

Solution de la série 03

Exercice 01

$T = cte \Rightarrow v \propto \frac{1}{P}$

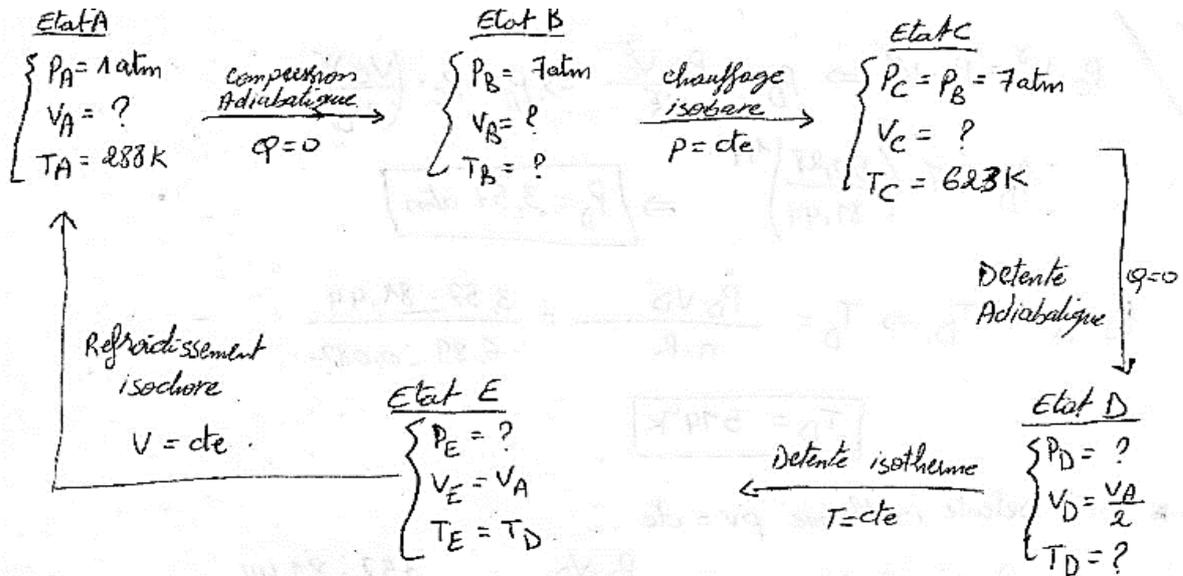
Detente isotherme chauffage isobare chauffage isochore Detente adiabatique

Compression isotherme Refroidissement isobare refroidissement isochore compression adiabatique

b)

Equation	$w=0$	$\Delta H = \mathcal{Q}_p$	$\Delta U = \mathcal{Q}_v$	$\Delta U = w$	$p \cdot v = cte$
Processus	Isochore	Isobare	isochore	Adiabatique	Isotherme.
Equation	$p \cdot v^\gamma = cte$	$\Delta U = 0$		$\Delta H = 0$	
Processus	Adiabatique reversible.	isotherme		Isotherme.	

Exercice 2 :



1) calcul des coordonnées P, V, T à la fin de chaque transformation

• la quantité de la matière : $n = \frac{m}{M} = \frac{200}{29g/mol} = 6,89 \text{ mol}$

• $P_A \cdot V_A = nRT_A \Rightarrow V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{6,89 \cdot 0,082 \cdot 283}{1} = \boxed{162,87 \text{ L} = V_A}$

→ AB: transformation adiabatique = $pV^\gamma = \text{cte}$.

$\Rightarrow P_A \cdot V_A^\gamma = P_B \cdot V_B^\gamma \Rightarrow V_B^\gamma = \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{P_B} \Rightarrow V_B = \sqrt[\gamma]{\frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{P_B}}$

$V_B = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_A = \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{1,4}} \cdot 162,87$

$V_B = \boxed{40,57 \text{ L}}$

$P_B \cdot V_B = nRT_B \Rightarrow T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{nR} = \frac{7 \cdot 40,57}{6,89 \cdot 0,082} \Rightarrow \boxed{T_B = 502,65 \text{ K}}$

→ BC: chauffage isobare $P = \text{cte} \Rightarrow \frac{V}{T} = \text{cte}$.

