

Chapitre 4

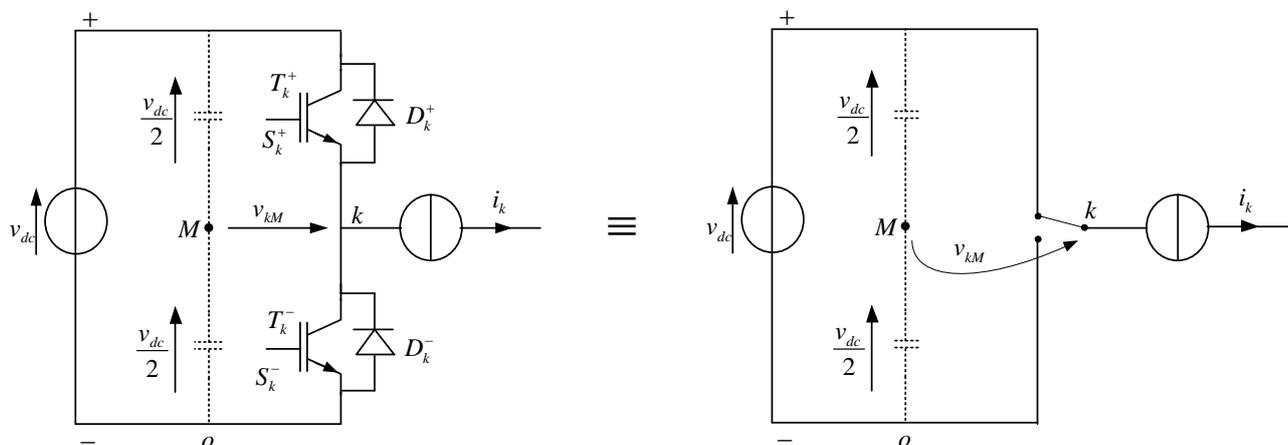
Convertisseurs multiniveaux

Contenu

- 1- Limites de la structure à deux niveaux
- 2- Notion de convertisseur multiniveaux
- 3- Applications des convertisseurs multiniveaux
- 4- Principales topologies des convertisseurs multiniveaux
 - Convertisseur à diodes de bouclage
 - Convertisseur à capacités flottantes
 - Convertisseur à structure en cascade
- 5- Techniques de modulation des convertisseurs multiniveaux
 - Modulation à la fréquence fondamentale
 - Modulation à haute fréquence

1- Limites de la structure à deux niveaux

1.1- Structure d'un bras d'un convertisseur à deux niveaux



Bras k ($k=a,b,c$) d'un onduleur à deux niveaux

La figure ci-dessus représente un bras d'un convertisseur à deux niveaux et son schéma équivalent.

1.2- Etats possibles d'un bras à deux niveaux

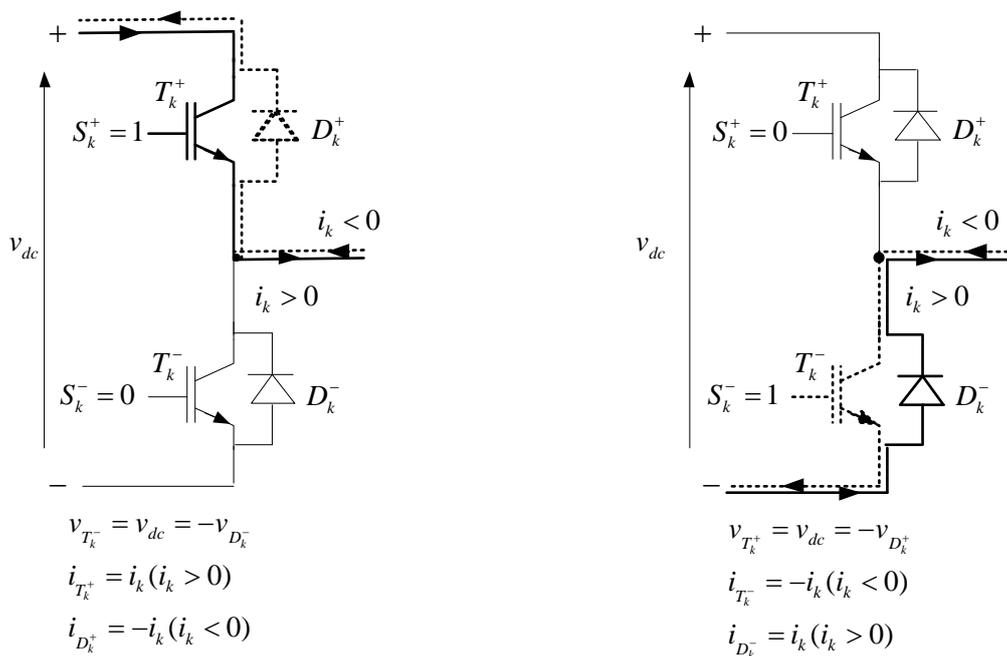
Les états possibles d'un bras du convertisseur à deux niveaux en tenant compte de la commande complémentaire des deux transistors situés sur le même bras sont donnés dans le tableau suivant.

Etat des interrupteurs		Tensions de sortie	
S_k^+	$S_k^- = \bar{S}_k^+$	v_{kM}	v_{ko}
1	0	$\frac{v_{dc}}{2}$	v_{dc}
0	1	$-\frac{v_{dc}}{2}$	0

Remarque : Le nombre de niveaux d'une structure est défini par le nombre d'état de sa tension par rapport au point milieu du bus continu v_{kM} .

1.3- Configurations possibles d'un bras à deux niveaux

Les deux configurations possibles du convertisseur à deux niveaux sont présentées sur la figure ci-dessous.



Les éléments semi-conducteurs doivent supporter la totalité de la tension continue et doivent supporter également un calibre de courant égale au courant de la charge.

1.4- Limitations de la structure à deux niveaux

- Faible tenue en tension¹ des éléments semi-conducteurs utilisés. Une faible tenue de tension limite la tension de l'étage continu ;
- Mauvaise qualité harmonique de la tension de sortie. Ce qui en résulte un contenu spectral riche en harmonique ;
- Faible nombre de niveaux de tension produit un rayonnement électromagnétique important.

Solution : Chercher des structures possédant plus de deux niveaux ; connues sous le nom de multiniveaux.

2- Notion de convertisseur multiniveaux

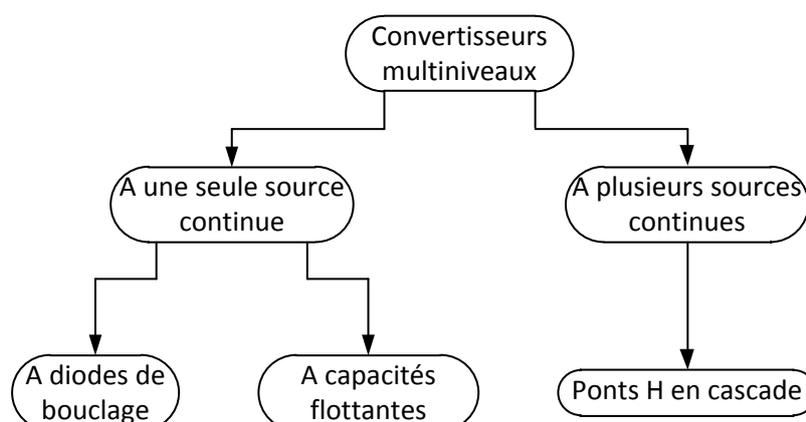
Un convertisseur multiniveaux désigne toute topologie capable de générer une tension de sortie composée d'au moins de trois niveaux et pouvant fonctionner à haute tension.

3- Applications des convertisseurs multiniveaux

- Variateurs de vitesse fonctionnant en moyenne et haute tension ;
- Véhicules électriques ;
- Compensation statique de l'énergie réactive, ex. STATCOM;
- Filtres actifs ;
- Transport d'énergie à courant continu ; HVDC (High Voltage Direct Current).

4- Principales topologies des convertisseurs multiniveaux

Les topologies de base des convertisseurs multiniveaux sont illustrées sur la figure ci-dessous.



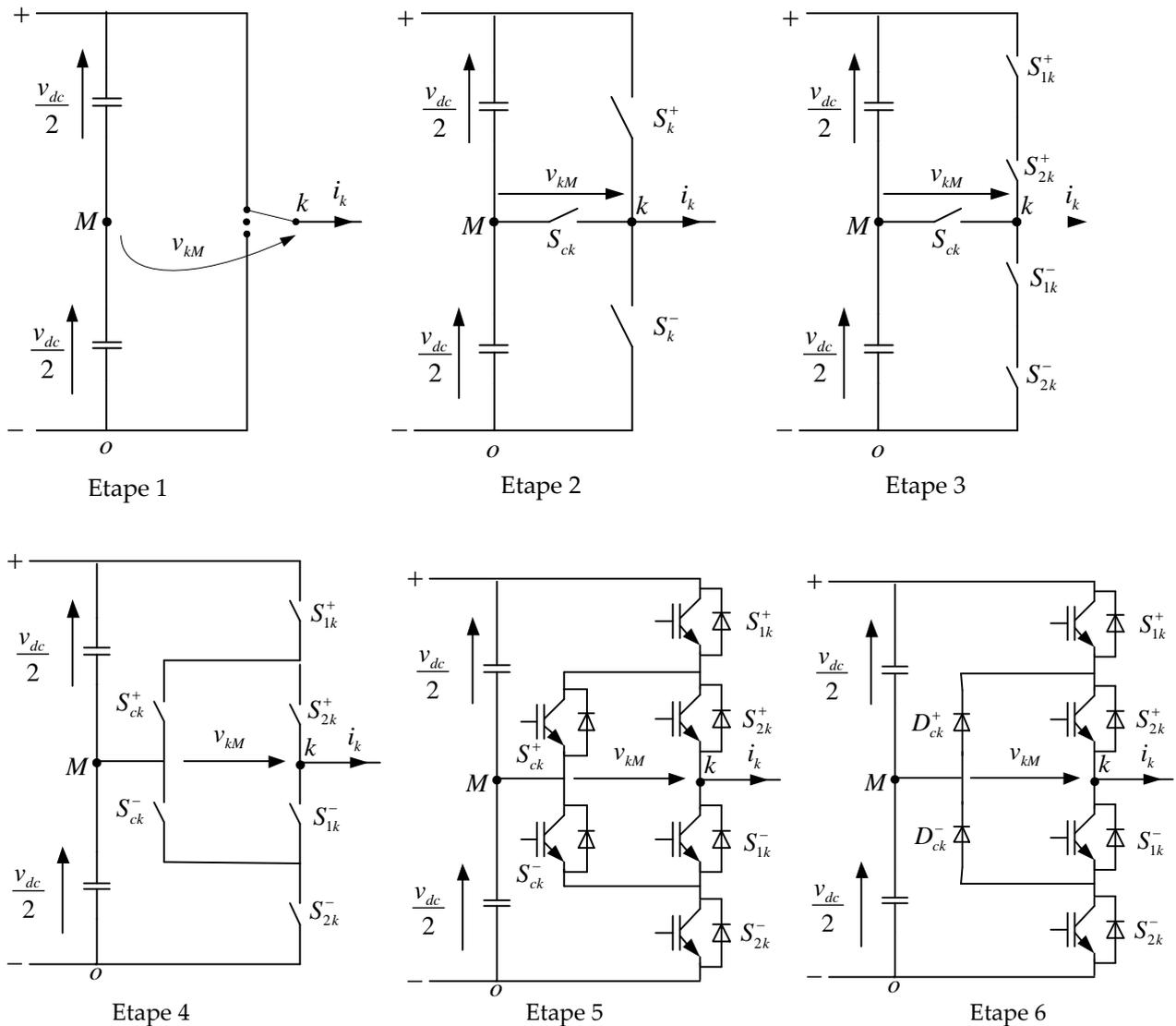
¹ Tenue en tension est la tension maximale que peut supporter un composant semi-conducteur durant son état bloqué.

4.1- Convertisseur à diodes de bouclage (Diode-clamped converter)

Ce convertisseur est connu sous sa version à trois niveaux sous le nom convertisseur NPC (Neutral Point Clamped Converter) qui veut dire convertisseur à point neutre fixé.

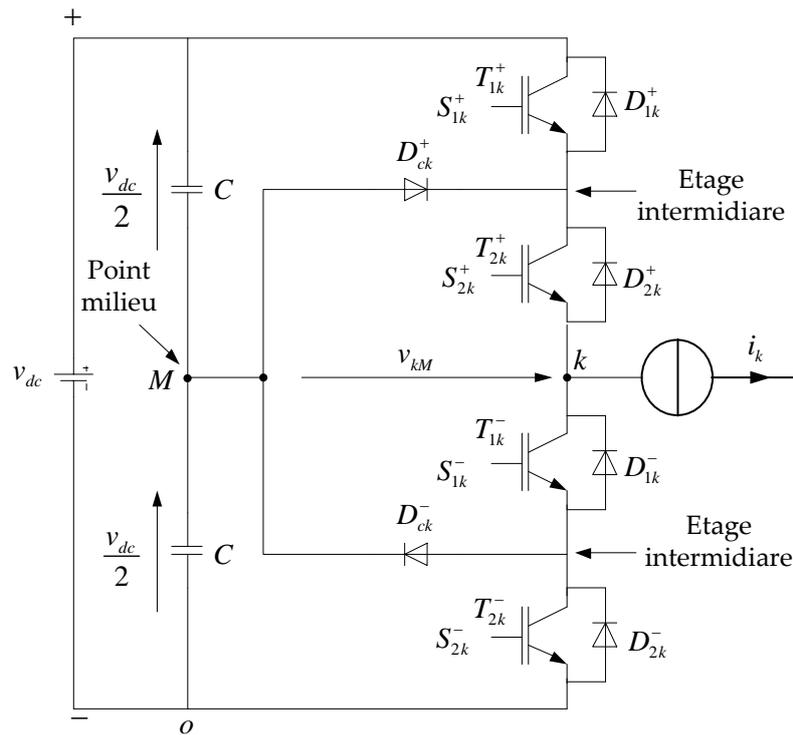
4.1.1- Idée de la structure NPC

Par rapport à un convertisseur à deux niveaux, chaque bras est connecté à un niveau de tension additionnel. Ce niveau c'est le potentiel du point neutre du bus continu ; c'est pour cette raison que ce convertisseur est dit NPC.



4.1.2- Schéma de principe d'un bras à trois niveaux d'une structure NPC

La figure ci-dessous représente un bras d'un convertisseur NPC à trois niveaux. La fonction de base de chaque bras est de générer trois niveaux de tension tout en réduisant la tension aux bornes de chaque interrupteur à $v_{dc}/2$. Dans cette structure, les diodes de bouclage (de liaison) permettent de relier les étages intermédiaires au point milieu M . A noter que deux capacités de valeurs identiques sont nécessaires pour créer le point milieu M .



4.1.3- Etats de commutation possibles du convertisseur NPC à trois niveaux

Puisqu’il y a quatre interrupteurs par bras avec deux états chacun, il en résulte $2^4 = 16$ possibilités pour l’ensemble des états de commutation. La table de vérité suivant représente tous les états d’un bras d’un convertisseur NPC ainsi que les états de commutation physiquement possibles. A noter que le 0 signifié que l’interrupteur est en état OFF et 1 en état ON.

S_{1k}^+	S_{2k}^+	S_{1k}^-	S_{2k}^-	Observation
0	0	0	0	Impossible
0	0	0	1	Impossible
0	0	1	0	Impossible
0	0	1	1	Possible ($v_{kM} = -v_{dc}/2$)
0	1	0	0	Impossible
0	1	0	1	Impossible
0	1	1	0	Possible ($v_{kM} = 0$)
0	1	1	1	Impossible
1	0	0	0	Impossible
1	0	0	1	Impossible
1	0	1	0	Impossible
1	0	1	1	Impossible
1	1	0	0	Possible ($v_{kM} = v_{dc}/2$)
1	1	0	1	Impossible
1	1	1	0	Impossible
1	1	1	1	Impossible

Sans tenir en compte des états interdits, ce convertisseur ne peut générer que trois tensions ($-v_{dc}/2, 0, v_{dc}/2$) par rapport au milieu du bus continu. En examinant les états possibles on observe que la commande des transistors supérieurs et inférieurs sont réunies par la commande complémentaire suivante :

$$S_{1k}^- = \bar{S}_{1k}^+$$

$$S_{2k}^- = \bar{S}_{2k}^+$$

Donc, afin de produire les trois niveaux, deux parmi quatre interrupteurs situés sur le même bras doivent être commandés à tout moment.

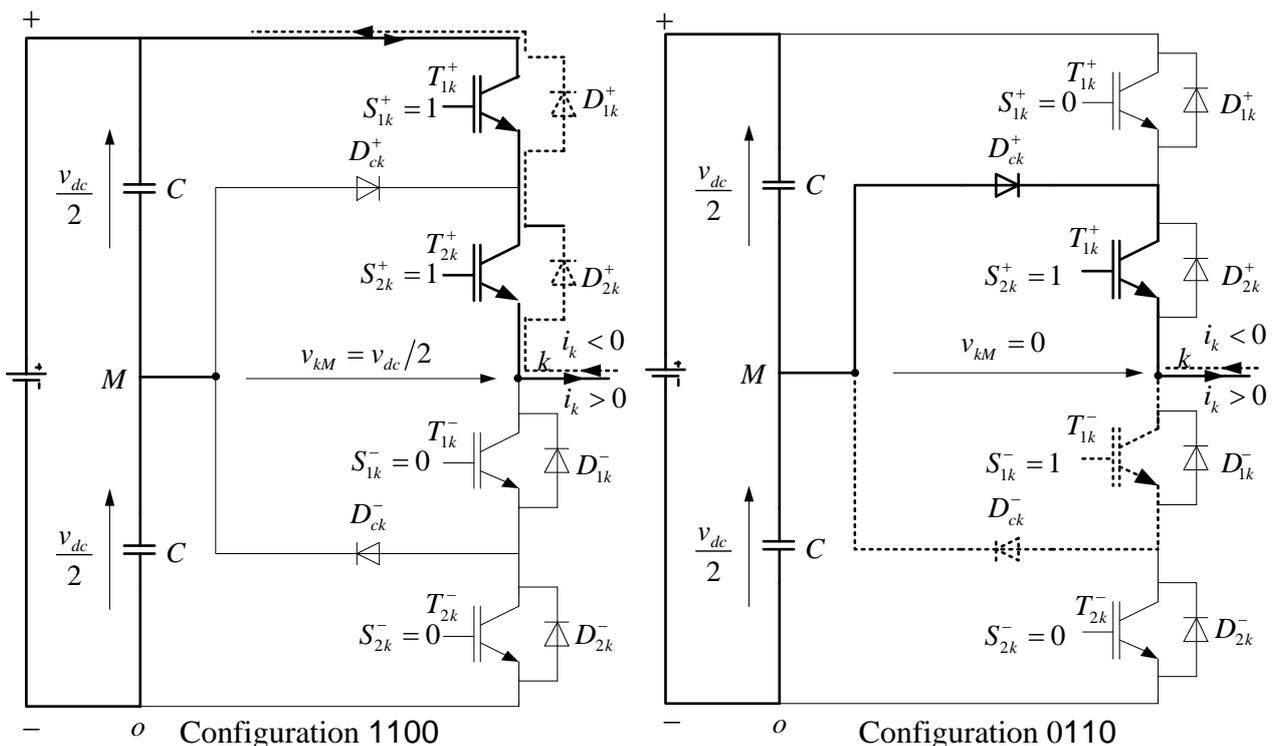
4.1.4- Table de commutation du convertisseur NPC à trois niveaux

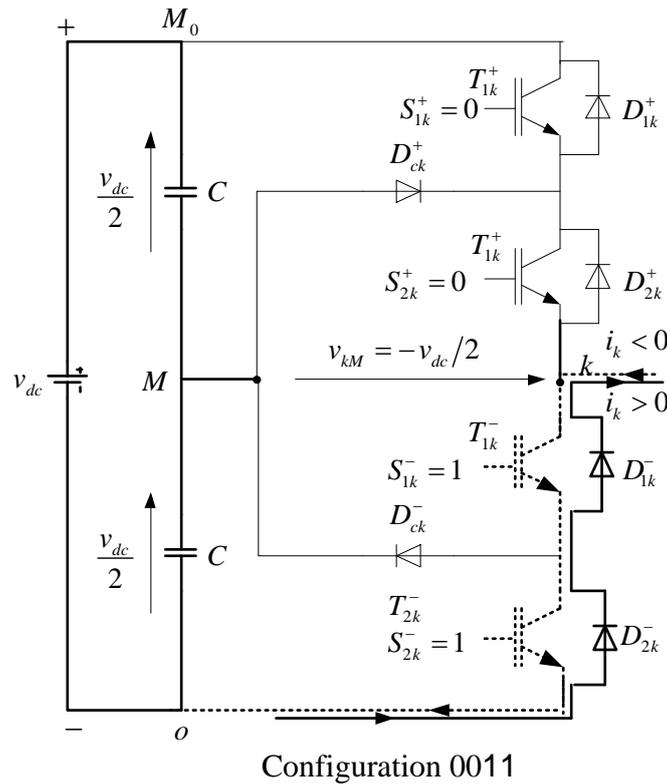
Selon les états possibles, la tension de sortie par rapport au point milieu M et celle par rapport au point o sont données dans le tableau suivant :

Etats des interrupteurs				Tensions de sortie		Etat
S_{1k}^+	S_{2k}^+	$S_{1k}^- = \bar{S}_{1k}^+$	$S_{2k}^- = \bar{S}_{2k}^+$	v_{kM}	v_{ko}	
0	0	1	1	$-v_{dc}/2$	0	-1
0	1	1	0	0	$v_{dc}/2$	0
1	1	0	0	$v_{dc}/2$	v_{dc}	1

4.1.5- Configurations possibles du convertisseur NPC à trois niveaux

La figure suivante montre les topologies possibles d'un bras du convertisseur NPC à trois niveaux et les parcours possibles du courant de charge. Le parcours du courant positif est tracé en gras et celui du courant négatif est tracé en pointillé.





