Solutions des Exercices de la Série de travaux dirigés N° 2

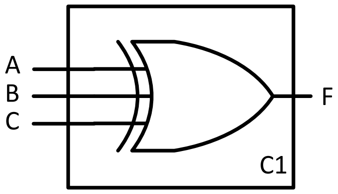
Exercice N° 1 :

1. Etablir la table de vérité de F ainsi que l'équation algébrique de F.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

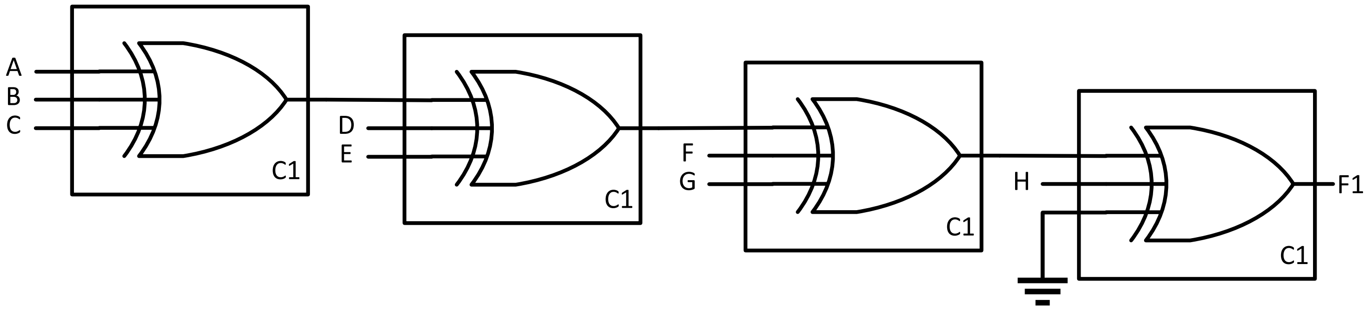
F=A⊕B⊕C

2. Donner le schéma du circuit C1 de la fonction F



3. En utilisant uniquement des circuits C1, réaliser le circuit de la fonction suivante :

$$F1 = A \oplus B \oplus C \oplus D \oplus E \oplus F \oplus G \oplus H$$



Exercice N° 2 :

a- Ecrire sous forme canonique disjonctive les fonctions suivantes :

1- $f = \overline{(x+y+\bar{z})(x+y)}$

$f = \overline{(x+y+\bar{z})} + \overline{(x+y)}$

$f = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}$

2- $f = \overline{(\bar{x}+y+\bar{z})(\bar{x}+\bar{y})x}$

$f = \overline{(\bar{x}+y+\bar{z})} + \overline{(\bar{x}+\bar{y})} + \bar{x}$

$f = x\bar{y}z + xy + \bar{x}$

b- Ecrire sous forme canonique conjonctive les fonctions suivantes :

1- $f = \overline{\bar{x}\bar{y}\bar{z} + xz\bar{t} + \bar{y}\bar{t}}$

$f = \overline{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\,.\,\overline{xz\bar{t}}\,.\,\overline{\bar{y}\bar{t}}$

$f = (x+y+z)\,.(\bar{x}+\bar{z}+t)\,.\,(y+t)$

2- $f = \overline{y\bar{x}+z}$

$f = \overline{y\bar{x}}\,.\,\bar{z}$

$f = (\bar{y}+x)\,.\,\bar{z}$

Exercice N° 3 :

Trouver les formes canoniques disjonctives et conjonctives des équations :

a- $f(x,y,z,t) = \bar{x}\,\bar{z} + xyzt$

$f = (\bar{x}+y)(\bar{x}+z)(\bar{x}+t)(\bar{z}+x)(\bar{z}+y)(\bar{z}+t)$

b- $f(x,y,z) = (x+\bar{y})(\bar{x}+y+z)$

$f = xy + xz + \bar{y}\bar{x} + \bar{y}z$

c- $f(x,y,z,t) = \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}zt$

$f = \bar{x}(\bar{x}+\bar{y})(\bar{x}+z)(y+\bar{x})(y+z) + x\bar{y}zt$

$f = (\bar{x}+\bar{y})(\bar{x}+z)(\bar{x}+t)(\bar{x}+\bar{y}+z)(\bar{x}+\bar{y}+t)(\bar{x}+z+\bar{y})(\bar{x}+z+t)(y+\bar{x}+z)(y+\bar{x}+t)(y+z+x)$
$(y+z+x)(y+z)(y+z+t)$