$\Rightarrow \frac{V_B}{T_B} = \frac{V_C}{T_C} \Rightarrow V_C = \frac{V_B \cdot T_C}{T_B} = \frac{40,57 \cdot 623}{502,65} \Rightarrow \boxed{V_C = 50,28 \text{ L}}$

→ CD Détente Adiabatique $pV^\gamma = \text{cte}$

$$P_C \cdot V_C^\gamma = P_D \cdot V_D^\gamma \Rightarrow P_D = \frac{P_C \cdot V_C^\gamma}{V_D^\gamma} \Rightarrow P_D = P_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma$$

$$P_D = 7 \cdot \left(\frac{50,28}{81,44}\right)^{1,4} \Rightarrow \boxed{P_D = 3,57 \text{ atm}}$$

$$P_D \cdot V_D = nRT_D \Rightarrow T_D = \frac{P_D \cdot V_D}{n \cdot R} = \frac{3,57 \cdot 81,44}{6,89 \cdot 0,082}$$

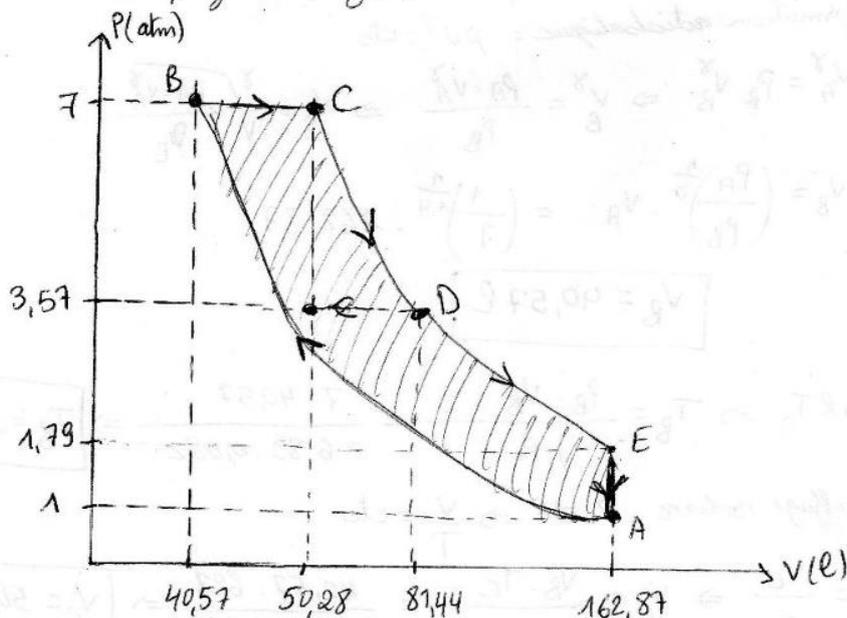
$$\boxed{T_D = 514^\circ\text{K}}$$

→ DE Détente isotherme $pV = \text{cte}$

$$P_D \cdot V_D = P_E \cdot V_E \Rightarrow P_E = \frac{P_D \cdot V_D}{V_E} = \frac{3,57 \cdot 81,44}{162,87}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_E = 1,79 \text{ atm}}$$

2) Diagramme de Clapeyron $P=f(V)$



3/ calcul du travail total w_{cycle} .

$$w_{\text{cycle}} = w_{AB} + w_{BC} + w_{CD} + w_{DE} + w_{EA} = 0$$

$$\bullet w_{AB} = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma - 1} = \frac{7 \cdot 40,57}{1,4 - 1} \Rightarrow w_{AB} = 302,8 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

$$\bullet w_{BC} = -P(V_C - V_B) = -7(50,28 - 40,57) = -67,97 \text{ l} \cdot \text{atm} = w_{BC}$$

$$\bullet w_{CD} = \frac{P_D V_D - P_C V_C}{\gamma - 1} = \frac{(3,57 \cdot 81,44) - (7 \cdot 50,28)}{1,4 - 1} \Rightarrow w_{CD} = -153,05 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

$$\bullet w_{DE} = -pV \ln \frac{V_E}{V_D} = -3,57 \cdot 81,44 \ln \frac{162,87}{81,44} \Rightarrow w_{DE} = -201,5 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

$$\bullet w_{EA} = 0 \Rightarrow w_{\text{cycle}} = -119,72 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

