Université de M'sila
Faculté de Technologie
Département de Génie-Electrique
Module : Théorie de réglage automatique
2 eme année Energie renouvelables et environnement
Chargés du TP: **A. ZORIG**

TP N°2

Analyse temporelle des systèmes linéaires continus de 1^{er} Ordre et second ordre.

I- Objectif

Le but de ce TP est d'étudier et identifier les régimes transitoires et permanents dans la réponse indicielle des systèmes linéaires continus mono variables de 1^{er} et 2^{eme} ordre. On étudiera les deux cas de commande en boucle ouverte et en boucle fermée.

II. RAPPEL THEORIQUE

II.1 Système du premier ordre

Un système du premier ordre est régit par une équation différentielle du premier ordre de la forme: $T.\dot{y}(t) + y(t) = k.x(t)$ où x(t) est l'entrée du système et y(t) sa sortie.

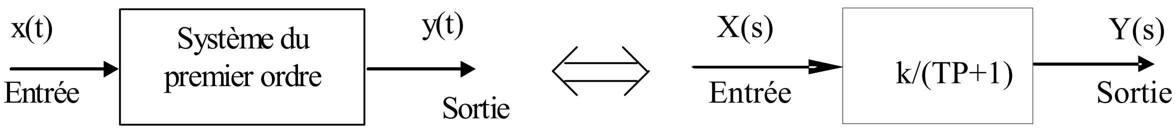


Figure 1.2. Schéma Bloc

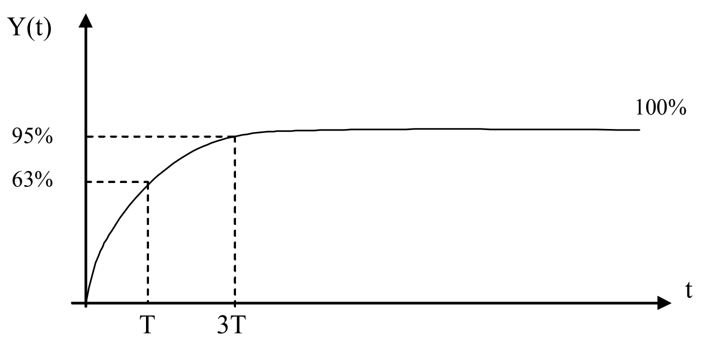


Figure 1.3 Réponse temporelle (indicielle)

Avec **K** : le gain statique (régime permanent)

T : est la constante de temps du système

Pratiquement, au lieu de considéré l'équation différentielle du système, on considèrera sa fonction de transfert qui est obtenue par la transformée de Laplace : $\frac{Y(p)}{X(p)} = G(p) = \frac{k}{T.p+1}$

La réponse à un échelon d'amplitude E d'un tel système sera donnée dans le domaine temporel par la solution : $y(t) = kE(1-e^{-\frac{t}{T}})$ Où la valeur finale du régime permanent est égale à k fois l'entrée. A t=T la réponse du système atteint 63% de sa valeur finale et 95% au bout de tr=3T ce dernier qu'on appelle temps de réponse à 5%.

1. SYSTEME DU SECOND ORDRE

L'équation normalisée d'un système du deuxième ordre est donnée par :