d- $f(x,y,z,t) = (\bar{x}+y+\bar{z}+t)(x+y+z+t)$

$f = \bar{x}y + \bar{x}z + \bar{x}t + yx + y + yz + yt + \bar{z}x + \bar{z}y + \bar{z}t + tx + ty + tz + t$

Exercice N° 4 :

1. $F1 = a + bc$

a	b	c	F1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

F1=$\bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$

a \ bc	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

$F1 = a + bc$

2. $F2 = ab + a\bar{b}c + abc$

a	b	c	F2
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$F2 = a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$

a \ bc	00	01	11	10
0				
1		1	1	1

$F2 = ab + ac$

3.$F3 = a\bar{b}\bar{c}d + ac\bar{d} + b\bar{c}d + \bar{a}bc\bar{d}$

a	b	c	d	F3
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

ab \ cd	00	01	11	10
00				
01		1		1
11		1		1
10		1		1

$F3 = a\bar{c}d + b\bar{c}d + ac\bar{d} + bc\bar{d}$

4. $F4 = a\bar{b} + a\bar{b}\bar{c}d + cd + b\bar{c}d + abcd$

a	b	c	d	F4
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

ab \ cd	00	01	11	10
00			1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1	1	1	1

$F4 = a\bar{b} + cd + bd$

Exercice N° 5 :

Donner les tables de vérité, puis simplifier en utilisant les tables de Karnaugh, les fonctions suivantes :

1- $f1 = (a+\bar{b}+c+\bar{d})(\bar{a}+b+\bar{c}+d)(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+\bar{d})$;

ab \ cd	00	01	11	10
00				
01		0		
11			0	
10				0

$f1 = (a+\bar{b}+c+\bar{d})(\bar{a}+b+\bar{c}+d)(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+\bar{d})$

2- $f2 = (x+\bar{y})(\bar{z}+t)(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})(x+y+z+t)$

xy \ zt	00	01	11	10
00	0			0
01	0	0	0	0
11			0	0
10				0

$f2 = (x+\bar{y})(\bar{z}+t)(\bar{y}+\bar{z})(x+t)$

Exercice N° 6 :

Simplifier en utilisant les tables de Karnaugh, les fonctions suivantes :

a- $f_1 = \Sigma\,(0,2,5,7,8,10,12,14)$; b- $f_2 = \{3,5,9,10,15\}$ états indifférents $\{1,7,8\}$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$f1 = a\bar{d} + \bar{b}\bar{d} + \bar{a}bd$

ab \ cd	00	01	11	10
00		X	1	
01		1	X	
11			1	
10	X	1		1

$f2 = a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{d} + bcd + \bar{a}d$

Exercice N° 7 :

Simplifier en utilisant les tables de Karnaugh, les fonctions suivantes :

a- $f_1 = \Sigma\,(1,3,9,13,26,27,30,31)$; b- $f_2 = \{6,7,9,10,12,14,18,22,24,29,31\}$ états indifférents $\{2,13,23,30\}$

a=0

bc \ de	00	01	11	10
00		1	1	
01				
11		1		
10		1		

a=1

bc \ de	00	01	11	10
00				
01				
11			1	1
10			1	1

$f1 = \bar{a}bd\bar{e} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}e + abd$

a=0

bc \ de	00	01	11	10
00				X
01			1	1
11	1	X		1
10		1		1

a=1

bc \ de	00	01	11	10
00				1
01			X	1
11		1	1	X
10	1			

$f2 = \bar{a}bc\bar{e} + \bar{a}b\bar{d}e + \bar{a}d\bar{e} + \bar{b}cd + \bar{b}d\bar{e} + acd + abce + ab\bar{c}\bar{d}\bar{e}$