4.1.6- Table de conduction des semi-conducteurs formant le convertisseur NPC

Le tableau suivant montre les semi-conducteurs en conduction en fonction des états du convertisseur NPC et selon le signe du courant de phase.

Signe de i_k	T_{1k}^+	D_{1k}^+	T_{2k}^+	D_{2k}^+	T_{1k}^-	D_{1k}^-	T_{2k}^-	D_{2k}^-	D_{ck}^+	D_{ck}^-	Etat
$i_k > 0$	x		x								1
			x						x		0
						x		x			-1
$i_k < 0$		x		X							1
					x					x	0
					x		x				-1

4.1.7- Avantages du convertisseur à diodes de bouclage

- Amélioration de la forme d'onde de sortie et de son continu harmonique ;
- Réduction de la contrainte en tension sur les interrupteurs ; ce qui rend cette topologie plus adaptée aux applications hautes tensions.

4.1.8- Limitations du convertisseur à diodes de bouclage

- Déséquilibre des tensions aux bornes des condensateurs ;
- Différentes tensions inverses appliquées aux bornes des diodes de liaisons.

Exercice

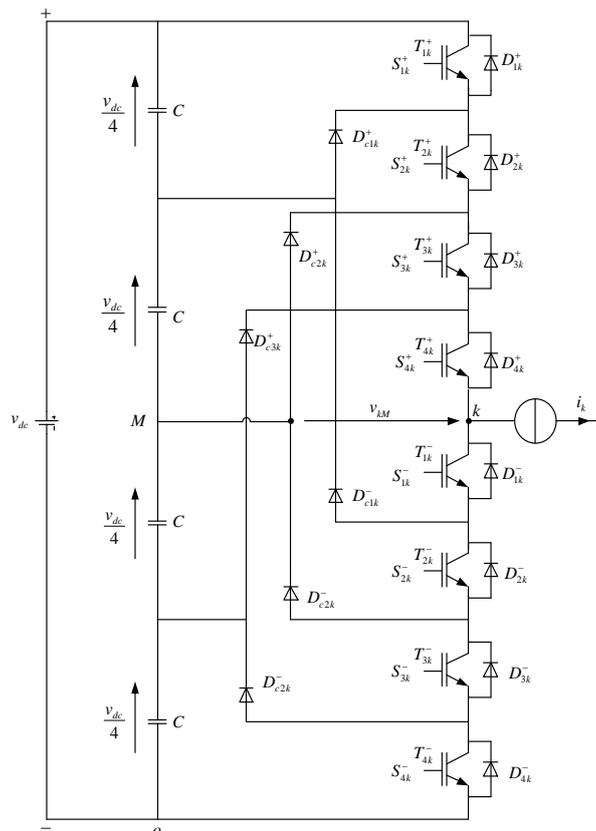
On propose d'étudier un onduleur à diodes de bouclage à cinq niveaux :

- Donner la structure d'un bras,
- Donner la table commutation d'un bras,
- Tracer les configurations possibles d'un bras.

Solution

- Structure d'un bras de l'onduleur à diodes de bouclage à cinq niveaux

La figure suivante donne une idée comment augmenté le nombre de niveaux de la structure NPC pour donner lieu à une structure à diodes de bouclage à cinq niveaux. Dans ce cas le bus continu est composé de quatre condensateurs dont la tension aux bornes de chacun d'entre eux est de $v_{dc}/4$. Cette structure requiert huit composants actifs connectés en série et six diodes de bouclage. Grâce à ces diodes, la tension inverse maximale aux bornes des interrupteurs est de $v_{dc}/4$.

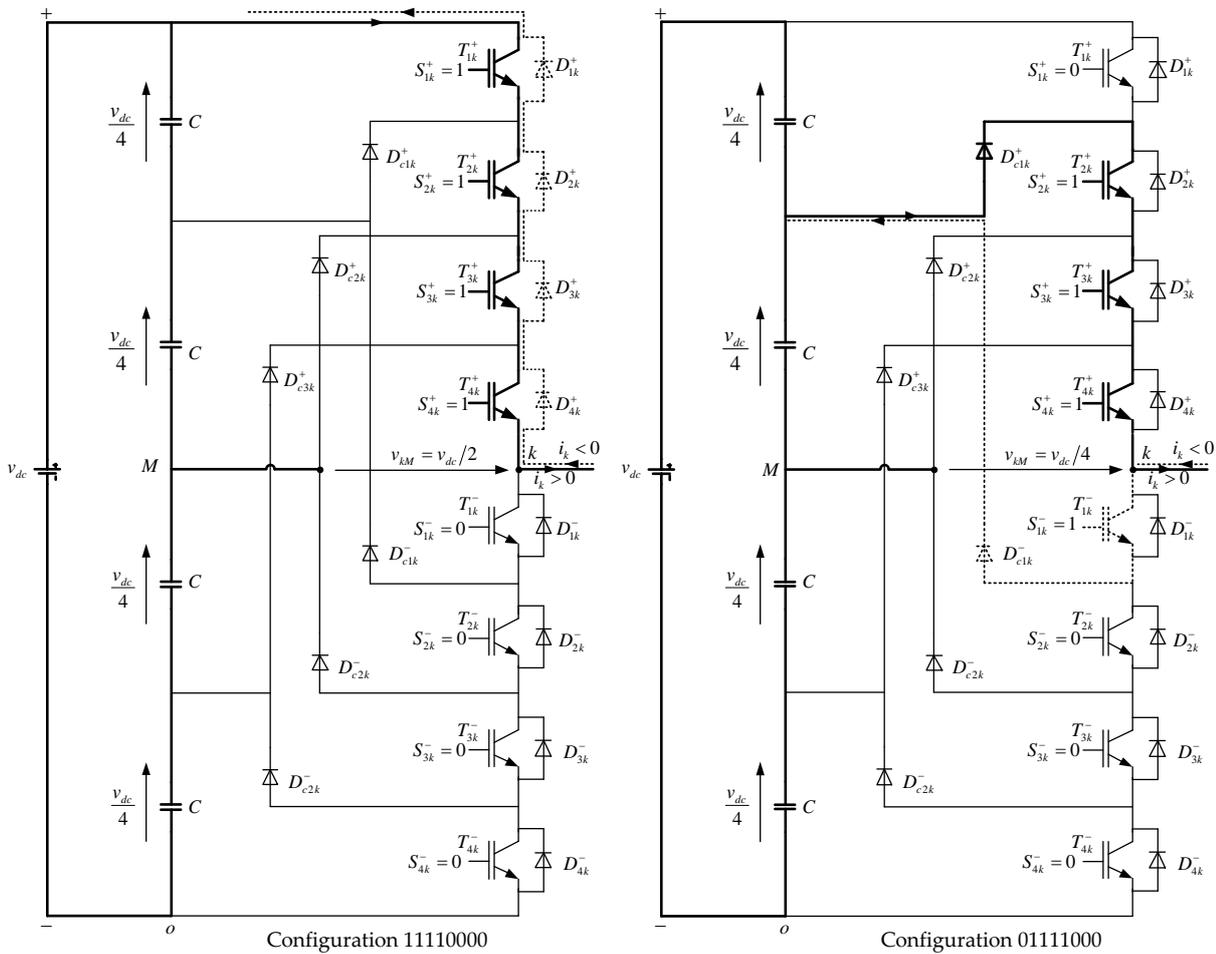


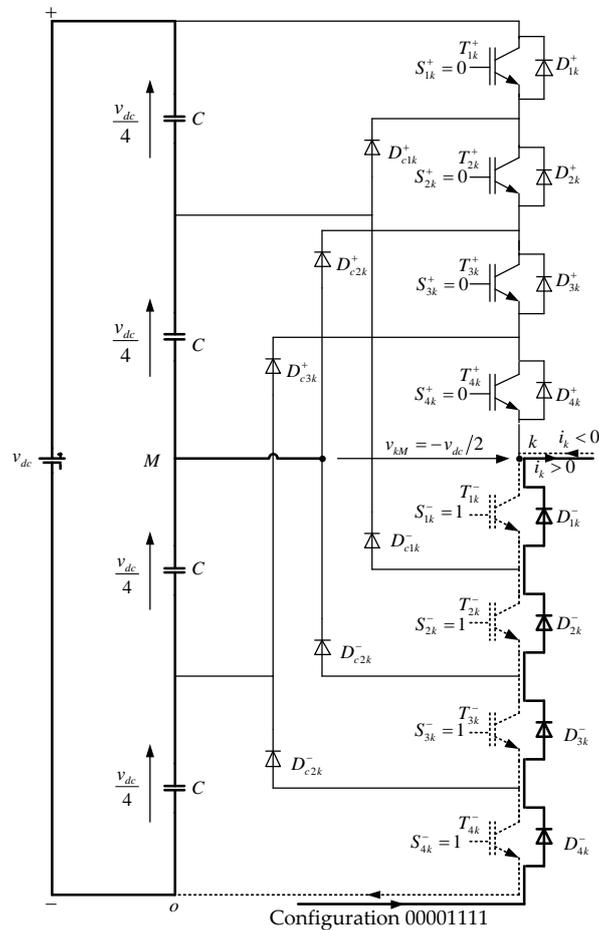
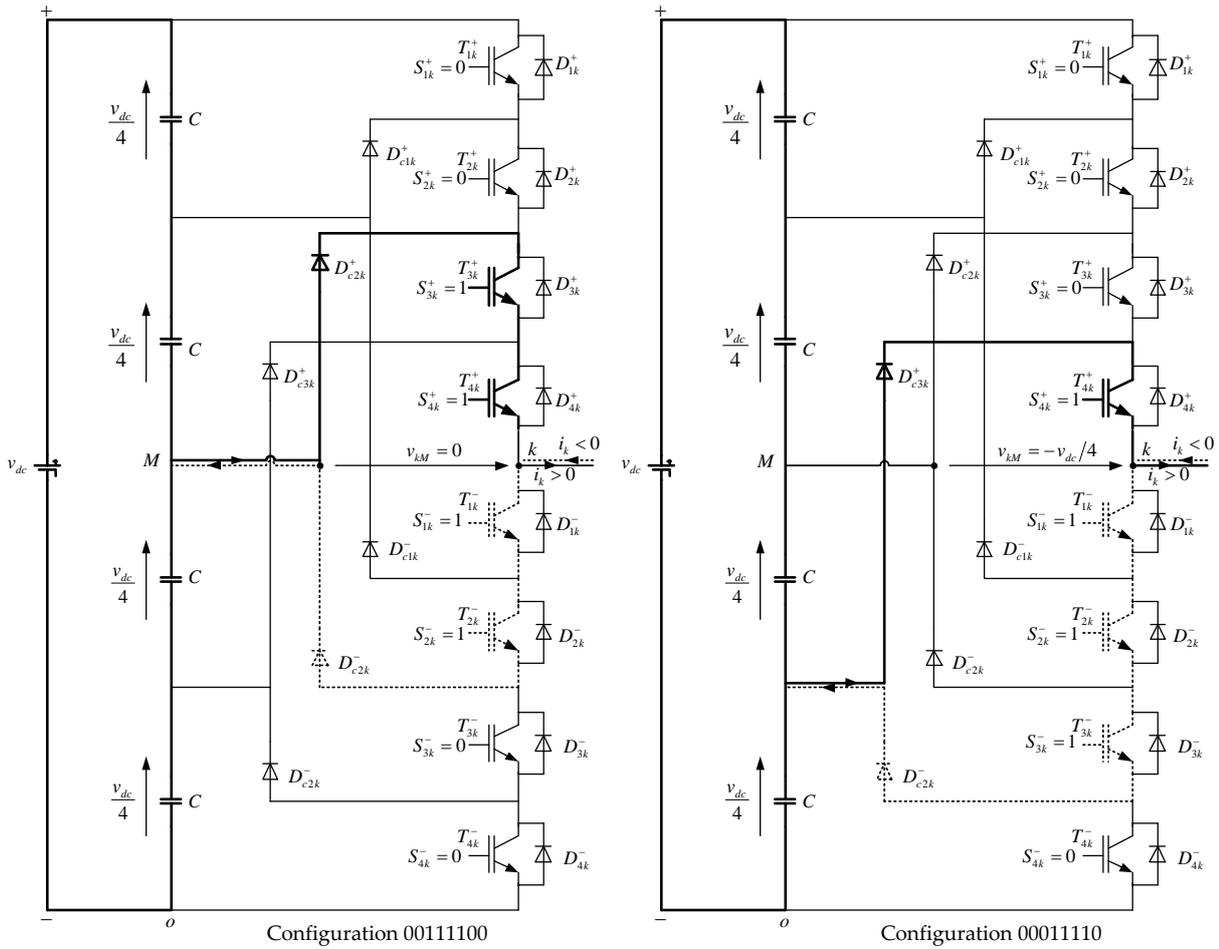
- Table de commutation d'un bras de l'onduleur à diodes de bouclage à cinq niveaux

Les différentes combinaisons permettant d'avoir les cinq niveaux de la tension de sortie par rapport au point milieu sont regroupées dans le tableau suivant:

Etats des interrupteurs								Tension de sortie
S_{1k}^+	S_{2k}^+	S_{3k}^+	S_{4k}^+	$S_{1k}^- = \bar{S}_{1k}^+$	$S_{2k}^- = \bar{S}_{2k}^+$	$S_{3k}^- = \bar{S}_{3k}^+$	$S_{4k}^- = \bar{S}_{4k}^+$	v_{kM}
1	1	1	1	0	0	0	0	$v_{dc}/2$
0	1	1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/4$
0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	$-v_{dc}/4$
0	0	0	0	1	1	1	1	$-v_{dc}/2$

- Configurations possibles d'un bras d'un onduleur à diodes de bouclage à cinq niveaux



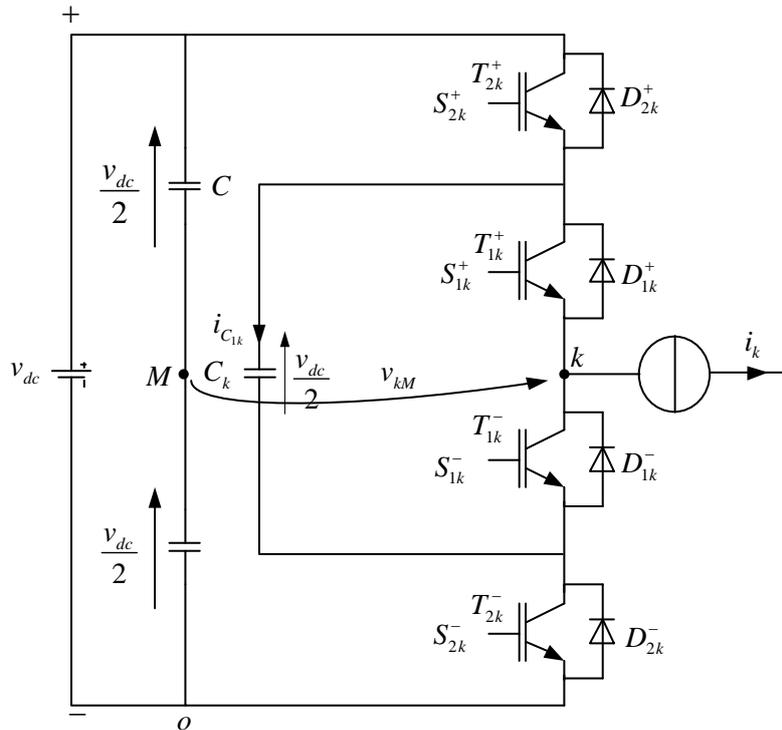


4.2- Convertisseur à capacités flottantes (Flying Capacitor Converter, FC)

Ce convertisseur est connu aussi sous le nom de convertisseur multicellulaire série (Series Multicell Converter) ou encore convertisseur à cellules imbriquées (Imbricated Cells Converter).

4.2.1- Schéma de principe d'un bras à trois niveaux d'une structure FC

Un bras du convertisseur multicellulaire série à trois niveaux est représenté par la figure suivante. Il consiste en l'imbrication de plusieurs cellules de commutation en cascade.



Les deux interrupteurs internes ainsi que ceux externes forment deux cellules de commutation dont les interrupteurs sont commandés de manière complémentaire comme suit :

$$S_{1k}^- = \bar{S}_{1k}^+$$

$$S_{2k}^- = \bar{S}_{2k}^+$$

Donc, pour générer les trois niveaux de tension on doit commander, à tout instant, deux transistors de chaque bras.

4.2.2- Table de commutation du convertisseur FC à trois niveaux

Les états de commutation d'un bras du convertisseur FC et les tensions de sortie correspondantes sont donnés par le tableau suivant. A noter que la tension aux bornes du condensateur C_k est supposée égale à $v_{dc}/2$. L'association de deux cellules donne 2^2 états possibles.