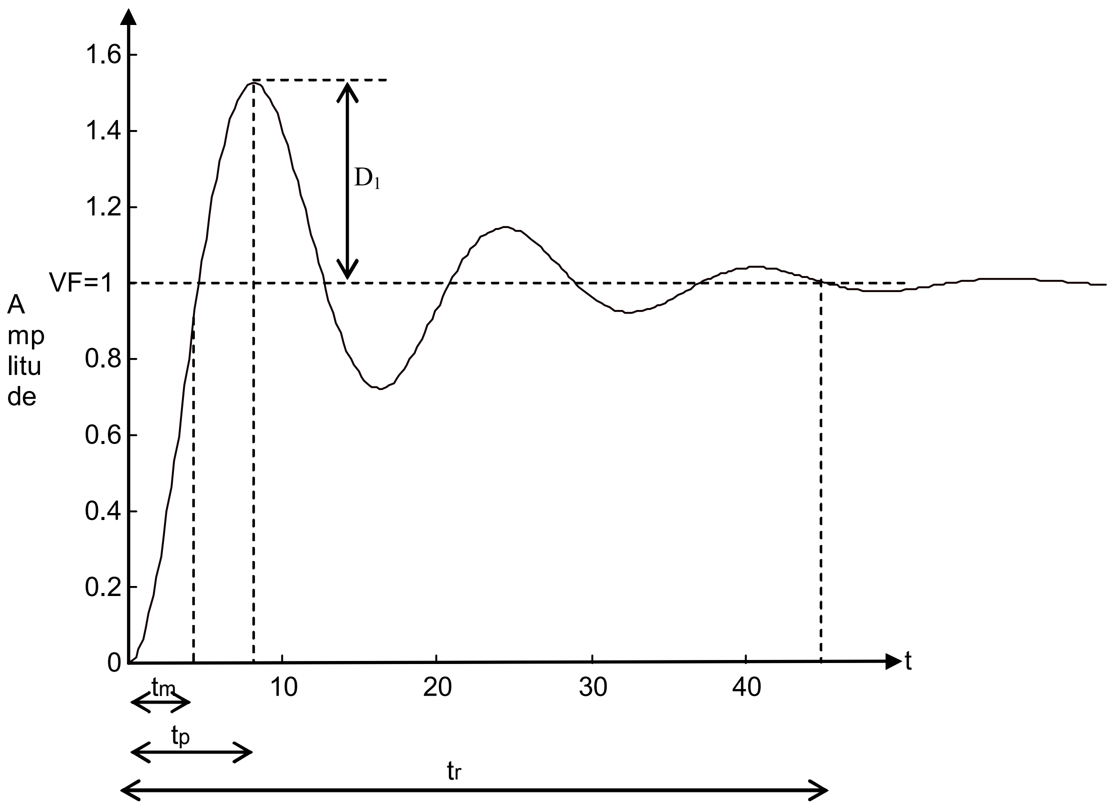
$$\frac{d^2y(t)}{dt} + 2\xi\omega_0 \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 y(t) = k\omega_0^2 x(t)$$

En transformant cette équation différentielle dans le domaine fréquentiel, on trouve :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Où : ω_0 est la pulsation naturelle du système non amortie, c'est la fréquence à laquelle le système oscille lorsque les frottements sont nuls. ξ : est le coefficient d'amortissement.

Lorsque la réponse du système est amortie, on ne peut pas voir expérimentalement la fréquence ou la pulsation naturelle. La fréquence qui peut être vue est la fréquence naturelle amortie donnée par :



$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$ qui est obtenue lorsque $|\xi| < 1$. Les racines du dénominateur sont données donc par :

$s_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$

Dans ce cas la réponse du système à un échelon unitaire avec k=1 est donnée par la relation :

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_0 t} \sin(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\, t + \phi) \qquad \text{Où } \phi = \cos^{-1}\xi.$$

Cette réponse est caractérisée par un certain nombre de paramètres :

t_m : Temps de montée, caractérise la durée de passage de la réponse de 0-100% (cas d'une réponse oscillatoire amortie).

VF : Valeur finale, c'est la valeur stationnaire de sortie obtenue pour $t \to \infty$.

D_1 : 1er Dépassement maximal.

t_p : Temps de pic, il est défini comme le temps nécessaire pour que la sortie atteigne son premier dépassement.

tr : Temps d'établissement, il est défini comme étant le temps nécessaire pour que la sortie demeure à l'intérieur d'une zone de tolérance autour de la valeur finale ($\pm 10\%, \pm 5\%, \pm 2\%$).

Travail Préparatif

- Pour le système de 1er ordre contrôlé en boucle fermée à retour unitaire avec un gain k sur la chaîne d'action :

  1- Donner la fonction de transfert du système en boucle fermée ;

  2- Exprimer la nouvelle constante de temps T', en fonction de T et k. En déduire le temps de réponse t'_r.