Exercice 3 :

1. On considère un gaz, que l'on peut assimiler à un gaz parfait occupant un volume de 8 L, à 27°C sous 1 atm.

a. Nous avons une transformation isotherme : $T_1 = T_2 = 27^\circ\text{C}$:

$$\text{De la loi des gaz parfait : } P_1V_1/RT_1 = P_2V_2/RT_2$$

$$P_1/P_2 = V_1/V_2 \text{ D'où } P_2 = P_1 V_1/V_2 = 1 \times 8/5$$

$$P_2 = 1,6 \text{ atm}$$

b. Calcul de Q et W :

$$dU = nC_V dT \text{ Or } T = \text{Cte} \Rightarrow dU = 0$$

$$dQ = -dW \Rightarrow Q = -W$$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W = -1 \times 8 \ln \frac{5}{8} = 376 \text{ Joule}$$

$$W = -Q = -376 \text{ Joule}$$

c. Calcul de l'énergie interne et d'enthalpie :

$$dU = nC_V dT$$

$$dH = nC_P dT$$

$$\Delta H = \Delta U = 0 \text{ Car } T = \text{Cte}$$

2. Le gaz est comprimé réversiblement et de manière adiabatique jusqu'à ce que volume soit 5 L ;

soit. Calcul de la pression finale :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 1 \left(\frac{8}{5} \right)^{1,4}$$

$$P_2 = 1,93 \text{ atm}$$

Température finale

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 300 \left(\frac{8}{5} \right)^{0,4}$$

$$T_2 = 362 \text{ } ^\circ\text{K}$$

b. Calcul du travail :

Transformation adiabatique : $Q = 0$

$$dU = dQ + dW = dW$$

$$dU = nC_V dT = dW$$

$$W = - \int_{T_1}^{T_2} nC_V dT = - nC_V(T_2 - T_1) = \frac{P_1 V_1}{RT_1} C_V (T_2 - T_1)$$

$$W = 421,47 \text{ Joule}$$

c. $W = \Delta U$

$$\Delta U = 421,47 \text{ Joule}$$

Exercice 05 :

1. Détente isotherme et réversible :

a) Température finale du gaz : $T_2 = T_1 = 298 \text{ K}$ transformation isotherme.

b) Variation de l'énergie interne du gaz pendant la détente isotherme :

$$\Delta U = 0 \text{ transformation isotherme}$$

c) Travail effectué par le gaz pendant la détente isotherme :

$$W_{rev} (1 \rightarrow 2) = - \int_1^2 P_{ext} dV = - \int_1^2 P_{gaz} dV = - \int_1^2 \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{rev} = - \int_1^2 P_1 dV = nRT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$W_{rev} = 8,31 \cdot 298 \ln 1/5$$

$$W_{rev} (1 \rightarrow 2) = -3985,6 \text{ J}$$

d) Quantité de chaleur Q mise en jeu pendant la détente isotherme : $\Delta U = Q + W$

$$Q = -W \text{ puisque } \Delta U = 0$$

$$Q (1 \rightarrow 2) = 3985,6 \text{ J}$$

e) Variation d'enthalpie du gaz pendant la détente isotherme : $H = U + PV \Rightarrow dH = dU + d(PV)$

$$\text{Or } d(PV) = 0 \text{ (détente isotherme)} \Rightarrow \Delta H = 0$$

2. Détente isotherme et irréversible

a) Température finale du gaz est : $T_2 = T_1 = 298 \text{ K}$ (transformation isotherme).

b) Variation de l'énergie interne du gaz pendant la détente isotherme irréversible :

$$\Delta U = 0 \text{ transformation isotherme.}$$

c) Travail effectué par le gaz pendant la détente isotherme irréversible:

$$W_{irrev} (1 \rightarrow 2) = - \int_1^2 P_{ext} dV = - \int_1^2 P_{gaz} dV = - \int_1^2 P_{final} dV$$

$$= -P_{final} \int_1^2 dV = -P_2 (V_2 - V_1)$$

$$W_{irrev} (1 \rightarrow 2) = -P_2 (RT/P_2 - RT/P_1)$$

$$W_{irrev} (1 \rightarrow 2) = -1981 \text{ J}$$

d) Quantité de chaleur Q mise en jeu pendant la détente isotherme irréversible : $\Delta U = Q + W$

$$Q = -W \text{ puisque } \Delta U = 0$$

$$Q = 1981 \text{ J}$$

e) Variation d'enthalpie du gaz pendant la détente isotherme irréversible : $\Delta H = 0$ (détente isotherme)