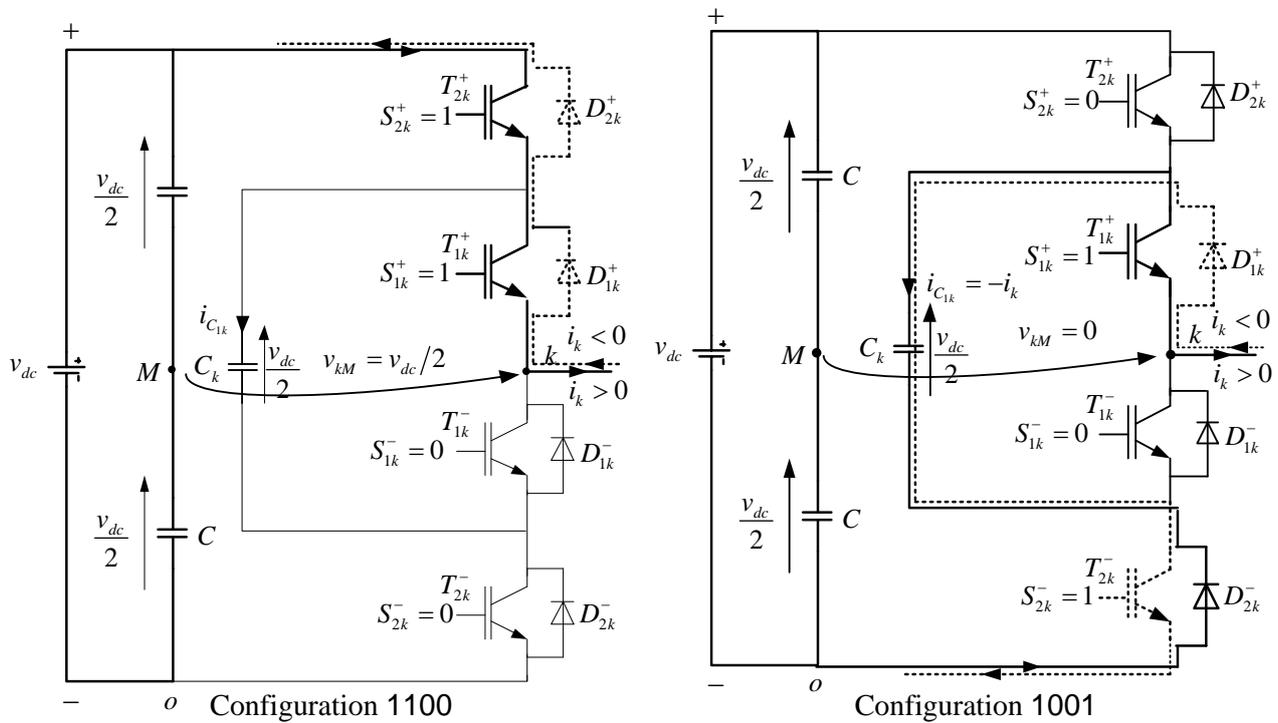
Etat	Etats des interrupteurs				Tensions de sortie	
	S_{1k}^+	S_{2k}^+	$S_{1k}^- = \bar{S}_{1k}^+$	$S_{2k}^- = \bar{S}_{2k}^+$	v_{kM}	v_{ko}
1	1	1	0	0	$v_{dc}/2$	v_{dc}
0	1	0	0	1	0	$v_{dc}/2$

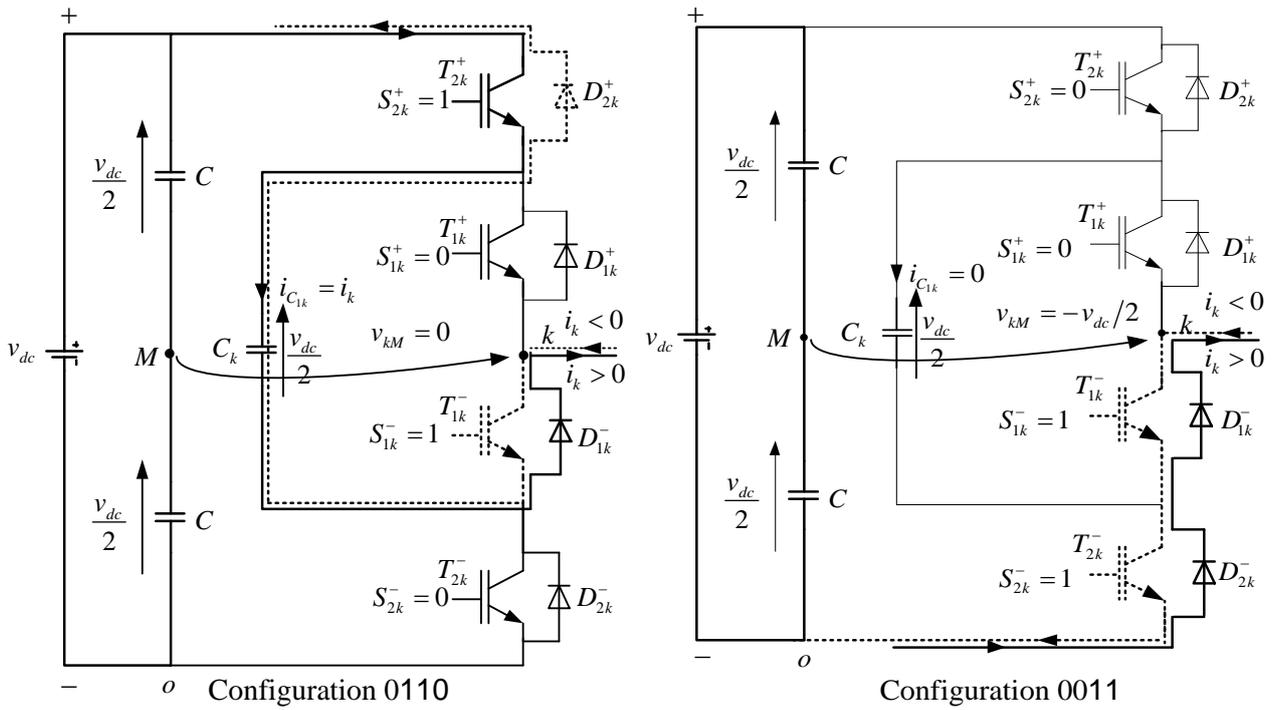
	0	1	1	0	0	$v_{dc}/2$
-1	0	0	1	1	$-v_{dc}/2$	0

Dans cette structure on dispose de deux états capables de générer le même niveau de tension 0.

4.2.3- Configurations possibles du convertisseur FC à trois niveaux

La figure suivante montre les topologies possibles d'un bras du convertisseur FC et les parcours possibles du courant de charge.





4.2.4- Table de conduction des semi-conducteurs du convertisseur FC

La conduction des différents semi-conducteurs d'un convertisseur FC à capacités flottantes est résumée dans le tableau suivant.

Signe de i_k	T_{1k}^+	D_{1k}^+	T_{2k}^+	D_{2k}^+	T_{1k}^-	D_{1k}^-	T_{2k}^-	D_{2k}^-	Etat
$i_k > 0$	x		x						1
			x			X			0
	x					X		x	-1
$i_k < 0$		x		x					1
				x	x				0
		x					x		-1

4.2.5- Avantages de la structure FC

Par rapport à une structure NPC, la structure FC est caractérisée par :

- Absence des diodes de bouclage ;
- Interrupteurs possédant la même tension de blocage ;

- Plus de flexibilité dans la génération des niveaux de tension (existence d'états redondants).

4.2.6- Limitations de la structure FC

- Nombre de condensateurs augmente avec le nombre de niveaux, notamment pour une configuration triphasée ;
- Nécessité de rééquilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants.

Exercice

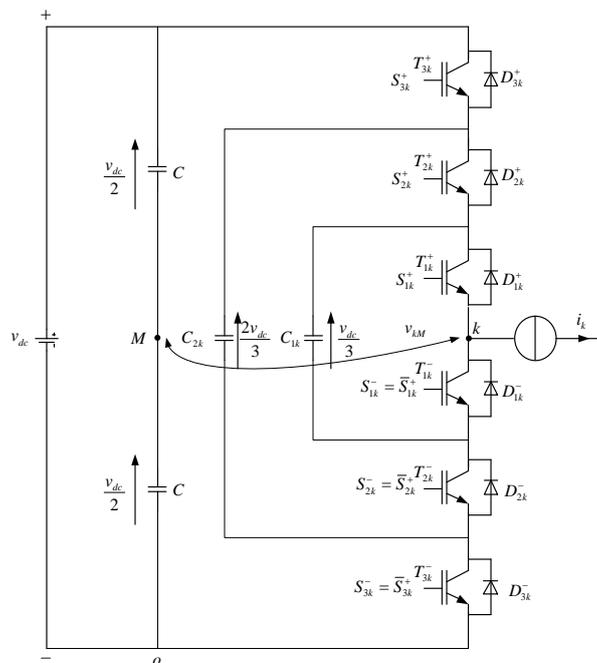
On propose d'étudier l'onduleur à capacité flottantes à quatre niveaux :

- Donner la structure d'un bras,
- Donner la table commutation d'un bras,
- Tracer les configurations possibles d'un bras.

Solution

- Structure d'un bras de l'onduleur FC à quatre niveaux

Cette topologie peut être facilement étendue aussi à un nombre élevé de niveaux, en ajoutant des cellules élémentaires en séries. La figure suivante montre un bras d'un convertisseur FC à quatre niveaux.

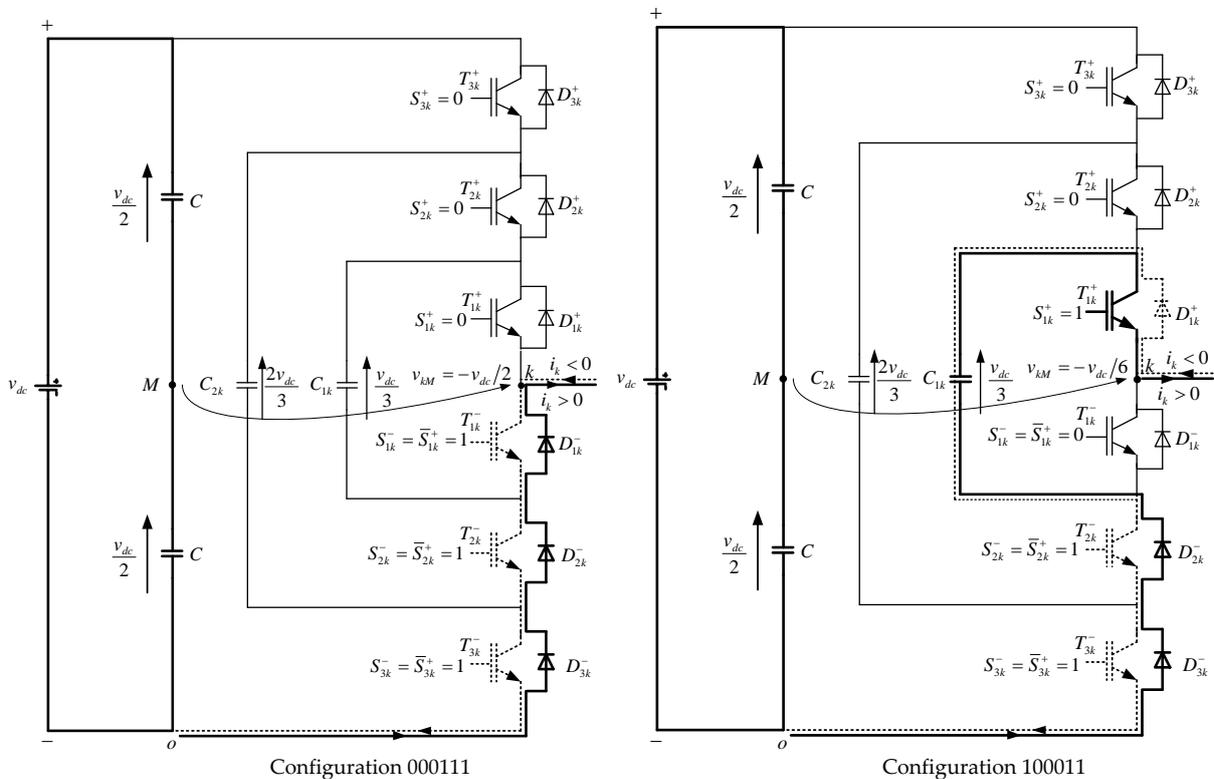


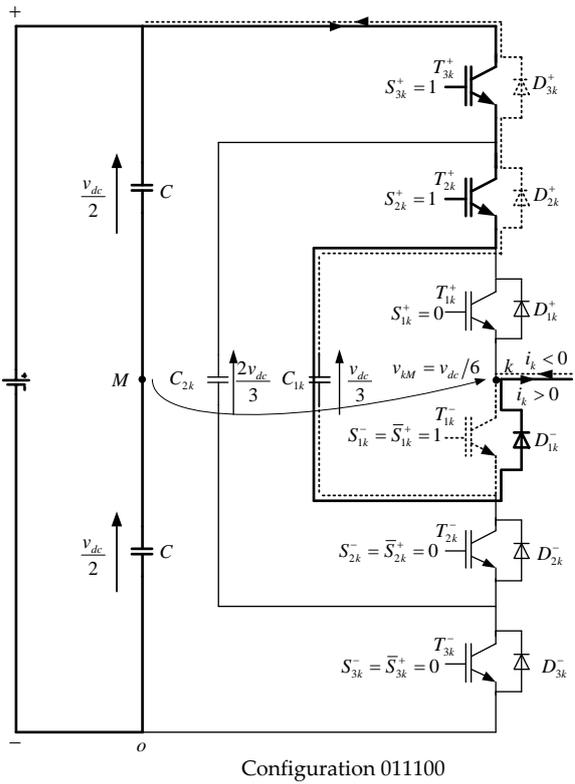
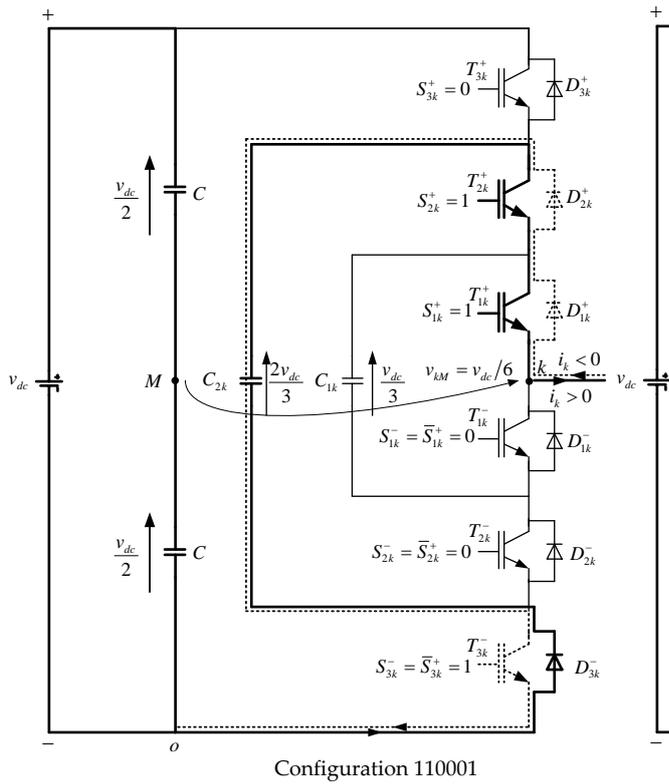
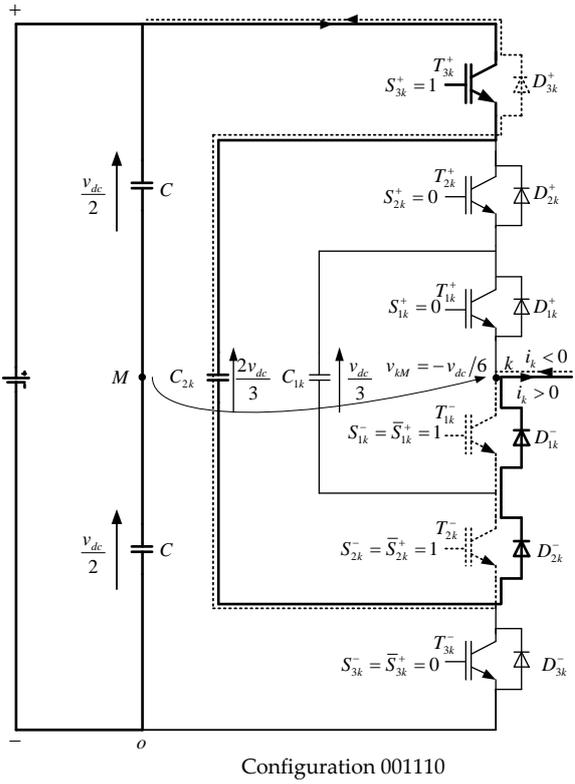
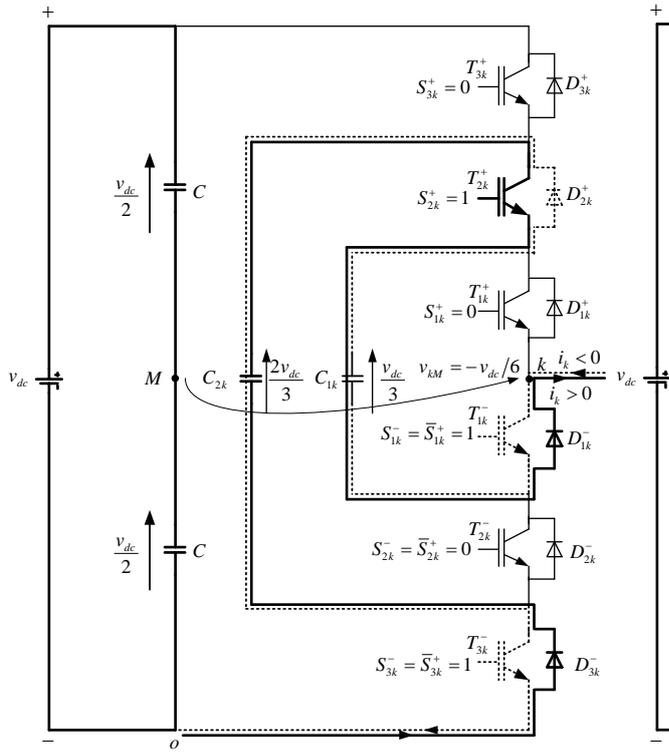
- Table de commutation d'un bras de l'onduleur FC à quatre niveaux

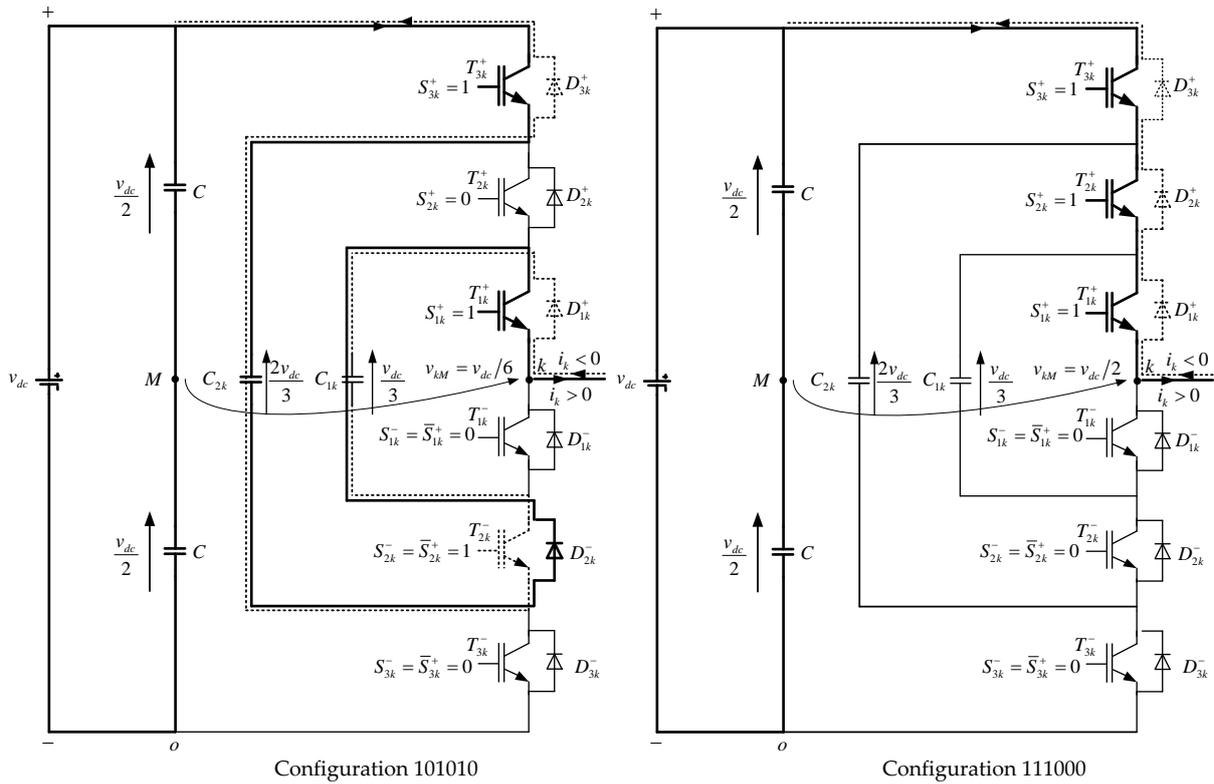
On admet que les condensateurs C_{1k} et C_{2k} sont chargés respectivement à leurs tensions désirées $v_{dc}/3$ et $2v_{dc}/3$. Le tableau suivant montre les différents états d'un convertisseur FC à quatre niveaux. A noter que les interrupteurs d'une cellule de commutation sont commandés de façon complémentaire.