Exercice N° 8 :

Simplifier la fonction f en utilisant la méthode de Quine – Mc-Clusky

$$f(a,b,c,d) = \sum(0,1,2,3,4,6,7,8,9,11,15)$$

- Simplification entre les groupes

	$abcd$	
0	0000	G0
1 2 4 8	0001 0010 0100 1000	G1
3 6 9	0011 0110 1001	G2
7 11	0111 1011	G3
15	1111	G4

	$abcd$	
0-1 0-2 0-4 0-8	000x 00x0 0x00 x000	G'1 : G0 et G1
1-3 1-9 2-3 2-6 4-6 4-5 8-9	00x1 x001 001x 0x10 01x0 010x 100x	G'2 : G1 et G2
3-7 3-11 6-7 9-11	0x11 x011 011x 10x1	G'3 : G2 et G3
7-15 11-15	x111 1x11	G'4 : G3 et G4

	$abcd$	
0-1, 2-3 0-1, 8-9 0-2, 1-3 0-2, 4-6 0-4, 2-6 0-8, 1-9	00xx x00x 00xx 0xx0 0xx0 x00x	G'1 et G'2
1-3, 9-11 1-9, 3-11 2-3, 6-7 2-6, 3-7	x0x1 x0x1 0x1x 0x1x	G'2 et G'3
3-7, 11-15 3-11, 7-15	xx11 xx11	G'3 et G'4

- Les impliquants premiers sont : $\bar{a}\bar{b}, \bar{b}\bar{c}, \bar{a}\bar{d}, \bar{b}d, \bar{a}c, cd$;
- Table de Mc-Cluskey : Les termes de la fonction sur les colonnes et les impliquants sur les lignes ;

	0	1	2	3	4	6	7	8	9	11	15
$\bar{a}\bar{b}$	X	X	X	X							
$\bar{b}\bar{c}$	X	X						X	X		
$\bar{a}\bar{d}$	X		X		X	X					
$\bar{b}d$		X		X					X	X	
$\bar{a}c$			X	X		X	X				
cd				X			X			X	X
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

- On choisit une combinaison d'impliquants qui couvrent la totalité des termes originaux, en commençant d'abord par les impliquants premiers essentiels : ce sont les impliquants qui figurent seuls dans une colonne. Dans l'exemple ce sont : $\bar{b}\bar{c}$,$\bar{a}\bar{d}$,cd. <u>Ces termes doivent figurer nécessairement dans la fonction finale.</u>

  $\bar{b}\bar{c}$ Couvre les termes (0,1,8,9)
  $\bar{a}\bar{d}$ Couvre les termes (0,2,4,6)
  cd Couvre les termes (3,7,15)
- Les termes couverts par les impliquants premiers essentiels sont marqués. On remarque que, à eux seuls, les impliquants premiers essentiels couvrent tous les termes originaux de la fonction f. La solution est donc :

$$f = \bar{a}\bar{d} + \bar{b}\bar{c} + cd$$

b- $F(a,b,c,d) = \sum(3,5,7,11,15)$ Etats indifférents {1,4,6,9,13}

- Simplification entre les groupes

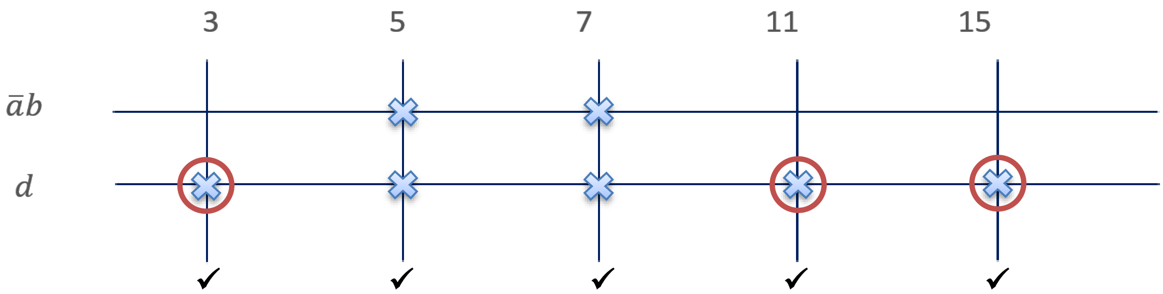
	$abcd$	
1	0001	G1
4	0100	
3	0011	G2
5	0101	
6	0110	
9	1001	
7	0111	G3
11	1011	
13	1101	
15	1111	G4

