

## TP N°4 : Appareil pour la déterminer la hauteur métacentrique

Responsable : M<sup>me</sup> Benkherbache S

I. But de l'expérience : La détermination de la hauteur métacentrique

II. Description de l'appareil

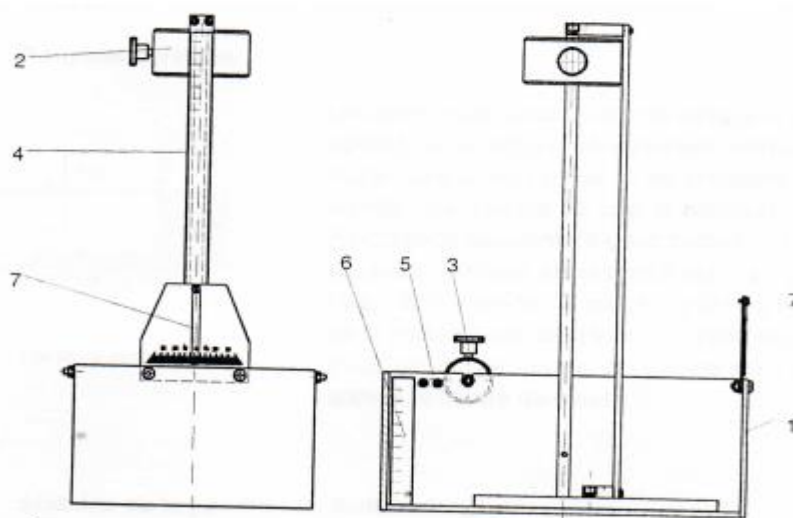


Fig 1. Vue Latérale et avant de l'appareil Métacentrique

L'appareil est constitué essentiellement d'un ponton(1) et une cuve d'eau qui sert de récipient de flottaison. Le ponton rectangulaire présente un poids mobile vertical(2) qui permet de régler la hauteur du centre de gravité et d'un poids mobile horizontal(3) qui permet de générer un couple de gite défini. Les poids peuvent être fixés à l'aide de vis moletées.

La position (4,5) des poids ainsi que le tirant d'eau (6) du ponton peuvent être lu sur les graduations. Un indicateur de gite gradué (7) est également disponible.

### III. Rappels théoriques

#### • la poussée verticale :

Un corps flotte dans un liquide lorsque la poussée verticale du corps entièrement immergé est supérieure à son poids. Il ne plongera dans le liquide jusqu'à ce que la poussée verticale  $F_A$  coïncide exactement avec son poids propre  $F_G$ . La poussée verticale correspond alors au poids de l'eau repoussé par le corps. Le centre de gravité de la masse d'eau déplacée s'appelle le centre de poussée A. le centre de gravité du corps est appelé le centre de masse S.

#### • Stabilité de la position de flottaison

Lorsque le corps flotte de manière stable, la poussée verticale  $F_A$  et le poids propre  $F_G$  présentent la même ligne d'action et la même grandeur opposée (Fig.2). Pour obtenir une

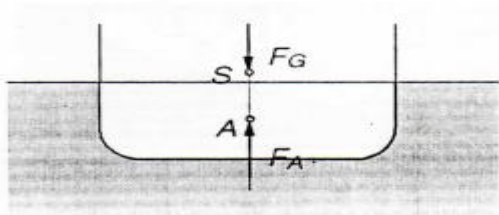


Fig 2. Poussée verticale

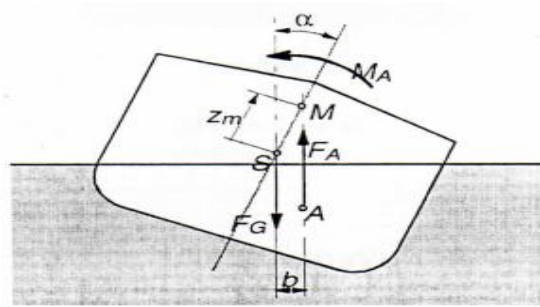


Fig 3. Métacentre et hauteur métacentrique

Position stable, il n'est pas indispensable que le centre de masse S se situe au-dessous du centre de poussée A. En revanche, en cas de déviation ou de gîte  $\alpha$ , il est important d'avoir un couple de rappel stabilisant (Fig.3). Le poids propre  $F_G$  et poussée verticale  $F_A$  forment alors une paire de forces d'écart  $b$  qui fournit un couple de redressement. Une mesure pour la stabilité, est fournit par cet écart, ou l'écart entre le centre de gravité et le point d'intersection de la ligne d'action de la poussée verticale et de l'axe de gravité. Ce point d'intersection est appelé **métacentre M** et l'écart entre le centre de gravité et le métacentre est appelé **hauteur métacentrique  $Z_m$** .

- **Le corps flotte de manière stable** lorsque la hauteur métacentrique  $Z_m$  est positive et le métacentre M se situe au-dessus du centre de gravité S ;  $Z_m > 0$  (Fig.4).
- **Le corps flotte de manière instable** lorsque la hauteur métacentrique  $Z_m$  est négative et le métacentre M se situe au-dessous du centre de gravité S  $Z_m < 0$ . (Fig.4).