Etats des interrupteurs						Tension de sortie
S_{1k}^+	S_{2k}^+	S_{3k}^+	$S_{1k}^- = \bar{S}_{1k}^+$	$S_{2k}^- = \bar{S}_{2k}^+$	$S_{3k}^- = \bar{S}_{3k}^+$	v_{kM}
0	0	0	1	1	1	$-v_{dc}/2$
1	0	0	0	1	1	$-v_{dc}/6$
0	1	0	1	0	1	$-v_{dc}/6$
0	0	1	1	1	0	$-v_{dc}/6$
1	1	0	0	0	1	$v_{dc}/6$
0	1	1	1	0	0	$v_{dc}/6$
1	0	1	0	1	0	$v_{dc}/6$
1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$

- Configurations possibles d'un bras de l'onduleur FC à quatre niveaux





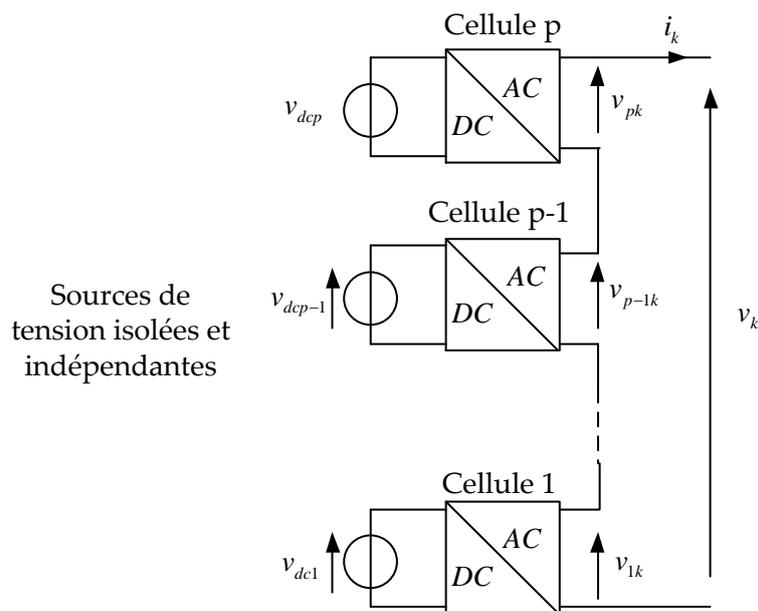


4.3- Convertisseur à structure en cascade

Cette structure est connue aussi sous le nom de convertisseur en ponts H (H-Bridge Converter, HBC).

4.3.1- Principe de base

Le principe de ce convertisseur consiste à connecter en série p cellules de conversion DC-AC, voir figure ci-dessous.



L'utilisation de cellules de conversion de puissance en série permet d'accroître le nombre de niveaux de tension du convertisseur de puissance.

4.3.2- Alimentation des cellules en cascade

Dans cette structure, il faut autant d'alimentations continues isolées les unes des autres qu'il y a de cellules. Ces alimentations peuvent être :

- des sources continues : Batteries, générateurs photovoltaïques, piles à combustibles ;
- des condensateurs ;
- des convertisseurs AC-DC réversibles ou non alimentés par des transformateurs séparés ou du même transformateur à phases décalées.

4.3.3- Tension de sortie

La tension de sortie par phase est égale à la somme des tensions de chaque cellule individuelle selon l'expression suivante :

$$v_k = \sum_{j=1}^p v_{jk}, \quad k = a, b, c$$

4.3.4- Tension continue totale équivalente

Cette tension est égale à la somme des tensions continues par phase. Elle est exprimée par :

$$v_{dc} = \sum_{j=1}^p v_{dcj}$$

4.3.5- Facteur de dissymétrie totale

Ce facteur est le coefficient de proportionnalité entre la tension continue équivalente et la tension continue d'une cellule. Il est défini par :

$$\lambda_j = \frac{v_{dc}}{v_{dcj}}, \quad j = 1, \dots, p$$

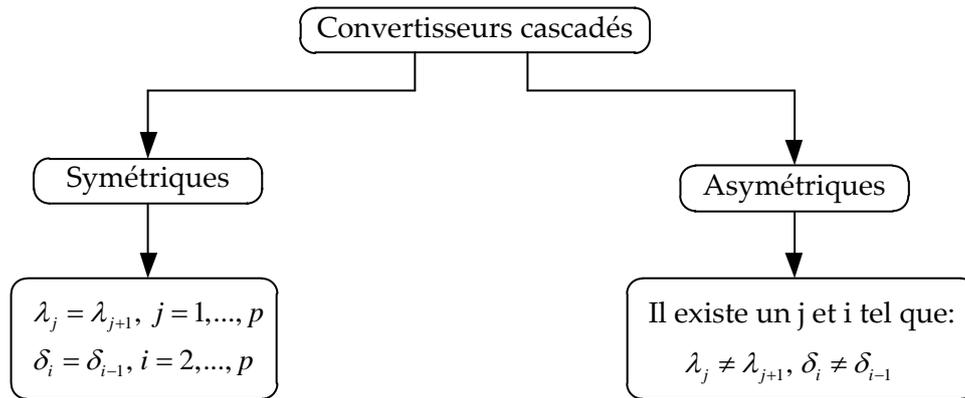
4.3.6- Facteur de dissymétrie partielle

Il s'agit du coefficient de proportionnalité entre deux tensions continues alimentant deux cellules partielles consécutives. Il est exprimé par :

$$\delta_j = \frac{v_{dcj}}{v_{dc(j-1)}}, \quad j = 2, \dots, p$$

4.3.7- Classification des convertisseurs en cascade

Suivant les valeurs des facteurs de dissymétrie, on distingue deux catégories des convertisseurs multiniveaux à structure en cascade : symétriques et asymétriques, voir figure ci-dessous.

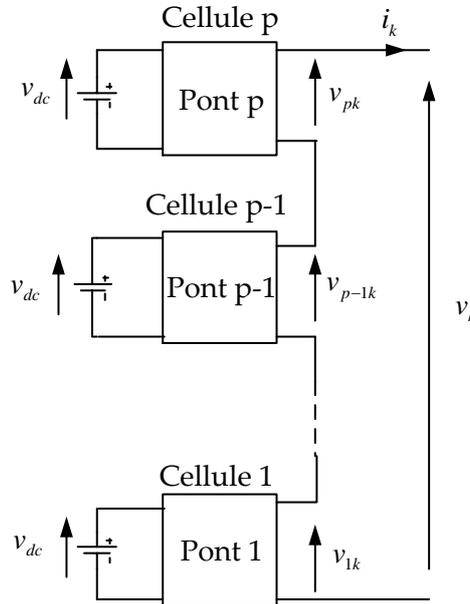


4.3.7.1- Convertisseur cascadi symétrique

Cette structure est basée sur la mise en série de convertisseurs monophasés à deux niveaux en pont H alimentés par des sources continues identiques et isolées.

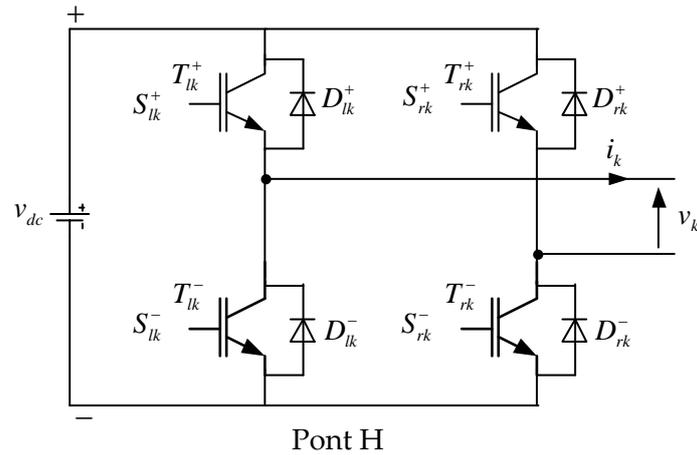
4.3.7.1- Structure générale d'un bras d'un convertisseur cascadi symétrique

La figure ci-dessous montre la structure d'un bras du convertisseur multiniveaux en cascade symétrique formé par p cellules en série.



4.3.7.2- Structure d'un bras d'un convertisseur cascadi symétrique à trois niveaux

Un convertisseur CHB à trois niveaux nécessite une seule cellule par phase. Cette cellule est constituée d'un onduleur monophasé en pont H alimentée par une tension continue isolée, voir figure ci-dessous.



4.3.7.3- Table de commutation d'un convertisseur CHB symétrique

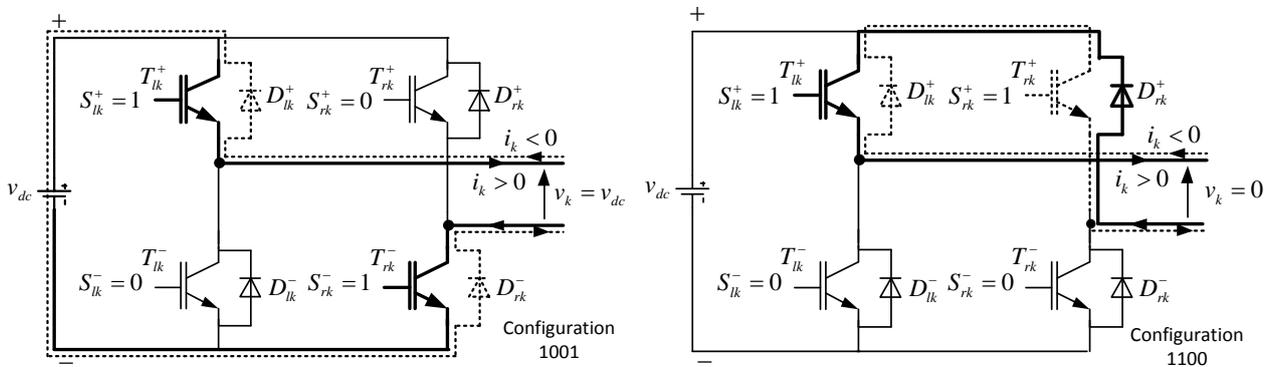
Les états de commutation d'une cellule et la tension de sortie correspondante sont regroupés dans le tableau suivant.

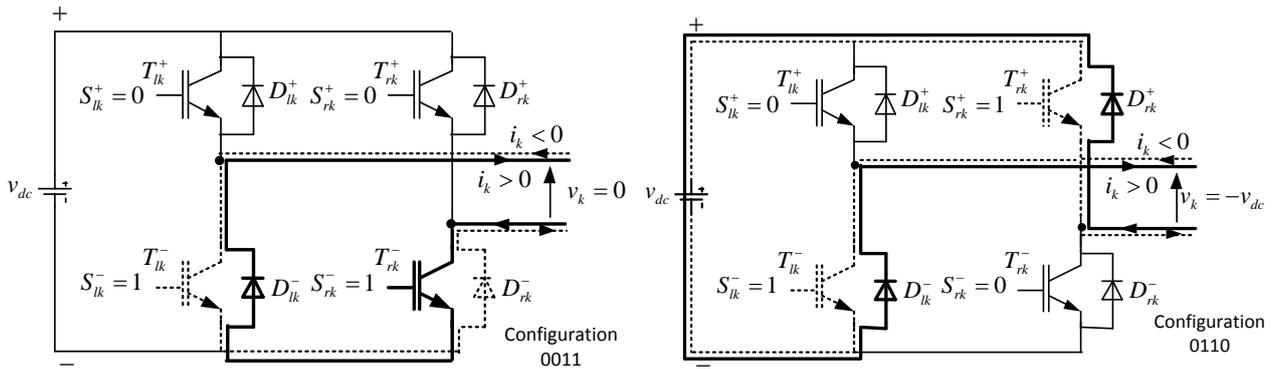
Etat	Etats des interrupteurs				Tension de sortie
	S_{lk}^+	S_{rk}^+	$S_{lk}^- = \bar{S}_{lk}^+$	$S_{rk}^- = \bar{S}_{rk}^+$	v_k
1	1	0	0	1	v_{dc}
0	1	1	0	0	0
	0	0	1	1	0
-1	0	1	1	0	$-v_{dc}$

On remarque que deux états sont capables de générer le même niveau de tension '0'.

4.3.7.4- Configurations possibles d'un bras du convertisseur CHB à trois niveaux

Les configurations possibles d'un bras du convertisseur CHB à trois niveaux sont illustrées sur la figure suivante.





4.3.7.5- Table de conduction

Le tableau suivant montre que la conduction des semi-conducteurs formant un bras du convertisseur CHB à trois niveaux dépend du signe du courant de phase.

Signe de i_k	T_{lk}^+	D_{lk}^+	T_{rk}^+	D_{rk}^+	T_{lk}^-	D_{lk}^-	T_{rk}^-	D_{rk}^-	Etat
$i_k > 0$	x						x		1
	x			X					0
				X		x	x		-1
$i_k < 0$		x						x	1
		x	X					x	0
			X		x	x			-1

Exercice

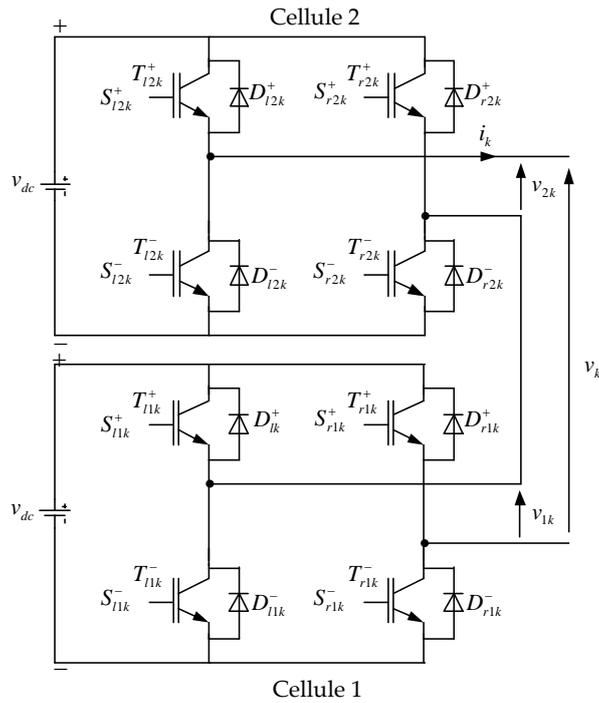
On propose d'étudier l'onduleur en cascade symétrique à cinq niveaux :

- Donner la structure d'un bras,
- Donner la table commutation d'un bras,
- Tracer les configurations possibles d'un bras.

Solution

- Structure d'un bras de l'onduleur CHB symétrique à cinq niveaux

La figure ci-dessous montre la structure d'un bras d'un onduleur CHB symétrique à cinq niveaux composé par deux cellules en pont H.