  3- Exprimer en fonction de k le gain statique k' et l'erreur statique $E'(\infty)$.

- Pour le système de second ordre placé dans une boucle de régulation à retour unitaire (commande en boucle fermée) :

  1- Donner la fonction de transfert du système en boucle fermée ;

  2- Mettre la fonction de transfert obtenue sous la forme standard ;

  3- Exprimer la nouvelle constante de temps T', en fonction de T et k. En déduire le temps de réponse du système t'_r(BF) ;

  4- Exprimer en fonction de k le gain statique k' et l'erreur statique $E'(\infty)$.

III. SIMULATION

1. CAS D'UN SYSTEME DU PREMIER ORDRE

a) Etude en boucle ouverte (B.O)

1) Réaliser le montage correspondant par SIMULINK

2) Appliquer à l'entrée du système un signal échelon

3) Tracer la réponse du système en boucle ouverte en complétant les tableaux 1 et 2 pour :

Tableau 1 : Première simulation : k=1

T	0,5	1	1 ,5
Temps de réponse à 5% près			

Tableau 2 : Deuxième simulation : T=1

k	1	3	10
Erreur statique $E(t_f)$			

b) Etude en boucle fermée (B.F)

Considérons maintenant le cas précèdent contrôlé en boucle fermée à retour unitaire.

Refaire les mêmes étapes citées dans (a) en complétant les tableaux ci-dessous pour :

- Première simulation : k=1

T	0.5	1	1,5
Constante du temps en BF, T'			
Temps de réponse à 5% près			

- Deuxième simulation : T=1

k	1	3	10
Le gain K'(en BF)			
Erreur statique E' (t_f)			

<u>Travail Demandé :</u>

4- Interpréter les réponses indicielles obtenues en boucle ouverte et en boucle fermée. En déduire l'intérêt de la commande en boucle fermée.

5- Discuter l'intérêt de l'action proportionnelle en statique et en dynamique.

2. CAS D'UN SYSTEME DE SECOND ORDRE

a) Etude en boucle ouverte :

Réaliser le schéma de simulation correspondant par **Simulink**

- **1er Cas :** On fixe ω_n à 1[rad/s] avec k=1

- Tracer la réponse indicielle du système pour : ξ =0 ; 0.1 ; 0.5 ; 0.7 ; 1 ; 1.5 ; 2.

- Relever la valeur maximale de chaque réponse puis compléter le tableau ci-dessous :

ξ	0	0.1	0.5	0.7	1	1.5	2
y_{max}							
D_1(%)							

- **2^{eme} Cas :** Prenant ω_n =1[rad/s], ξ =0.25 et k=1

  - Déterminer les temps caractéristiques du système : tp, tm et tr
  - Déterminer graphiquement la valeur de ω_d (pseudo-pulsation d'oscillation)

- **3^{eme} Cas :** On fixe k=1 et ξ =0.5

  Tracer la réponse indicielle pour : ω_n =1 ; 3 ; et 10[rad/s]

  Que remarquez-vous ?

b) Etude en boucle fermée :

- Réaliser le schéma de simulation par **Simulink** du système en boucle fermée à retour unitaire avec un gain k sur la chaîne d'action. On prend ω_n =1[rad/s], ξ =0.3
- Exciter le système par un échelon unitaire et observer la sortie en variant le gain k : k=1 ; 5 ; 10 ; 100
- Pour chaque réponse relever le dépassement (D_1%), le temps de pic (t_p) et l'erreur statique correspondante $E(t_f)$.

c) Cas d'un système de second ordre instable

Tracer la réponse indicielle pour les deux cas suivants:

- ξ = -0.1 ; w_0 =1 rd/sec
- ξ = -0.1 ; w_0 =10 rd/sec

Que peut-on conclure pour ce cas?

Travail demandé :

1- Quelles conclusions pouvez-vous en tirer en comparant les réponses indicielles obtenues en BO et en BF ?

2- Discuter l'intérêt de l'action proportionnelle en régimes statique et dynamique.

.2