3. Détente adiabatique réversible

a) Température finale du gaz :

$$dU = C_V dT = \delta W + \delta Q \text{ car } \delta Q = 0$$

$$C_v dT = -PdV = -\frac{RT}{V} dV \quad \text{pour une mole}$$

$C_v dT = -(C_p - C_v) T dV/V$ car pour un gaz parfait $C_p - C_v = R$ et $\gamma = C_p/C_v$

$$dT/T = -((C_p - C_v)/C_v) dV/V = (1 - \gamma) dV/V$$

$$dT/T = (1 - \gamma) dV/V$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante} \quad (PV/R)V^{\gamma-1} = \text{constante}$$

$$PV^\gamma = R \text{ constante} \Rightarrow PV^\gamma = \text{constante.}$$

b) En remplaçant V par $\frac{RT}{P}$, dans l'expression PV^γ , nous obtenons :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$\text{Soit } T_2 = T_1 (P_1/P_2)^{1-\gamma/\gamma}$$

Pour le gaz monoatomique, nous avons : $C_v = 3R/2$ et $C_p = 5R/2 \Rightarrow \gamma = 5/3$

$$T_2 = T_1 (P_1/P_2)^{0.4} = 156,5K$$

c) La variation de l'énergie interne pour la détente adiabatique réversible est :

$$\Delta U = C_v (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = 3/2(156,5 - 298) \cdot 8,31 = -1764 \text{ J.mol}^{-1}$$

d) La quantité de chaleur pour la détente adiabatique réversible est : $Q = 0$

e) Le travail mis en jeu pendant pour la détente adiabatique réversible

est : $\Delta U = W$

$$W = -1764 \text{ J.mol}^{-1}$$

f) La variation d'enthalpie pour la détente adiabatique réversible est :

$$\Delta H = C_p (T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = -2940 \text{ J.mol}^{-1}$$

4. Détente adiabatique irréversible

a) Température finale du gaz:

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta W \Rightarrow C_v dT = -PdV$$

$$C_v (T_2 - T_1) = -P_2(V_2 - V_1) = -P_2 R (T_2/P_2 - T_1/P_1)$$

$$\Rightarrow T_2 = 203K \quad (T_{\text{irr}} > T_{\text{rev}})$$

b) La variation de l'énergie interne pour la détente adiabatique irréversible est : $\Delta U = C_v (T_2 - T_1)$

$$\Delta U = 3/2 \cdot 8,31 (203 - 298) = -1184 \text{ J.mol}^{-1}$$

c) La quantité de chaleur pour la détente adiabatique irréversible est : $Q = 0$

d) Travail mis en jeu pour la détente adiabatique réversible : $\Delta U = W + Q$, $Q = 0$

$$\Delta U = W \Rightarrow W = -1184 \text{ J.mol}^{-1}$$

e) La variation d'enthalpie pour la détente adiabatique réversible est : $\Delta H = C_p (T_2 - T_1)$

$$\Delta H = -1974 \text{ J.mol}^{-1}$$

CORRECTION DE L' EXERCICE 5 : Détermination de la capacité thermique d'un calorimètre:

1. • Le système froid S_1 : {l'eau froide}. La température va passer de $\theta_1 = 18^\circ\text{C}$, $m_1 = 250 \text{ g}$ à $\theta_e = ?$

Ce système S_1 va capter une quantité de chaleur $Q_1 > 0$.

Quantité de chaleur captée par l'eau froide: $Q_1 = m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1)$.

- Système 2 chaud S_2 : {eau chaude} $\theta_2 = 80^\circ\text{C}$; $m_2 = 300 \text{ g}$. Température finale : $\theta_e = ?$

Ce système S_2 va perdre une quantité de chaleur $Q_2 < 0$.