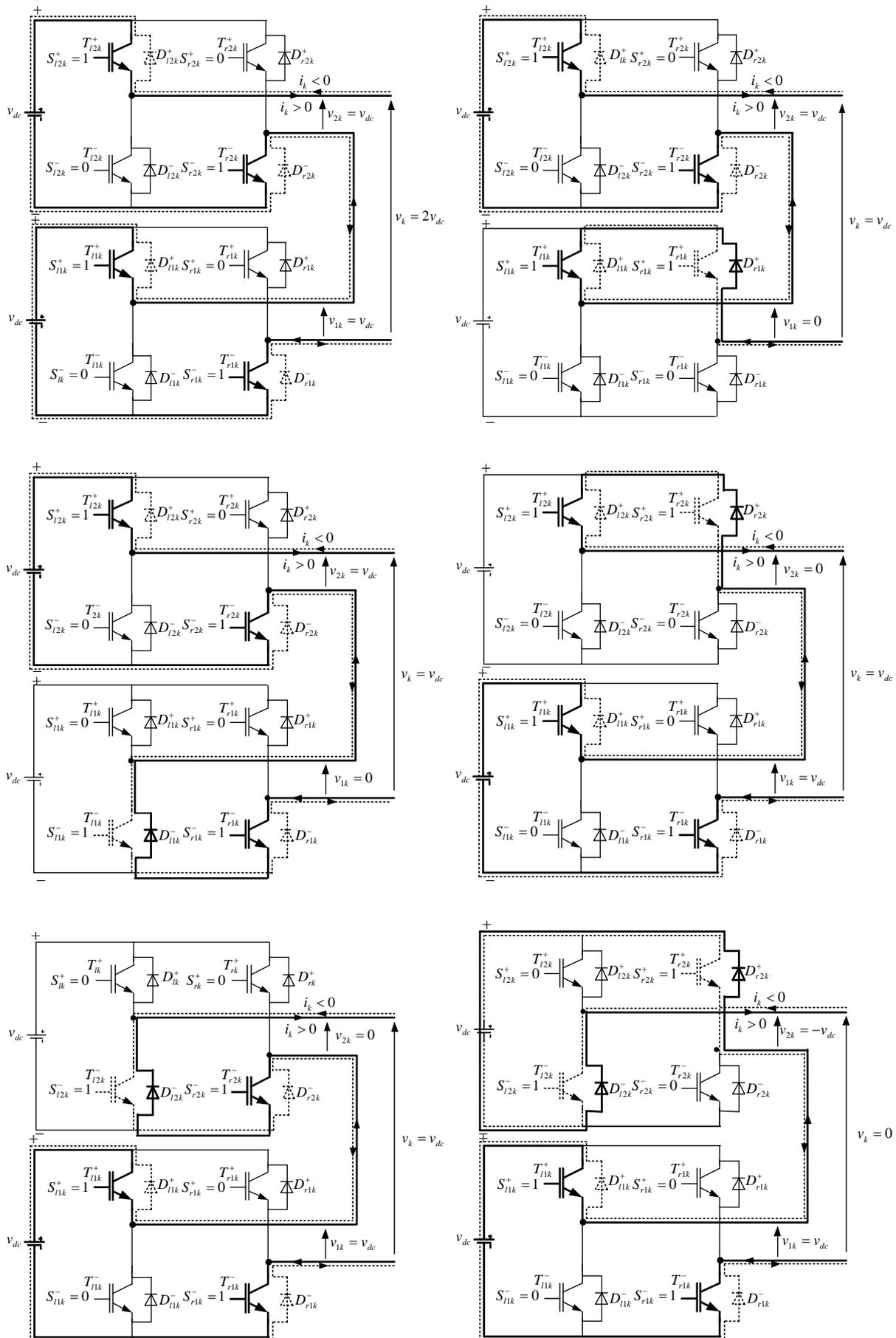


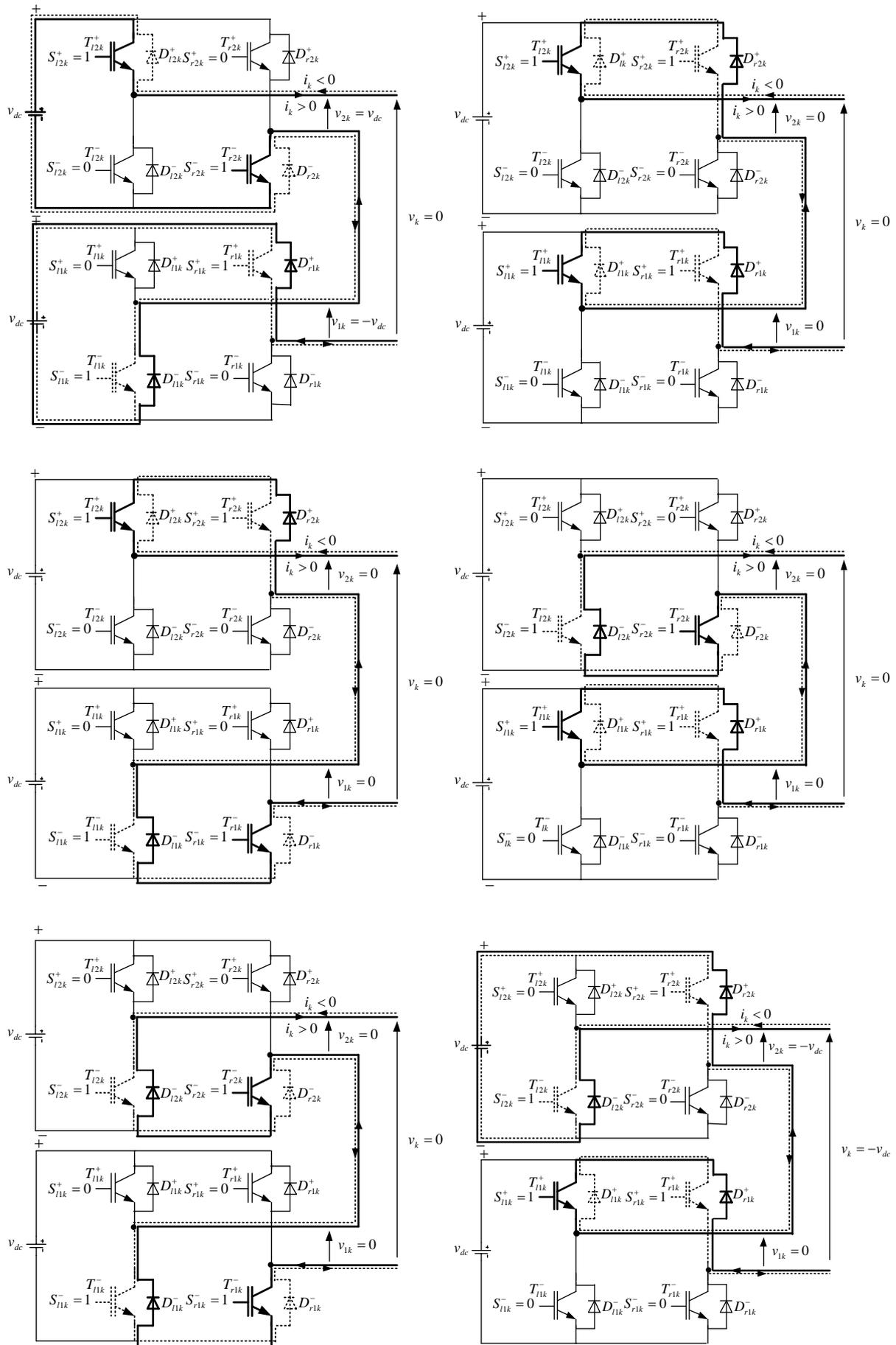
- Table de commutation d'un bras de l'onduleur CHB symétrique à cinq niveaux

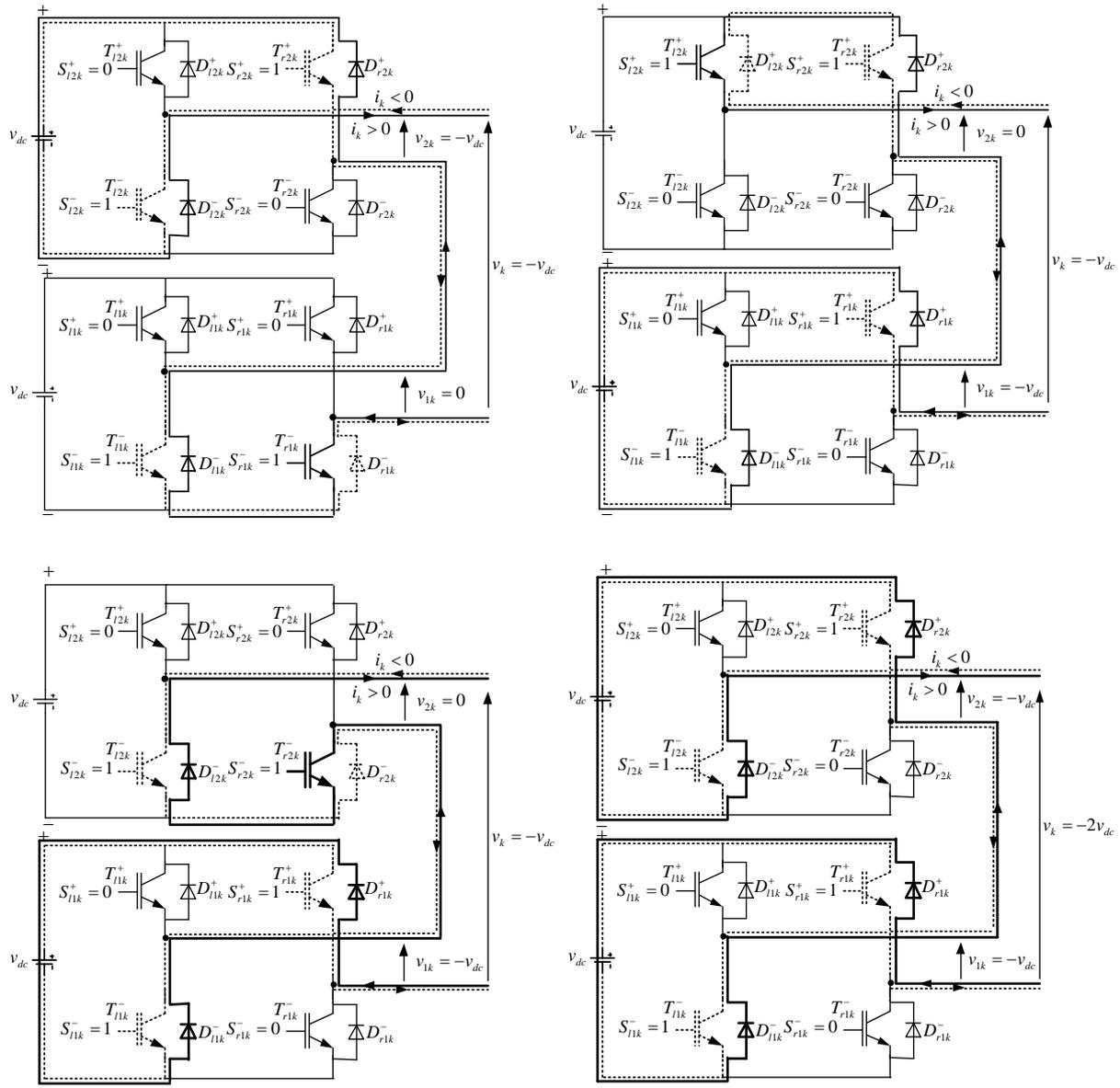
La table de commutation ci-dessous donne les états possibles d'un bras de l'onduleur CHB symétrique à cinq niveaux.

Etats des interrupteurs								Tension de sortie
S_{l2k}^+	S_{r2k}^+	S_{l1k}^+	S_{r1k}^+	$S_{l2k}^- = \bar{S}_{l2k}^+$	$S_{r2k}^- = \bar{S}_{r2k}^+$	$S_{l1k}^- = \bar{S}_{l1k}^+$	$S_{r1k}^- = \bar{S}_{r1k}^+$	v_{kM}
1	0	1	0	0	1	0	1	$2v_{dc}$
1	0	1	1	0	1	0	0	v_{dc}
1	0	0	0	0	1	1	1	
1	1	1	0	0	0	0	1	
0	0	1	0	1	1	0	1	
0	1	1	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	
1	1	1	1	0	0	0	0	
1	1	0	0	0	0	1	1	
0	0	1	1	1	1	0	0	$-v_{dc}$
0	0	0	0	1	1	1	1	
0	1	1	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	1	0	1	1	
1	1	0	1	0	0	1	0	$-2v_{dc}$
0	0	0	1	1	1	1	0	
0	1	0	1	1	0	1	0	

- Configurations possibles d'un bras de l'onduleur CHB à cinq niveaux

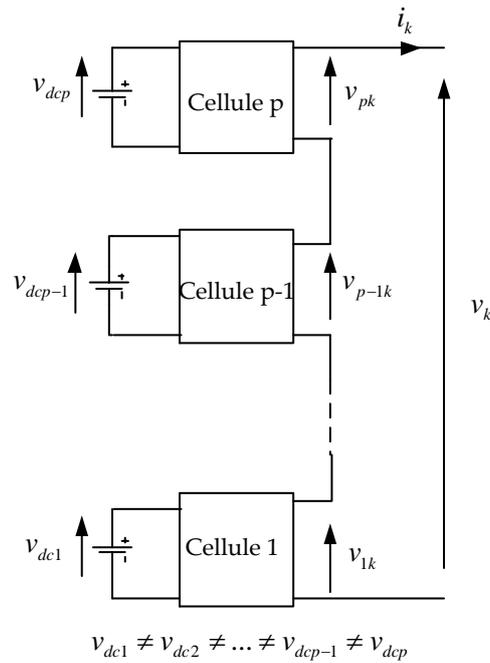






4.3.7.2- Convertisseur cascadié asymétrique

Un convertisseur asymétrique est obtenu en connectant en série p cellules sur une phase ayant des sources continues de valeur différentes, voir figure ci-dessous.



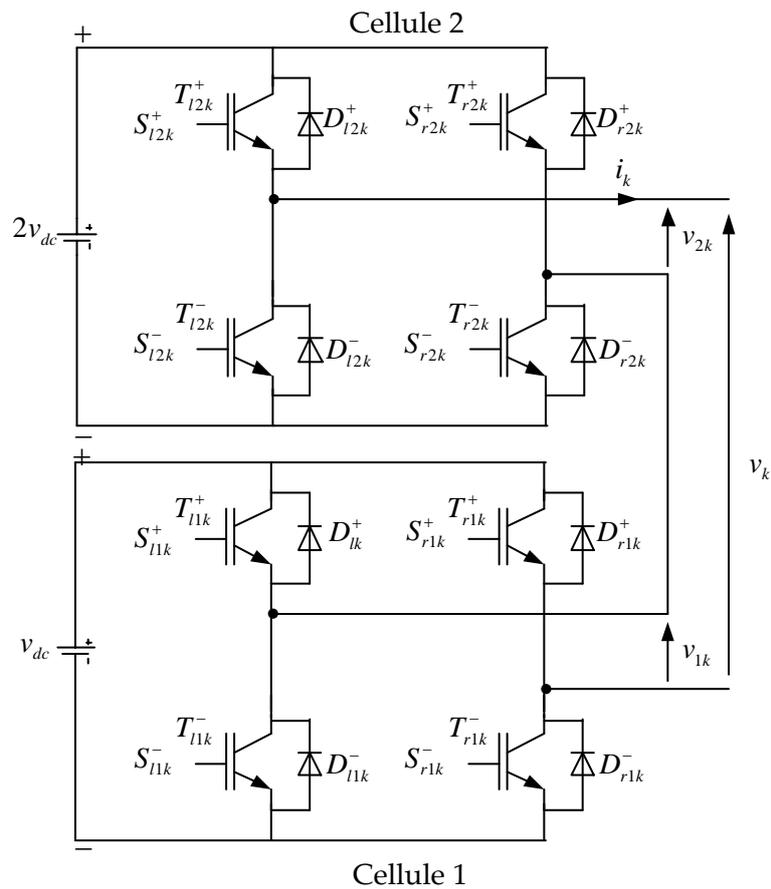
4.3.7.2.1- Convertisseur asymétrique à pas uniforme

Le convertisseur asymétrique est dit à pas uniforme ou régulier si :

$$\Delta v_{dc} = v_{dc(j+1)} - v_{dcj} = Cte, \forall j = 1, \dots, p-1$$

4.3.7.2.2- Structure d'un bras du convertisseur asymétrique à pas uniforme

La figure ci-dessous représente un bras d'un convertisseur cascadié à pas uniforme à sept niveaux.



4.3.7.2.3- Exercice

En considérant l'onduleur cascadié asymétrique à sept niveaux de la figure précédente :

- Donner la table de commutation de ce convertisseur,
- Tracer les circuits des différentes topologies possibles

4.4- Avantages du convertisseur en cascade

- Structure modulaire ; ce qui permet une expansion facile du nombre de niveaux ;
- Possibilité d'alimenter une charge en haute ou moyenne tension à partir d'une ou plusieurs alimentations basse tension ;
- Même tension de blocage pour tous les interrupteurs.

4.5- Limitations du convertisseur en cascade

- Nécessite un grand nombre de sources continues isolées ;

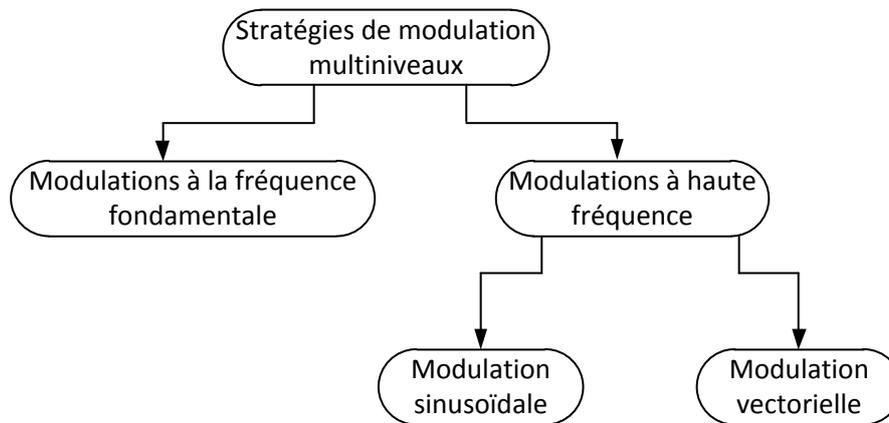
5- Techniques de modulation des convertisseurs multiniveaux

Les stratégies de modulation multiniveaux ne sont qu'une extrapolation des commandes des convertisseurs à deux niveaux.

5.1- Classification des techniques de modulation multiniveaux

Selon la fréquence de commutation on peut diviser les stratégies de modulation en deux catégories, voir figure ci-dessous.

- Modulation à la fréquence fondamentale : Il s'agit d'une modulation à pleine onde dont la fréquence de commutation des transistors est égale à la fréquence de la composante fondamentale de la tension de sortie,
- Modulation à haute fréquence : Il s'agit d'une modulation de largeur d'impulsion (Pulse Width Modulation, PWM) dont la fréquence de commutation est généralement très élevée par rapport à la fréquence fondamentale.

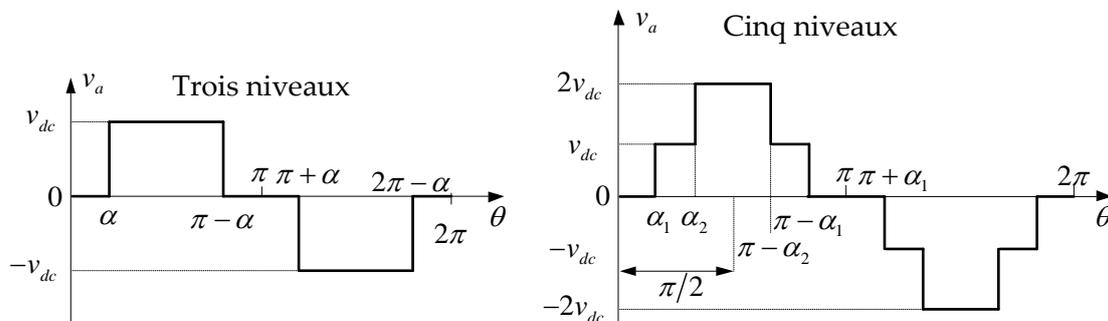


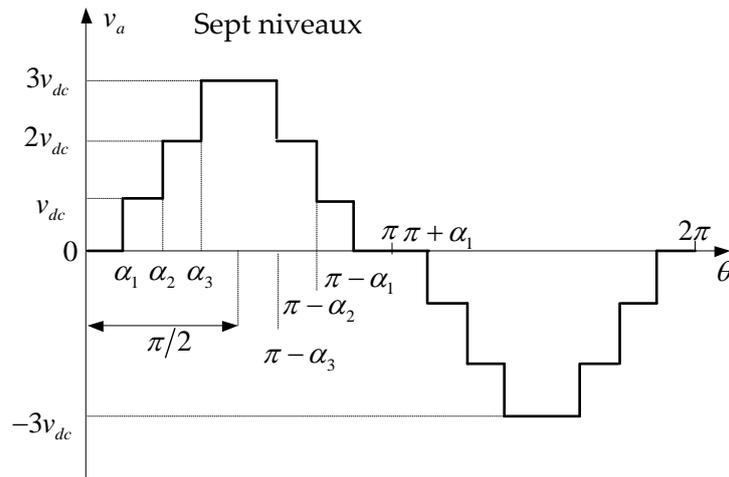
5.1.1- Modulation à la fréquence fondamentale

Cette modulation est plus adaptée aux semi-conducteurs à faible fréquence de commutation (GTO) ou pour les applications qui nécessitent pas une variation de la valeur efficace.

5.1.1.1- Modulation par paliers optimisée

Dans une modulation par paliers optimisée (Optimized Harmonic Stepped-Waveform, OHSW), la tension d'une phase générée par un convertisseur CHB symétrique (par exemple) est représentée sur la figure ci-dessous. Il s'agit d'une tension de forme en escalier constituée par des paliers non modulés.





5.1.1.1.1- Décomposition en série de Fourier

L'expression générale de la décomposition en séries de Fourier de la tension v_a est donnée par :

$$v_a(\omega t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

Où $a_0 = 0$ est la composante continue, ω est la pulsation du fondamental.

La tension de sortie est impaire et présente une symétrie par rapport au quart et à la demi-période. De ce fait, sa décomposition en série de Fourier ne contient que les harmoniques impairs en sinus. Donc :

$$a_n = 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$b_n = 0, \text{ si } n \text{ est pair}$$

L'expression de la décomposition de la tension de sortie se réduit à :

$$v_a(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

Le coefficient b_n est calculé par :

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_a(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} v_a(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

$$b_n = \frac{4}{\pi} \left\{ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} v_{dc} \sin(n\theta) d\theta + \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} 2v_{dc} \sin(n\theta) d\theta + \dots + \int_{\alpha_p}^{\frac{\pi}{2}} pv_{dc} \sin(n\theta) d\theta \right\}$$

$$= \frac{4v_{dc}}{\pi n} \left\{ \cos(n\theta) \Big|_{\alpha_2}^{\alpha_1} + 2 \cos(n\theta) \Big|_{\alpha_3}^{\alpha_2} + \dots + p \cos(n\theta) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha_p} \right\}$$

$$b_n = \frac{4v_{dc}}{\pi n} \left\{ \cos(n\alpha_1) - \cos(n\alpha_2) + 2\cos(n\alpha_2) - 2\cos(n\alpha_3) + \dots + p\cos(n\alpha_p) - \underbrace{p\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}_0 \right\} = \frac{4v_{dc}}{\pi n} \sum_{i=1}^p \cos(n\alpha_i)$$

D'où

$$v_a(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4v_{dc}}{\pi n} \sum_{i=1}^p \cos(n\alpha_i) \right) \sin(n\omega t), \quad n = 2m+1, \quad m \in \mathbb{N}$$

Avec $p = \frac{N-1}{2}$ où N est le nombre de niveaux du convertisseur multiniveaux.

