$, • $W = max(X, Y)$.

1. Déterminer la loi de probabilité du couple aléatoire (X, Y).
2. En déduire celle de V et W.
3. Déduire la loi de (V, W) de celle de (X, Y) et retrouver les lois de V et W comme lois marginales.
4. Calculer $E(V)$ et $E(W)$ sans utiliser, les résultats des questions 2 et 3.
5. Exprimer R et S en fonction de V et W et en déduire $E(R)$ et $E(S)$.

Exercice 0.2. Un dé équilibré porte un point sur une de ses six faces, deux points sur deux autres faces et trois points sur chacune des trois dernières faces. On note X la variable aléatoire nombre de points obtenus lors d'un lancer de ce dé.

1. Calculer la variance de X.
2. Après avoir lancé le dé, on lance une pièce de monnaie (équilibrée) autant de fois que le dé a montré de points et on note Y la variable aléatoire nombre de piles obtenus en tout . Vérifier que $P(Y = 2/X = 3) = 3/8$
3. Déterminer la loi de probabilité du couple (X, Y).
4. En déduire la loi de probabilité de Y et vérifier que l'événement Y est pair et l'événement Y est impair ont la même probabilité.

Exercice 0.3. Soit (U, V) un couple de variables aléatoires réelles indépendantes qui suivent la même loi binomiale $B(2, 1/2)$.

1. On note $S = (U1)^2 + (V1)^2$.
   - Vérifier que S suit la même loi que U.
   - Calculer l'écart-type de S^2.
2. On note $T = (U - 1)(V - 1) + 1$.
   - Calculer $E(S(T - 1))$.
   - Déterminer la loi de T.
   - Calculer le coefficient de corrélation linéaire du couple (S, T).
   - Les variables aléatoires S et T sont-elles indépendantes ?

Exercice 0.4. La loi du couple (X,Y) est définie par le tableau suivant :

	Y=1	Y=2	Y=3
X=1	0	1/2	0
X=2	1/4	0	1/4

1. Trouver les lois marginales de X et Y.
2. Montrer que X et Y ne sont pas indépendantes.
3. Calculer la covariance de X et Y et le coefficient de corrélation linéaire .