Quantité de chaleur cédée par l'eau chaude: $Q_2 = m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)$.

- Le système {eau + calorimètre} est isolé:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \text{ soit } m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\text{On tire } \theta_e : \theta_e = \frac{m_1 \cdot \theta_1 + m_2 \cdot \theta_2}{m_1 + m_2} \quad \text{A.N. : } \theta_e = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 18 + 300 \cdot 10^{-3} \cdot 80}{250 \cdot 10^{-3} + 300 \cdot 10^{-3}} = 51,8^\circ\text{C} \quad \boxed{\theta_e = 51,8^\circ\text{C}}$$

2. • Le système froid S_1 : {l'eau froide + calorimètre et ses accessoires}. $Q_1 > 0$.

Quantité de chaleur captée par l'eau froide et le calorimètre: $Q_1 = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1)$.

- Système 2 chaud S_2 : {eau chaude} $\theta_2 = 80^\circ\text{C}$; $m_2 = 300 \text{ g}$. Température finale : $\theta_e = 50^\circ\text{C}$

Ce système S_2 va perdre une quantité de chaleur $Q_2 < 0$.

Quantité de chaleur cédée par l'eau chaude: $Q_2 = m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)$.

- Le système {eau + calorimètre} est isolé: $Q_1 + Q_2 = 0$

$$(m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$C \cdot (\theta_e - \theta_1) = -m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) - m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0 \quad \text{On tire C :}$$

$$C = \frac{-m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) - m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)}{\theta_e - \theta_1} = \frac{m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)}{\theta_1 - \theta_e}$$

$$\text{A.N. : } C = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 \cdot (50 - 18) + 300 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 \cdot (50 - 80)}{18 - 50} = 130,8 \text{ J.K}^{-1} \quad \boxed{C = 130,8 \text{ J.K}^{-1}}$$

EX06

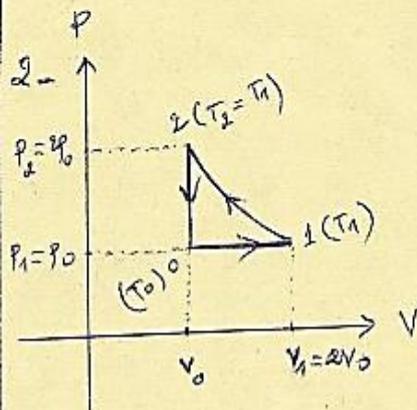
$$1a - \frac{V_0}{T_0} = \frac{2V_0}{T_1} \Rightarrow T_1 = 2T_0$$

$$\text{avec: } P_0 V_0 = RT_0 \Rightarrow T_0 = 336,8 \text{ K}$$

$$\text{donc: } T_1 = 2T_0 = 673,6 \text{ K}$$

$$1b - P_2 V_0 = RT_1 = 2P_0 V_0 \Rightarrow P_2 = 2P_0$$

$$\text{donc: } P_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



$$3 - W_1 = -P_0(V_1 - V_0) = -P_0 V_0 = -2800 \text{ J}$$

$$Q_1 = \Delta H_1 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_0 V_0 = 9800 \text{ J}$$

$$W_2 = - \int_{V_1}^{V_0} P dV = - \int_{2V_0}^{V_0} \frac{RT_1}{V} dV = -RT_1 \ln 2$$

$$\Rightarrow W_2 = RT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = 2P_0 V_0 \ln 2 = 3881,6 \text{ J}$$

$$Q_2 + W_2 = \Delta U_{12} = 0 \text{ car } T_1 = T_2 = T_1$$

$$Q_2 = -W_2 = -3881,6 \text{ J}$$

$$W_3 = 0 \text{ (} v = dt \text{)}$$

$$Q_3 = \Delta U_{20} = \frac{R}{\gamma - 1} (T_0 - T_1) = - \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

$$\Rightarrow Q_3 = -7000 \text{ J}$$

4 - On vérifie facilement que

$$\Delta U = \Delta U_{01} + \Delta U_{12} + \Delta U_{20} = 0$$

$$\text{et } \Delta H = \Delta H_{01} + \Delta H_{12} + \Delta H_{20} = 0$$