5.1.1.1.2- Calcul des angles de commutation

Pour contrôler un convertisseur à N niveaux, p angle de commutation $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ doivent être connus. Pour cela un système à p équations doit être résolu. Ce système est formé de :

- L'équation non linéaire donnant l'amplitude du fondamental:

$$\frac{4v_{dc}}{\pi} (\cos(\alpha_1) + \cos(\alpha_2) + \dots + \cos(\alpha_p)) = V_1$$

- Les $(p-1)$ équations donnant les amplitudes des harmoniques impairs sont:

$$\frac{4v_{dc}}{3\pi} (\cos(3\alpha_1) + \cos(3\alpha_2) + \dots + \cos(3\alpha_p)) = V_3$$

$$\frac{4v_{dc}}{5\pi} (\cos(5\alpha_1) + \cos(5\alpha_2) + \dots + \cos(5\alpha_p)) = V_5$$

.

.

$$\frac{4v_{dc}}{h\pi} (\cos(h\alpha_1) + \cos(h\alpha_2) + \dots + \cos(h\alpha_p)) = V_h$$

Les angles de commutation sont calculés de manière à répondre à certains critères portant sur l'amélioration de la tension de sortie de l'onduleur. Les critères usuellement retenus sont :

- Elimination d'un certain nombre d'harmoniques de rangs spécifiés,
- Minimisation de la distorsion harmonique totale.

5.1.1.1.3- Calcul des angles de commutation par suppression d'un certain nombre d'harmoniques d'ordres bas

Définissons le taux de modulation par :

$$r = \frac{V_1}{pv_{dc}} \quad \text{avec} \quad p = \frac{N-1}{2} \quad \text{où } N \text{ est le nombre de niveaux du convertisseur.}$$

L'amplitude du fondamental doit être contrôlé par action sur l'indice de modulation. Tandis que, les amplitudes des $(p-1)$ harmoniques doivent être éliminées en imposant leurs valeurs à zéros.

D'où le système d'équations non linéaires utilisé pour calculer les angles de commutation devient :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha_1) + \cos(\alpha_2) + \dots + \cos(\alpha_p) &= \frac{pr\pi}{4} \\ \cos(3\alpha_1) + \cos(3\alpha_2) + \dots + \cos(3\alpha_p) &= 0 \\ \cos(5\alpha_1) + \cos(5\alpha_2) + \dots + \cos(5\alpha_p) &= 0 \\ &\vdots \\ \cos(h\alpha_1) + \cos(h\alpha_2) + \dots + \cos(h\alpha_p) &= 0 \end{aligned}$$

Ce système est valable pour un convertisseur monophasé où les harmoniques de rang $h = 2i + 1$, avec $i \geq 1$ doivent être éliminés. Dans le cas d'un système triphasé équilibré le troisième harmonique et ses multiples sont annulés ; ce qui revient à annuler uniquement les harmoniques 5, 7, 11, 13, ... c'est-à-dire ceux de rang $h = 6i \pm 1$, où $i \geq 1$.

Il est à noter que les angles de commutation doivent satisfaire la condition suivante :

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_p < \frac{\pi}{2}$$

Ces équations de nature non linéaire et transcendantale² n'ont pas généralement de solutions analytiques ; seules les méthodes numériques, à titre d'exemple la méthode de Newton-Raphson, sont utilisées pour approchées leurs solutions.

5.1.1.1.4- Calcul des angles de commutation par minimisation du THD

Le taux de distorsion harmonique (Total Harmonic Distorsion, THD) sert à mesurer le taux de présence des harmoniques dans une tension ou un courant.

Le THD de la tension de sortie est exprimé par :

$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1}$$

Où V_1 est l'amplitude fondamentale et V_n est l'amplitude du n^{th} harmonique.

Sachant que $V_1 = \frac{4v_{dc}}{\pi} \sum_{i=1}^p \cos(\alpha_i)$ et $V_n = \frac{4v_{dc}}{\pi n} \sum_{i=1}^p \cos(n\alpha_i)$, l'expression du THD devient :

² Une équation transcendantale est une équation contenant une fonction transcendantale (exemple fonction trigonométrique) et qui peut avoir de multiples solutions.

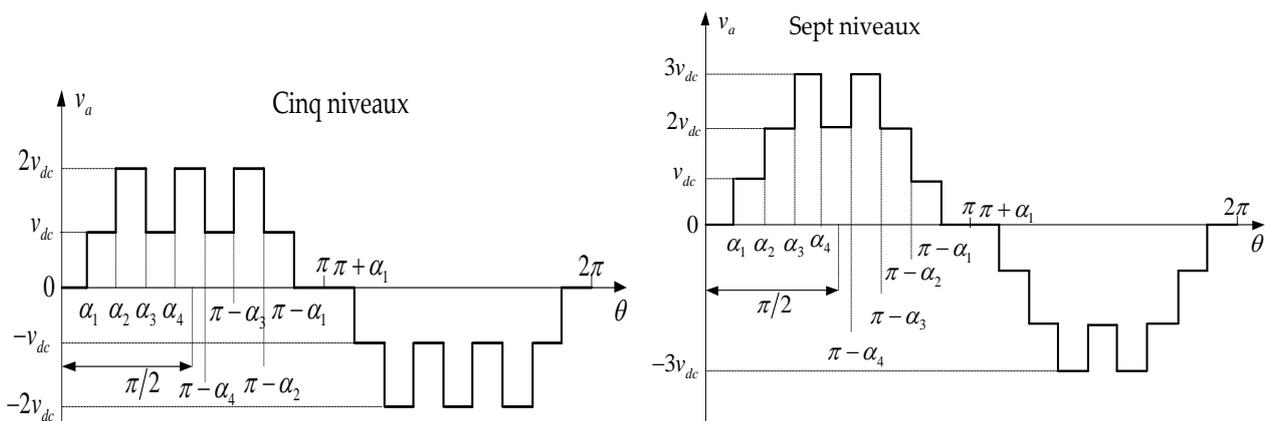
$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^p \cos(n\alpha_i) \right)^2}}{\sum_{i=1}^p \cos(\alpha_i)}$$

Le calcul du THD nécessite une infinité d'harmoniques. Généralement une valeur minimale de $n = 50$ est suffisamment acceptée.

Pour un indice de modulation donné, les angles de commutation qui donnent une valeur minimale du THD sont retenus.

5.1.1.2- Modulation par élimination sélective des harmoniques (PWM programmé)

Cette stratégie, dite SHEM (Selective Harmonic Elimination Modulation), est basée sur l'introduction des encoches (coupures) dans la forme escalier de la tension v_a . La forme qui en résulte permet l'élimination d'un certain nombre d'harmoniques, tout dépend du nombre d'encoches introduites. En procédant ainsi, plusieurs composantes harmoniques peuvent être éliminées. La figure ci-dessous représente deux motifs de la tension v_a parmi plusieurs qui peuvent être imaginés.



Pour calculer les angles de commutation, les mêmes approches présentées précédemment peuvent être adoptées.

5.1.2- Modulation à haute fréquence

La modulation à haute fréquence est une modulation de largeur d'impulsion (Pulse Width Modulation, PWM). Elle consiste à former la tension de sortie d'une succession de créneaux de largeurs convenables tout en adoptant une fréquence de commutation suffisamment supérieure à la fréquence fondamentale. Les objectifs de la PWM sont donc :

- Repousser les harmoniques de la tension vers les fréquences élevées ;
- Faire varier la valeur efficace du fondamental de la tension de sortie.

5.1.2.1- Technique de modulation sinusoïdale multi-porteuses (Multicarrier Sinusoidal PWM)

La modulation sinusoïdale multi-porteuses consiste à comparer une tension de référence sinusoïdale de fréquence f_r avec $(N-1)$ porteuses triangulaires de même fréquence f_p , où N est le nombre de niveaux du convertisseur.

Dans le cas d'un convertisseur triphasé, les tensions de référence sont de la forme :

$$v_{aref}(t) = V_{r\max} \sin(2\pi f_r t)$$

$$v_{bref}(t) = V_{r\max} \sin\left(2\pi f_r t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{cref}(t) = V_{r\max} \sin\left(2\pi f_r t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Cette technique est caractérisée par deux paramètres :

- Indice de modulation

$$m = \frac{\text{Fréquence de la porteuse}}{\text{Fréquence de la référence}}$$

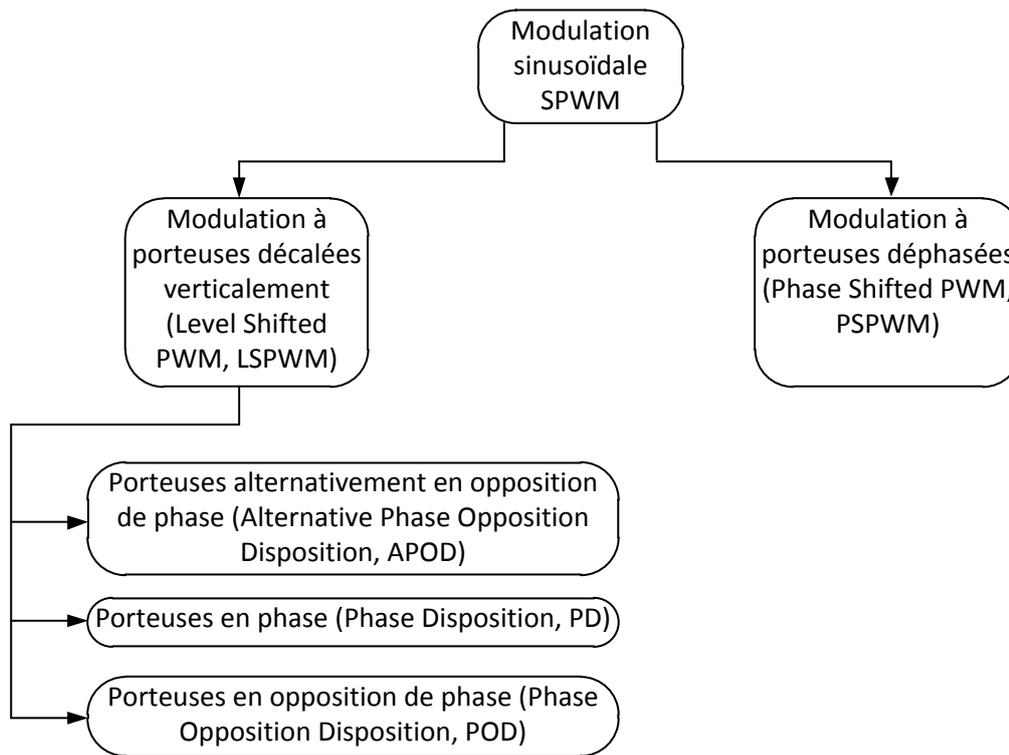
Si m est un entier, la SPWM est dite synchrone ; elle est dite asynchrone dans le cas contraire.

- Taux de modulation

$$r = \frac{\text{Amplitude de la référence}}{\text{Amplitude de la porteuse}}$$

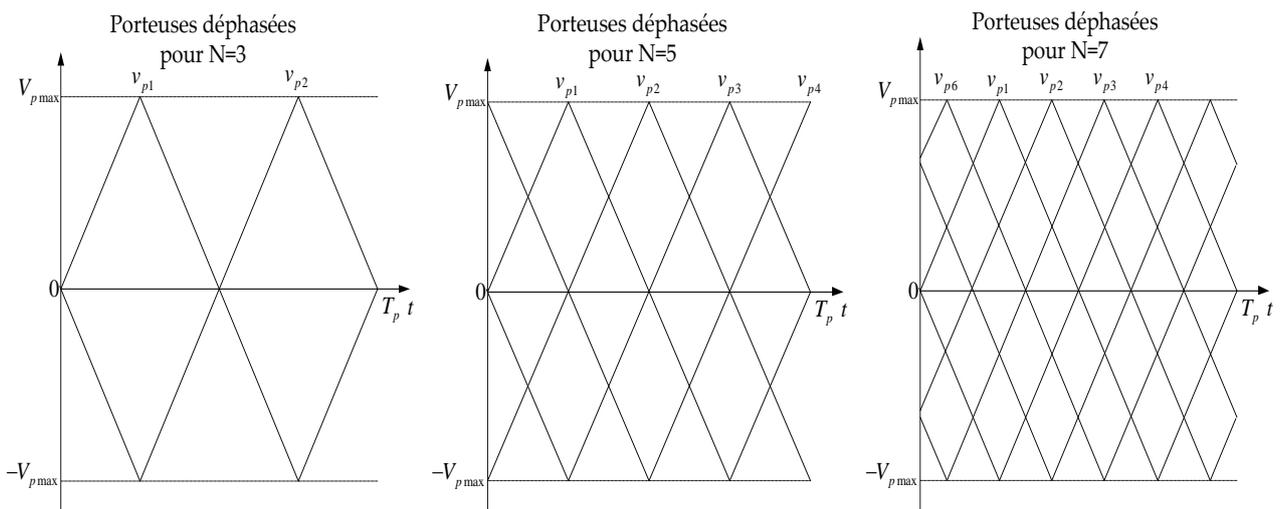
5.1.2.1.1- Classification des techniques de modulation SPWM

Selon que les porteuses sont décalées en amplitude ou en phase on distingue deux familles des stratégies de modulation sinusoïdale, comme il est montré sur la figure ci-dessous.



5.1.2.1.1- Modulation SPWM à porteuses déphasées (PSPWM)

Dans la technique PSPWM, pour commander un convertisseur à N niveaux de tension, $N_p=(N-1)$ porteuses sont indispensables. Ces porteuses sont décalées entre elles de $\varphi_p = \frac{T_p}{N-1}$ où T_p est la période d'une porteuse. La figure ci-dessous donne idée sur le décalage des porteuses dans le cas d'un convertisseur à sept niveaux.

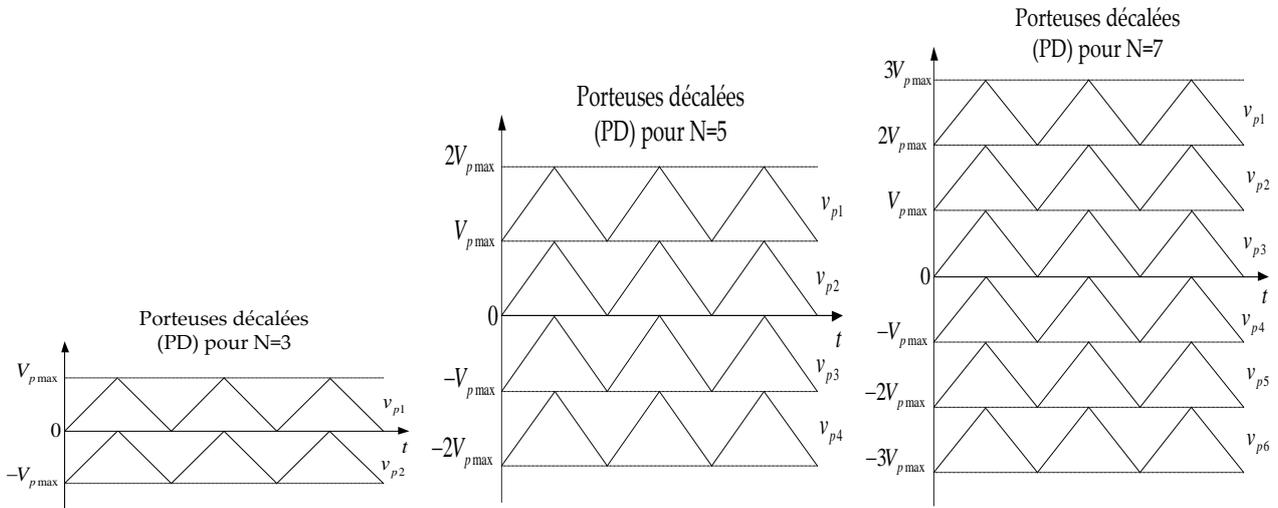


Cette technique est caractérisée par : l'indice de modulation $m = f_p/f_r$ et le taux de modulation $r = V_{r\max}/V_{p\max}$

5.1.2.1.1.2- Modulation SPWM à porteuses décalées

Selon l'arrangement des porteuses on distingue trois stratégies de modulation :

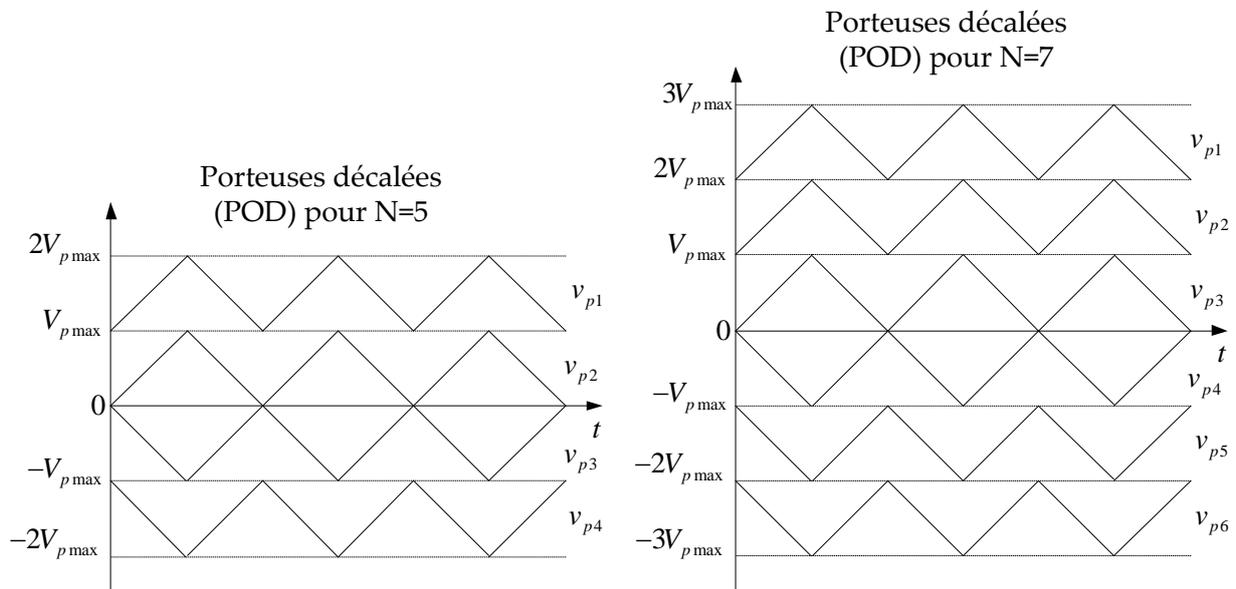
- PD : Les (N-1) porteuses sont en phase mais décalées verticalement, voir figure ci-dessous.



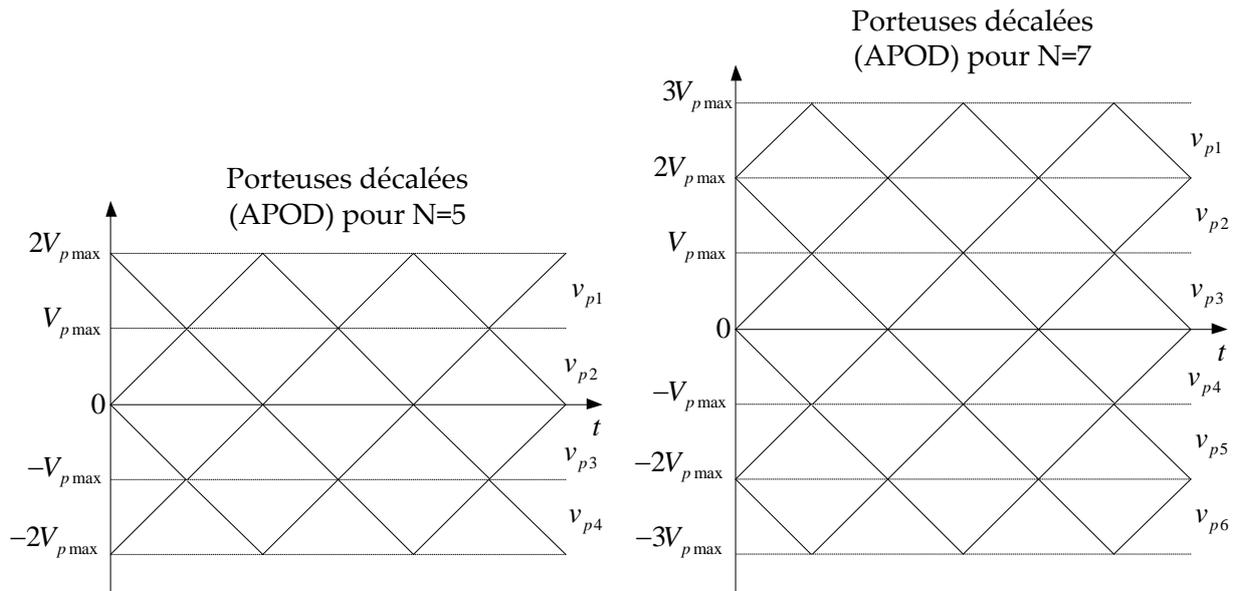
Cette technique est caractérisée par : l'indice de modulation $m = f_p / f_r$ et le taux de modulation

$$r = V_{r\max} / \left(\frac{N-1}{2} V_{p\max} \right) ; N \text{ étant le nombre de niveaux du convertisseur.}$$

- POD : les porteuses supérieures sont en phase entre elles et décalées verticalement, mais en opposition de phase avec celles du bas, aussi en phase entre elles, voir figure ci-dessous.