	$abcd$	
1-3	00x1	G'1=G1-G2
1-5	0x01	
1-9	x001	
4-5	010x	
4-6	01x0	
3-7	0x11	G'2=G2-G3
3-11	x011	
5-7	01x1	
5-13	x101	
6-7	011x	
9-11	10x1	
9-13	1x01	
7-15	x111	G'3=G3-G4
11-15	1x11	
13-15	11x1	

	$abcd$	
1-3*5-7	0xx1	G''1=G'1-G'2
1-3*9-11	x0x1	
1-5*3-7	0xx1	
1-5*9-13	xx01	
1-9*3-11	x0x1	
1-9*5-13	xx01	
4-5*6-7	01xx	
4-6*5-7	01xx	
3-7*11-15	xx11	G''2=G'2-G'3
3-11*7-15	xx11	
5-7*13-15	x1x1	
5-13*7-15	x1x1	
9-11*13-15	1xx1	
9-13*11-15	1xx1	

	$abcd$
1-3*5-7/9-11*13-15	xxx1
1-3*5-7/9-13*11-15	xxx1
1-3*9-11/5-7*13-15	xxx1
1-3*9-11/5-13*7-15	xxx1
1-5*3-7/9-11*13-15	xxx1
1-5*3-7/9-13*11-15	xxx1
1-5*9-13/3-7*11-15	xxx1
1-5*9-13/3-11*7-15	xxx1
1-9*3-11/5-7*13-15	xxx1
1-9*3-11/5-7*13-15	xxx1
1-9*5-13/3-7*11-15	xxx1
1-9*5-13/3-11*7-15	xxx1

- Impliquants premiers : $\bar{a}b$ et d
- Table de Mc-Cluskey : Les termes de la fonction sur les colonnes et les impliquants sur les lignes, les termes correspondants aux états indifférents ne doivent pas figurer ;



- Impliquant premier essentiel : d
- Tous les termes de la fonction sont couverts par l'impliquant premier essentiel d
- Représentation de la fonction simplifiée : $f = d$

<u>**Exercice N° 9 :**</u>

$Q1 = PLGE + PLG\bar{E} + PL\bar{G}E + P\bar{L}GE$
$Q2 = \bar{P}LGE + P\bar{L}\bar{G}\bar{E} + P\bar{L}\bar{G}E + PL\bar{G}\bar{E} + P\bar{L}G\bar{E}$
$R = \bar{P}\bar{L}\bar{G}\bar{E} + \bar{P}\bar{L}\bar{G}E + \bar{P}\bar{L}G\bar{E} + \bar{P}L\bar{G}\bar{E} + \bar{P}\bar{L}GE + \bar{P}L\bar{G}E + \bar{P}LG\bar{E}$