- APOD : Les (N-1) porteuses sont alternativement en opposition de phase, voir figure ci-dessous.



5.1.2.1.2- SPWM mutli-porteuses de type PD d’un convertisseur NPC à trois niveaux

Pour générer les impulsions de commande du convertisseur NPC à trois niveaux, deux porteuses décalées de $T_p/2$ sont comparées par phase à une référence sinusoïdale selon le raisonnement suivant:

- Le convertisseur est commuté à $v_{dc}/2$ lorsque la référence est supérieure aux deux porteuses,

$$\text{si } v_{kref} > v_{p1} \text{ et } v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = \frac{v_{dc}}{2} \Rightarrow S_{1k}^+ = 1 \text{ et } S_{2k}^+ = 1; (S_{1k}^- = 0 \text{ et } S_{2k}^- = 0)$$

- Le convertisseur est commuté à zéro lorsque la référence est inférieure à la porteuse supérieure mais supérieure à la porteuse inférieure,

$$\text{si } v_{kref} < v_{p1} \text{ et } v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = 0 \Rightarrow S_{1k}^+ = 0 \text{ et } S_{2k}^+ = 1; (S_{1k}^- = 1 \text{ et } S_{2k}^- = 0)$$

- Le convertisseur est commuté à $-v_{dc}/2$ lorsque la référence est inférieure aux deux porteuses,

$$\text{si } v_{kref} < v_{p1} \text{ et } v_{kref} < v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = -\frac{v_{dc}}{2} \Rightarrow S_{1k}^+ = 0 \text{ et } S_{2k}^+ = 0; (S_{1k}^- = 1 \text{ et } S_{2k}^- = 1)$$

L’algorithme de commande des deux transistors supérieurs T_{ik}^+ peut être simplifié au suivant :

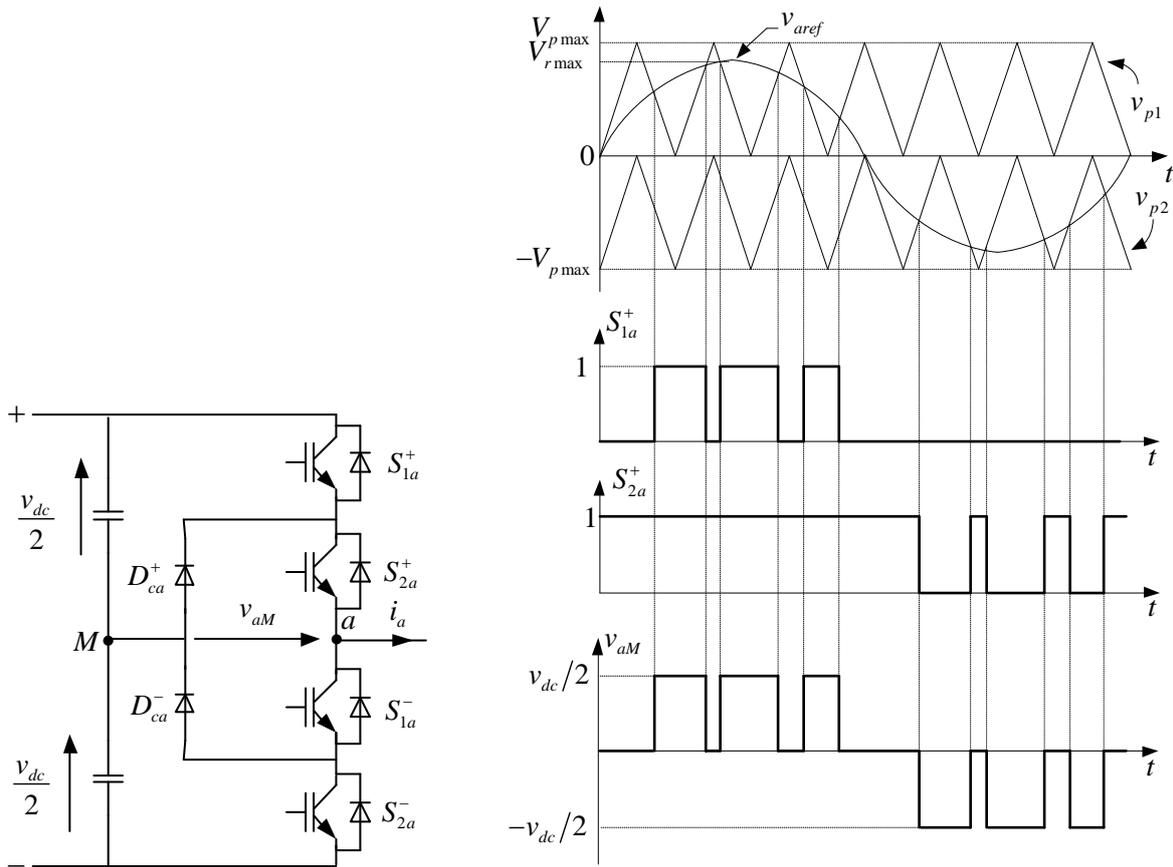
$$\text{si } v_{kref} > v_{p1} \Rightarrow S_{1k}^+ = 1 \text{ sinon } S_{1k}^+ = 0$$

$$\text{si } v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow S_{2k}^+ = 1 \text{ sinon } S_{2k}^+ = 0$$

Ou encore sous la forme :

$$\text{si } v_{kref} > v_{pi} \Rightarrow S_{ik}^+ = 1 \text{ sinon } S_{ik}^+ = 0, i = 1,2 \text{ et } k = a,b,c$$

La figure ci-dessous montre le principe de la PDSPWM adoptée.



5.1.2.1.3- SPWM à porteuses décalées d'un convertisseur FC à trois niveaux

Pour chaque cellule de commutation on définit sa propre porteuse triangulaire. Les instants de commutation des transistors de cette cellule sont définis par l'intersection de la référence avec cette porteuse. Pour un convertisseur FC à trois niveaux, composé de deux cellules, deux porteuses décalées de 180° sont comparées aux tensions de référence selon la logique suivante :

$$\text{si } v_{kref} > v_{p1} \text{ et } v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = \frac{v_{dc}}{2} \Rightarrow S_{1k}^+ = 1 \text{ et } S_{2k}^+ = 1; (S_{1k}^- = 0 \text{ et } S_{2k}^- = 0)$$

$$\begin{cases} \text{si } v_{kref} < v_{p1} \text{ et } v_{kref} > v_{p2} \\ \text{or} \\ \text{si } v_{kref} > v_{p1} \text{ et } v_{kref} < v_{p2} \end{cases} \Rightarrow v_{kM} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_{1k}^+ = 1 \text{ et } S_{2k}^+ = 0; (S_{1k}^- = 0 \text{ et } S_{2k}^- = 1) \\ \text{or} \\ S_{1k}^+ = 0 \text{ et } S_{2k}^+ = 1; (S_{1k}^- = 1 \text{ et } S_{2k}^- = 0) \end{cases}$$

$$\text{si } v_{kref} < v_{p1} \text{ et } v_{kref} < v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = -\frac{v_{dc}}{2} \Rightarrow S_{1k}^+ = 0 \text{ et } S_{2k}^+ = 0; (S_{1k}^- = 1 \text{ et } S_{2k}^- = 1)$$

En déduit que l'algorithme de commande des deux transistors supérieurs est comme suit :

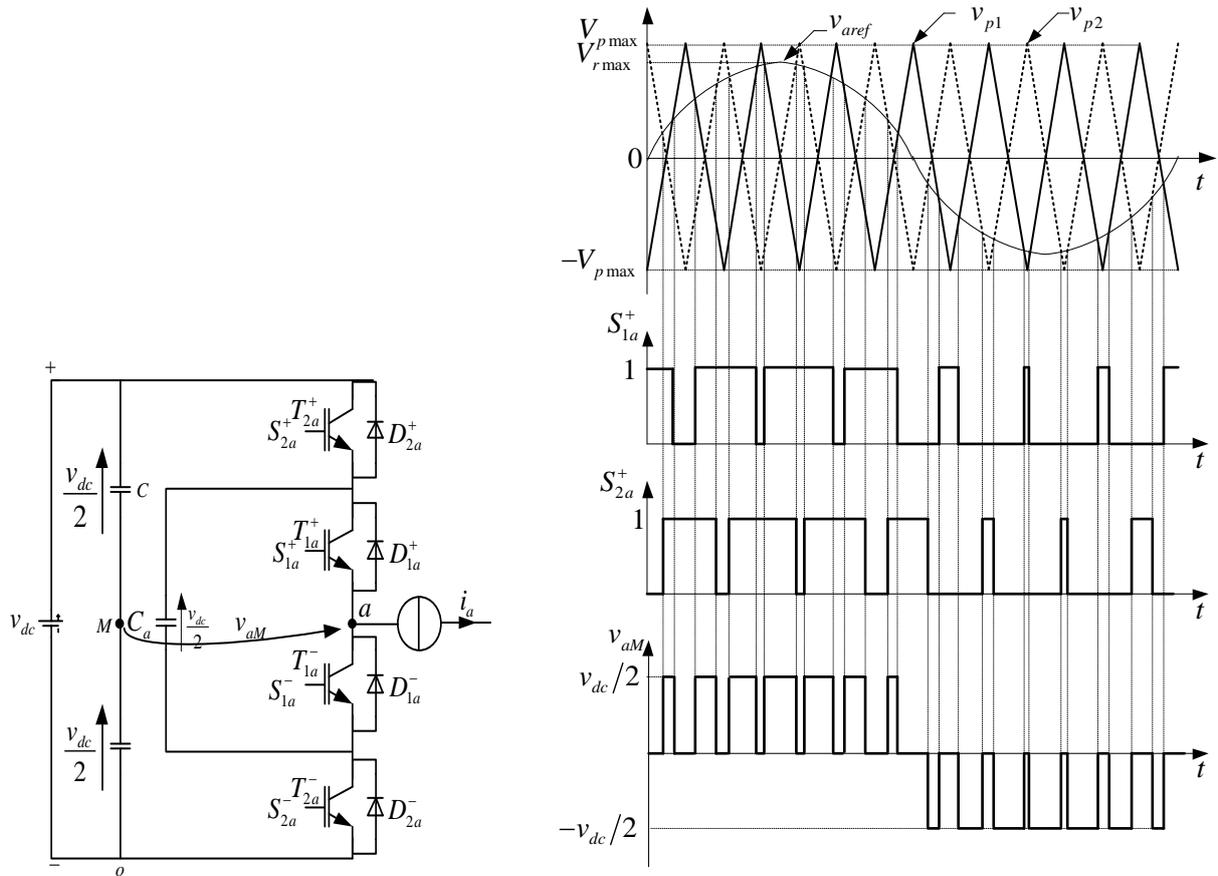
$$\text{si } v_{kref} > v_{p1} \Rightarrow S_{1k}^+ = 1 \text{ sinon } S_{1k}^+ = 0$$

$$\text{si } v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow S_{2k}^+ = 1 \text{ sinon } S_{2k}^+ = 0$$

Ou plus généralement de la forme :

$$\text{si } v_{kref} > v_{pi} \Rightarrow S_{ik}^+ = 1 \text{ sinon } S_{ik}^+ = 0, i = 1, 2 \text{ et } k = a, b, c$$

La figure ci-dessous résume le principe de la commande PSPWM appliquée sur un convertisseur FC à trois niveaux.



5.1.2.1.4- SPWM à porteuses décalées d'un convertisseur CHB à trois niveaux

Dans un convertisseur CHB, chaque cellule (pont H) est commandée par la technique SPWM. Dans le cas d'un convertisseur CHB à trois niveaux formé par une seule cellule, deux porteuses triangulaires décalées par $T_p/2$ (soit un déphasage de 180° de l'une par rapport à l'autre) sont comparées aux références sinusoïdales selon la logique suivante :

$$\begin{aligned}
 &\text{si } v_{kref} > v_{p1} \text{ et } v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = v_{dc} \Rightarrow S_{lk}^+ = 1 \text{ et } S_{rk}^+ = 0; (S_{lk}^- = 0 \text{ et } S_{rk}^- = 1) \\
 &\left\{ \begin{array}{l} \text{si } v_{kref} < v_{p1} \text{ et } v_{kref} > v_{p2} \\ \text{or} \\ \text{si } v_{kref} > v_{p1} \text{ et } v_{kref} < v_{p2} \end{array} \right. \Rightarrow v_{kM} = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_{lk}^+ = 1 \text{ et } S_{rk}^+ = 1; (S_{rk}^- = 0 \text{ et } S_{rk}^- = 0) \\ \text{or} \\ S_{lk}^+ = 0 \text{ et } S_{rk}^+ = 0; (S_{rk}^- = 1 \text{ et } S_{rk}^- = 1) \end{array} \right. \\
 &\text{si } v_{kref} < v_{p1} \text{ et } v_{kref} < v_{p2} \Rightarrow v_{kM} = -v_{dc} \Rightarrow S_{lk}^+ = 0 \text{ et } S_{rk}^+ = 1; (S_{lk}^- = 1 \text{ et } S_{2k}^- = 0)
 \end{aligned}$$

Chaque bras est contrôlé d'une manière séparée par comparaison de la tension de référence avec une porteuse triangulaire. En effet :

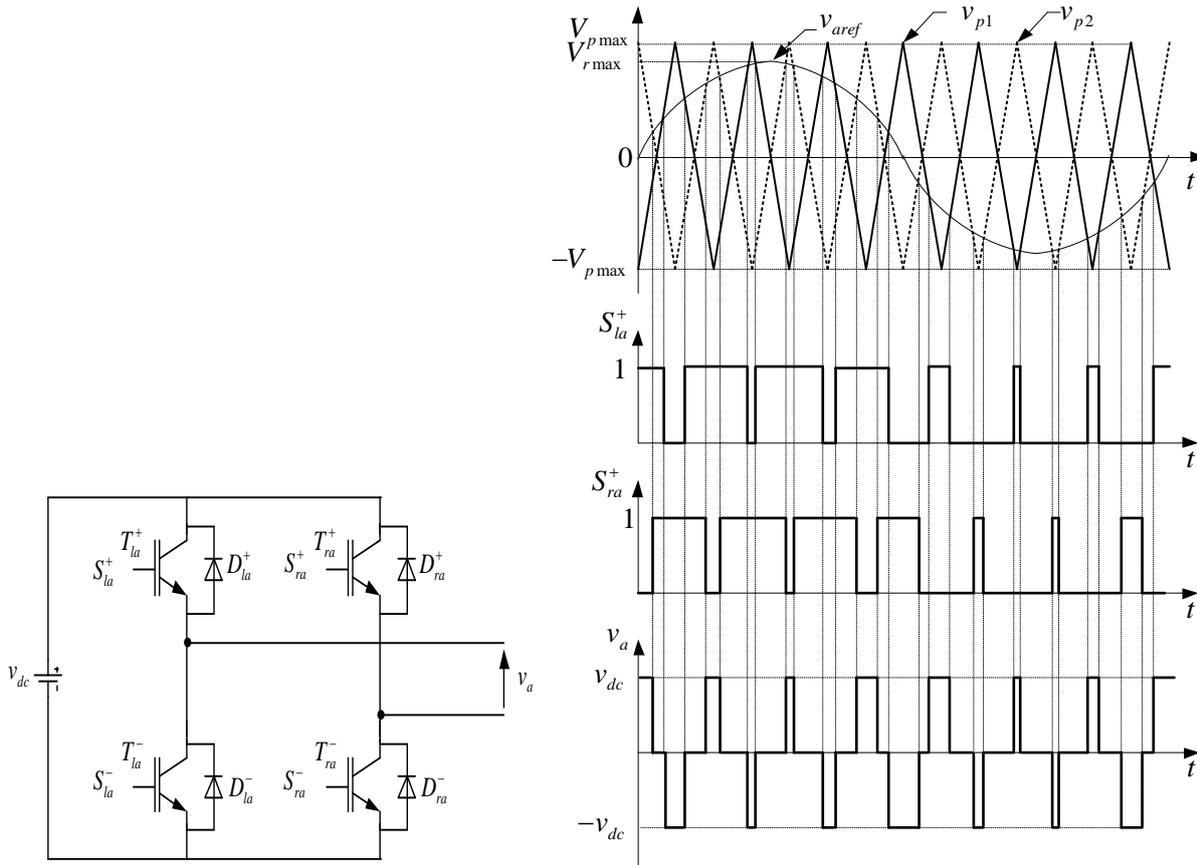
La comparaison de la référence sinusoïdale avec la première porteuse triangulaire donne lieu aux signaux logiques de commande des transistors situés sur le bras gauche selon l'algorithme suivant :

si $v_{kref} > v_{p1} \Rightarrow S_{lk}^+ = 1$ ($S_{lk}^- = 0$) sinon $S_{lk}^+ = 0$ ($S_{lk}^- = 1$)

Pour contrôler les transistors situés sur le bras droit, la deuxième porteuse triangulaire est comparée au signal de référence comme suit :

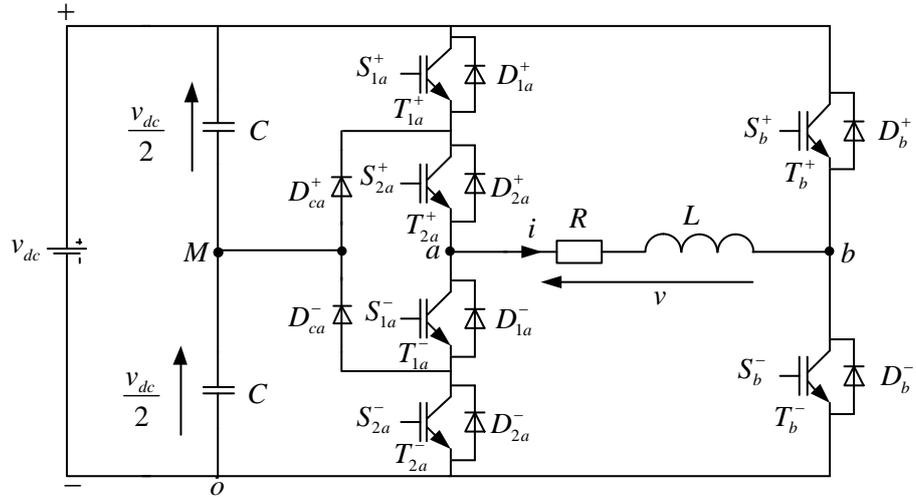
si $v_{kref} > v_{p2} \Rightarrow S_{rk}^+ = 0$ ($S_{rk}^- = 1$) sinon $S_{rk}^+ = 1$ ($S_{rk}^- = 0$)

La figure ci-dessous illustre le principe de base de la commande PSPWM appliquée sur un convertisseur CHB à trois niveaux.