Q1

PL \ GE	00	01	11	10
00				
01				
11		1	1	1
10			1	

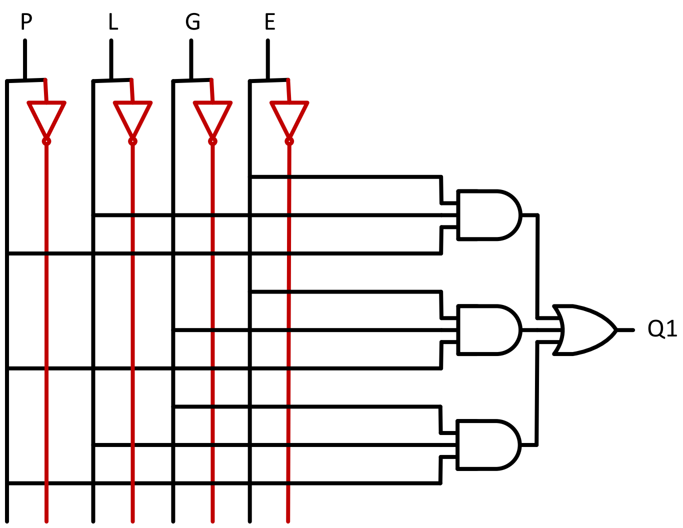
Q2

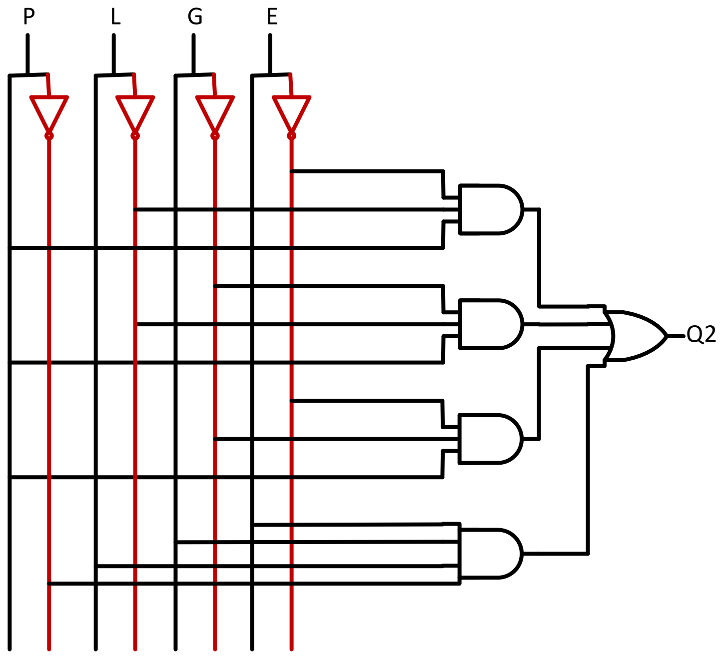
PL \ GE	00	01	11	10
00				
01			1	
11	1			
10	1	1		1

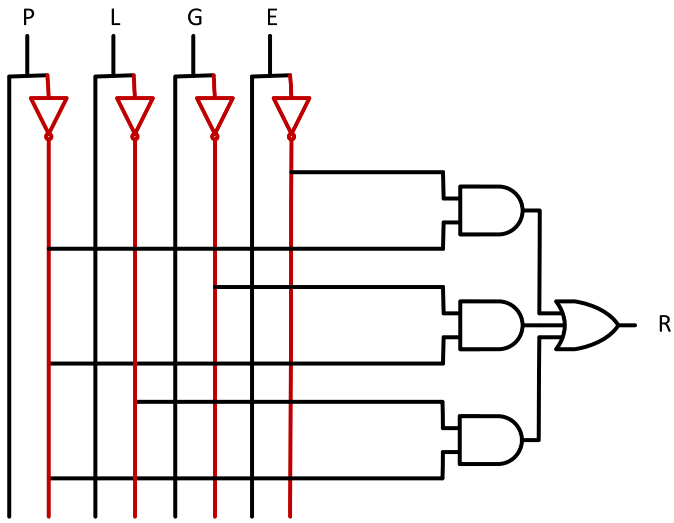
R

PL \ GE	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1		1
11				
10				

$Q1 = PLE + PLG + PGE$ $Q2 = \bar{P}LGE + P\bar{G}\bar{E} + P\bar{L}\bar{G} + P\bar{L}\bar{E}$ $R = \bar{P}\bar{L} + \bar{P}\bar{E} + \bar{P}\bar{G}$







Exercice N° 10 :

$$G = ABCD + \bar{A}BCD + A\bar{B}CD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D}$$
$$E = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D}$$
$$P = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

G

CD / AB	00	01	11	10
00				
01			1	
11		1	1	1
10			1	

E

CD / AB	00	01	11	10
00			1	
01		1		1
11	1			
10		1		1

P

CD / AB	00	01	11	10
00	1	1		1
01	1			
11				
10	1			

$$G = ABD + ABC + ACD + BCD$$
$$E = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D}$$
$$P = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{C}\bar{D}$$