Exercice 1

Le convertisseur monophasé en pont à cinq niveaux de la figure ci-contre est formé par un bras d'un convertisseur NPC et un bras d'un convertisseur à deux niveaux. Les transistors des deux demi-bras supérieurs sont commandés d'une manière complémentaire avec ceux des deux demi-bras inférieurs.



1°) Donner la table de commutation de ce convertisseur tout en précisant pour chaque état de commutation $(S_{1a}^+, S_{2a}^+, S_b^+)$ des transistors $T_{1a}^+, T_{2a}^+, T_b^+$ les tensions v_{aM}, v_{bM} et v .

2°) Tracer les différentes configurations possibles du convertisseur.

3°) Pour chaque état de commutation $(S_{1a}^+, S_{2a}^+, S_b^+)$ des transistors $T_{1a}^+, T_{2a}^+, T_b^+$, donner la tension aux bornes de chaque transistor.

4°) Pour chaque état de commutation des transistors $(S_{1a}^+, S_{2a}^+, S_b^+)$, donner le courant traversant chaque transistor en fonction du courant de charge i .

5°) Donner l'expression de la tension de sortie v en fonction de $S_{1a}^+, S_{2a}^+, S_b^+$ et v_{dc} .

Solution

1°) Table de commutation du convertisseur

Le tableau suivant montre qu'il y a uniquement six états de commutation possibles.

S_{1a}^+	S_{2a}^+	S_b^+	S_{1a}^-	S_{2a}^-	S_b^-	v_{aM}	v_{bM}	$v = v_{aM} - v_{bM}$
0	0	0	1	1	1	$-v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$	0
0	0	1	1	1	0	$-v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}$
0	1	0	1	0	1	0	$-v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$
0	1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$
1	0	0	0	1	1	X	$v_{dc}/2$	X
1	0	1	0	1	0	X	$v_{dc}/2$	X
1	1	0	0	0	1	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$	v_{dc}
1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	0

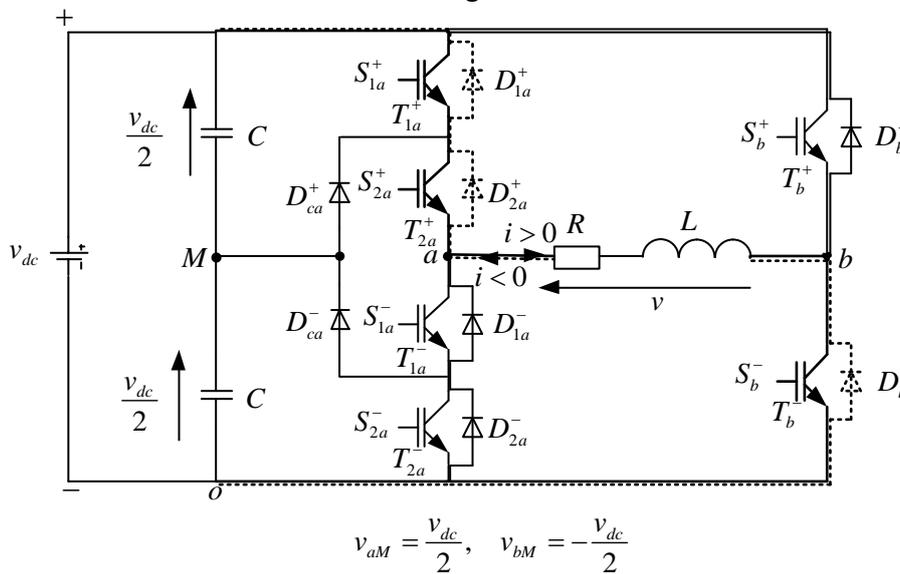
Si on tient compte que des états de commutation possibles, le tableau précédent se réduit au tableau suivant :

S_{1a}^+	S_{2a}^+	S_b^+	S_{1a}^-	S_{2a}^-	S_b^-	v_{aM}	v_{bM}	$v = v_{aM} - v_{bM}$
0	0	0	1	1	1	$-v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$	0
0	0	1	1	1	0	$-v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}$
0	1	0	1	0	1	0	$-v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$
0	1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$
1	1	0	0	0	1	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$	v_{dc}
1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	0

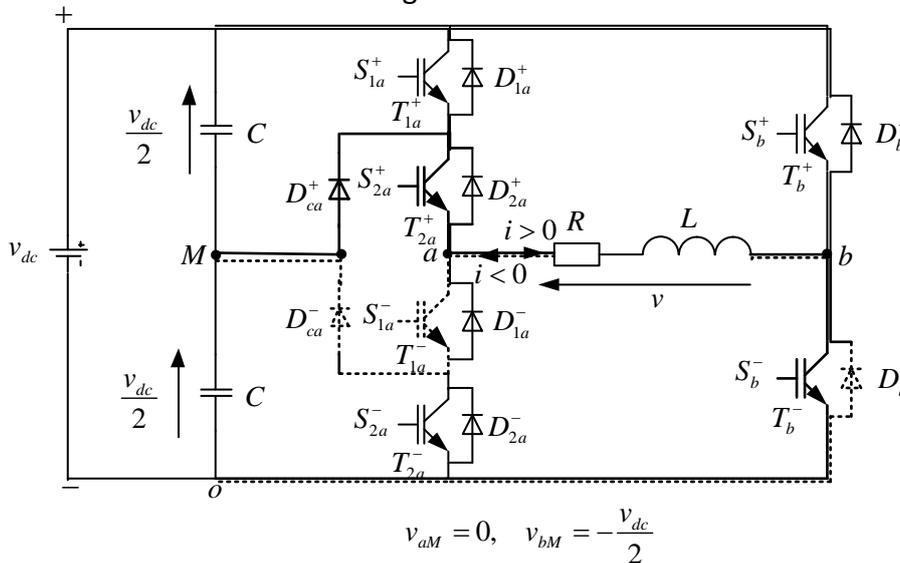
0	0	0	1	1	1	$-v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$	0
0	0	1	1	1	0	$-v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}$
0	1	0	1	0	1	0	$-v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$
0	1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$
1	1	0	0	0	1	$v_{dc}/2$	$-v_{dc}/2$	v_{dc}
1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	0

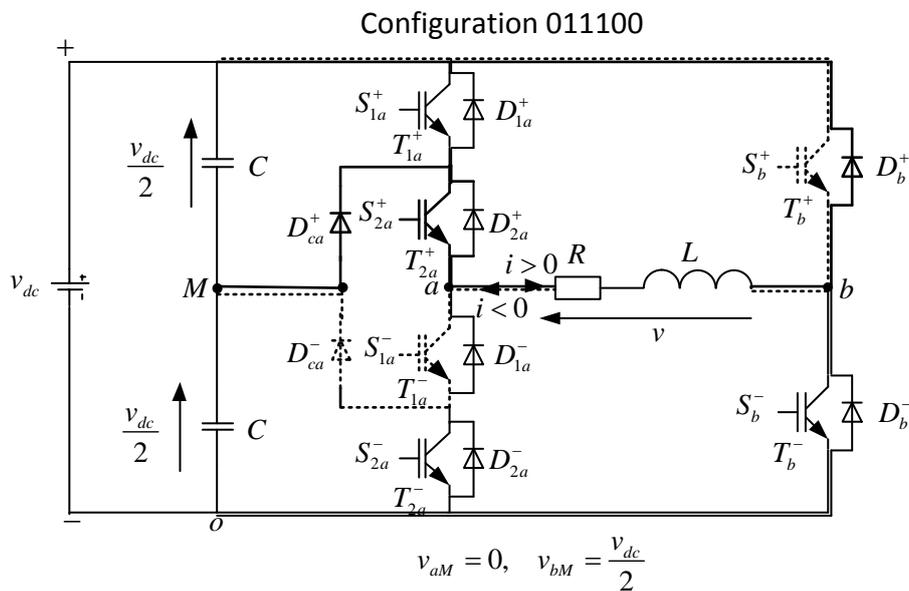
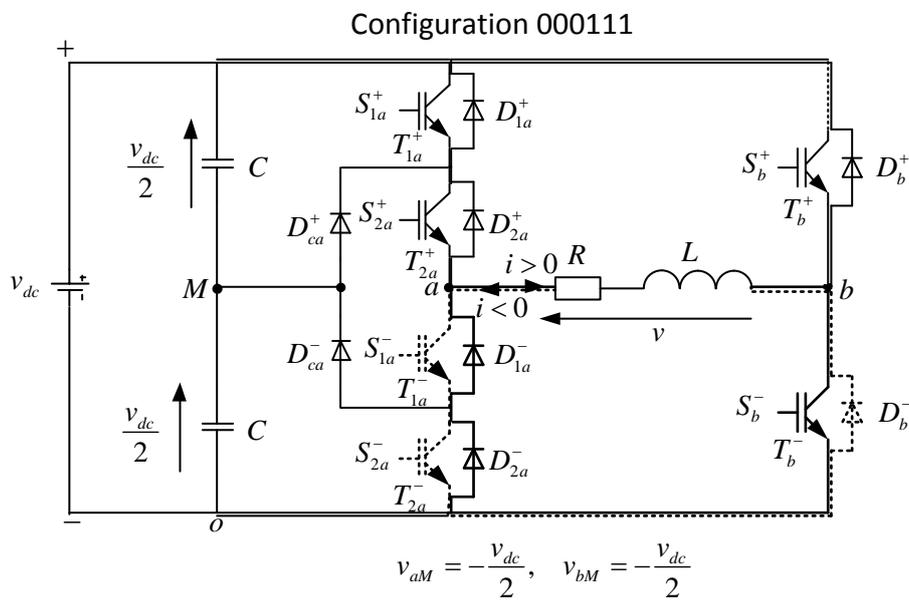
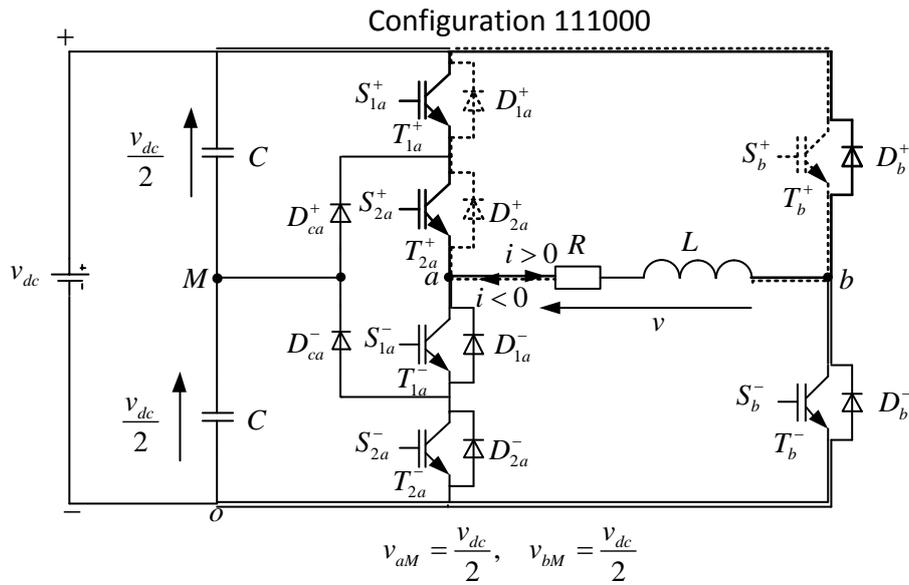
2°) Configurations possibles du convertisseur

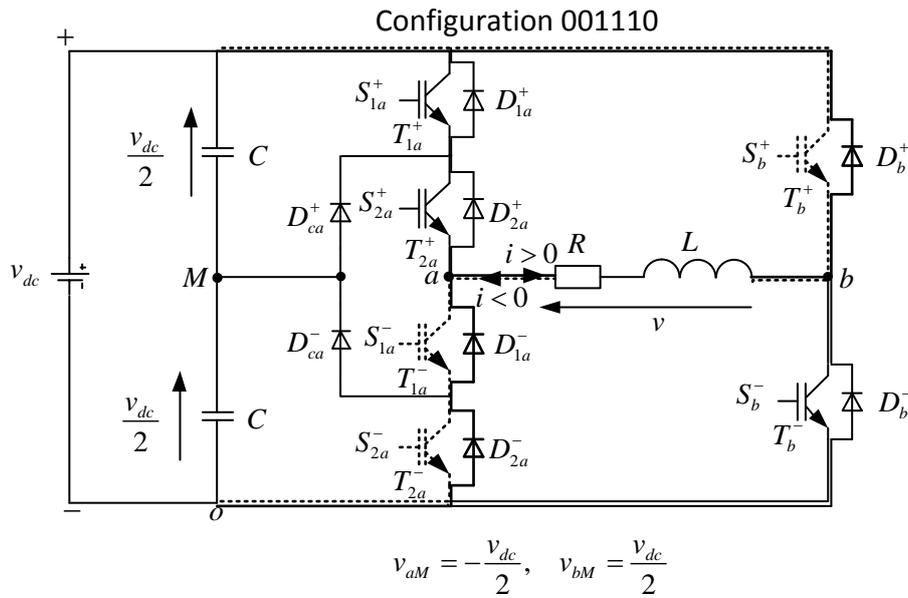
Configuration 110001



Configuration 010101







2°) Tensions aux bornes des transistors

S_{1a}^+	S_{2a}^+	S_b^+	$v_{T_{1a}^+}$	$v_{T_{2a}^+}$	$v_{T_b^+}$	$v_{T_{1a}^-}$	$v_{T_{2a}^-}$	$v_{T_b^-}$
0	0	0	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	v_{dc}	0	0	0
0	0	1	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	0	0	0	v_{dc}
0	1	0	$v_{dc}/2$	0	v_{dc}	0	$v_{dc}/2$	0
0	1	1	$v_{dc}/2$	0	0	0	$v_{dc}/2$	v_{dc}
1	1	0	0	0	v_{dc}	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	0
1	1	1	0	0	0	$v_{dc}/2$	$v_{dc}/2$	v_{dc}

3°) Courants traversant chaque transistor en fonction du courant de charge i

S_{1a}^+	S_{2a}^+	S_b^+	$i_{T_{1a}^+}$	$i_{T_{2a}^+}$	$i_{T_b^+}$	$i_{T_{1a}^-}$	$i_{T_{2a}^-}$	$i_{T_b^-}$
0	0	0	0	0	0	$-i$	$-i$	i
0	0	1	0	0	$-i$	$-i$	$-i$	0
0	1	0	0	i	0	$-i$	0	i
0	1	1	0	i	$-i$	$-i$	0	0
1	1	0	i	i	0	0	0	i
1	1	1	i	i	$-i$	0	0	0

4°) Expression de la tension de sortie v en fonction de $S_{1a}^+, S_{2a}^+, S_b^+$ et v_{dc}

Nous avons :

$$v_{aM} + v_{S_{1a}^+} + v_{S_{2a}^+} = \frac{v_{dc}}{2} \Rightarrow v_{aM} = \frac{v_{dc}}{2} - v_{S_{1a}^+} - v_{S_{2a}^+}$$

Avec :

$$v_{S_{1a}^+} = (1 - S_{1a}^+) \frac{v_{dc}}{2}$$

$$v_{S_{2a}^+} = (1 - S_{2a}^+) \frac{v_{dc}}{2}$$

Ce qui en résulte :

$$v_{aM} = \frac{v_{dc}}{2} - (1 - S_{1a}^+) \frac{v_{dc}}{2} - (1 - S_{2a}^+) \frac{v_{dc}}{2} = \frac{v_{dc}}{2} (1 - 1 + S_{1a}^+ - 1 + S_{2a}^+) = \frac{v_{dc}}{2} (S_{1a}^+ + S_{2a}^+ - 1)$$

D'un autre côté, nous avons :

$$v_{bM} + v_{S_b^+} = \frac{v_{dc}}{2} \Rightarrow v_{bM} = \frac{v_{dc}}{2} - v_{S_b^+}$$

Avec :

$$v_{S_b^+} = (1 - S_b^+) v_{dc}$$

Ce qui donne :

$$v_{bM} = \frac{v_{dc}}{2} - (1 - S_b^+) v_{dc} = \frac{v_{dc}}{2} (1 - 2 + 2S_b^+) = \frac{v_{dc}}{2} (2S_b^+ - 1)$$

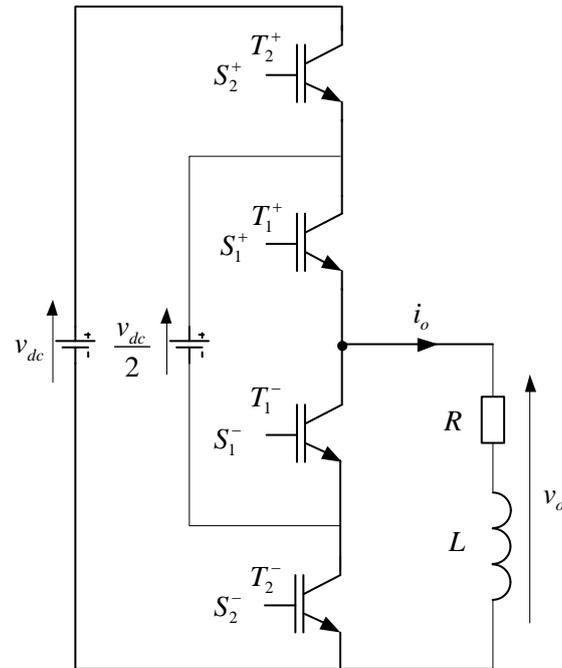
Sachant que : $v = v_{aM} - v_{bM}$, il vient :

$$v = \frac{v_{dc}}{2} (S_{1a}^+ + S_{2a}^+ - 1) - \frac{v_{dc}}{2} (2S_b^+ - 1) \Rightarrow v = \frac{v_{dc}}{2} (S_{1a}^+ + S_{2a}^+ - 1 - 2S_b^+ + 1) = v = \frac{v_{dc}}{2} (S_{1a}^+ + S_{2a}^+ - 2S_b^+)$$

Exercice 2

Soit le hacheur multicellulaire série à trois niveaux de la figure ci-dessous. Les transistors T_1^+ et T_2^+ , de même rapport cyclique D , sont commandés respectivement de façon complémentaire avec les transistors T_1^- et T_2^- sur une période de découpage T_s . On admet que la valeur de l'inductance L est assez importante pour lisser le courant de charge i_o .

- 1) Exprimer la tension de sortie v_o en fonction de v_{dc} , S_1^+ et S_2^+ ; où S_1^+ et S_2^+ sont respectivement les états logiques des transistors T_1^+ et T_2^+ .
- 2) Le transistor T_1^+ est commandé ($S_1^+ = 1$) sur l'intervalle $[0, DT_s]$, par contre la commande du transistor T_2^+ est décalée par rapport à celle de T_1^+ de $\frac{T_s}{2}$. Pour $D = 0.75$:
 - a) Tracer la forme de la tension de sortie v_o sur une période de découpage T_s .
 - b) Donner l'expression de la valeur moyenne de la tension v_o en fonction de v_{dc} et D .
 - c) Tracer sur une période T_s les formes des tensions aux bornes des transistors T_1^+ et T_2^+ ainsi que leurs courants.



Solution

1) Expression de la tension de sortie

Nous avons :

$$v_o = v_{T_1^-} + v_{T_2^-}$$

Avec :

$$v_{T_1^-} = (1 - S_1^-) \frac{V_{dc}}{2}$$

$$v_{T_2^-} = (1 - S_2^-) \frac{V_{dc}}{2}$$

Il en résulte donc :

$$v_o = (1 - S_1^-) \frac{V_{dc}}{2} + (1 - S_2^-) \frac{V_{dc}}{2} \text{ or } S_1^+ = 1 - S_1^- \text{ et } S_2^+ = 1 - S_2^- \text{ donc :}$$

$$v_o = S_1^+ \frac{V_{dc}}{2} + S_2^+ \frac{V_{dc}}{2} \Rightarrow v_o = (S_1^+ + S_2^+) \frac{V_{dc}}{2}$$

2) a- Tracé de la tension de sortie