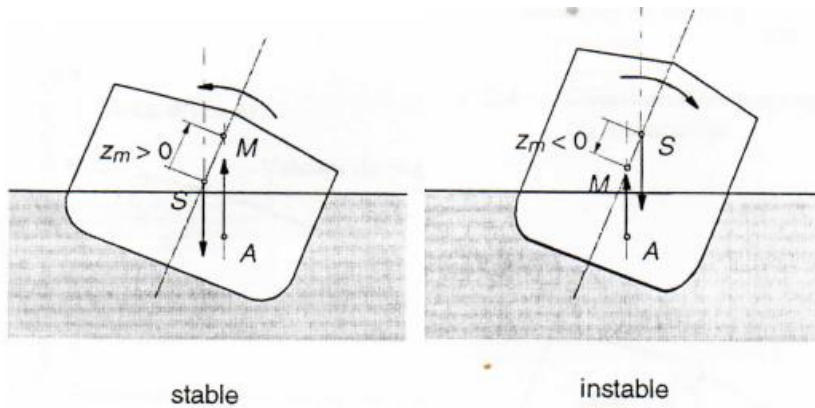


Fig .4 Métacentre et stabilité

• **Détermination de la position du métacentre**

La position du métacentre est indépendante de la position du centre de gravité. Elle dépend uniquement de la forme de la partie immergée du corps ainsi que du refoulement.

A l'aide d'un poids supplémentaire, on déplace d'abord latéralement le centre de gravité d'une valeur constante définie  $x_s$  pour forcer une gîte. Un déplacement vertical supplémentaire du centre de gravité modifie la gîte  $\alpha$ . Puis, on définit un gradient de stabilité, formé de la dérivation  $\frac{dx_s}{d\alpha}$ . Lorsque le centre de gravité vertical s'approche du

métacentre, le gradient de stabilité diminue. Au moment où le centre de gravité coïncide avec le métacentre, le gradient est nul et le système est métastable.

Pour résoudre ce problème, le plus simple est d'utiliser un graphique (fig.5). Le centre de gravité vertical est appliqué au-dessus du gradient de stabilité. On trace une courbe qui passe par les points de mesure et on la prolonge jusqu'à l'axe vertical  $\frac{dx_s}{d\alpha} = 0$ . Le d'intersection avec l'axe vertical indique la position du métacentre.

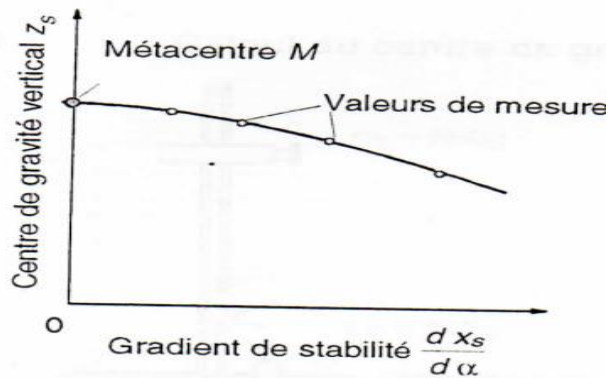


Fig. 5 Détermination graphique du métacentre

- **Calcul du centre de gravité**

A partir d'une position réglée des poids mobiles, on déterminera d'abord la position du centre de gravité total  $x_s z_s$ .

La position horizontale se rapporte à la ligne médiane.

$$x_s = \frac{m_h x}{m + m_v + m_h} = 0.055 x$$

La position verticale se réfère à la partie inférieure du corps flottant.

$$z_s = \frac{m_v z + (m + m_h) z_{cg}}{m + m_v + m_h} = 5.364 + 0.156 z$$

Le gradient de stabilité  $\frac{dx_s}{d\alpha} = \frac{x_s}{\alpha}$

#### IV. Réalisation de l'expérience

- Régler le poids mobile horizontal à une position  $x=4\text{cm}$ .
- Régler le poids vertical en position inférieur.
- Remplissez la cuve d'eau et mettez- y le corps.
- Remontez progressivement le poids mobile vertical et lisez l'angle sur l'indicateur de gîte.
- Lisez la hauteur du poids mobile sur le bord supérieur du poids et inscrivez le avec l'angle dans le tableau.
- Répéter l'opération pour une position  $x=8\text{cm}$

	Position du poids horizontal $x=4\text{cm}$ Position du centre de gravité $x_s=.....$				
Hauteur du poids vertical	3cm	6cm	9cm	12cm	15cm
Angle $\alpha$					
Position du centre de gravité $z_s$					
Gradient de stabilité $\frac{dx_s}{d\alpha}$					

	Position du poids horizontal $x=8\text{cm}$ Position du centre de gravité $x_s=.....$				
Hauteur du poids vertical	3cm	6cm	9cm	12cm	15cm
Angle $\alpha$					
Position du centre de gravité $z_s$					
Gradient de stabilité $\frac{dx_s}{d\alpha}$					

## V. Travail demandé

1. Calculer la position du centre de gravité  $x_s$  et le gradient de stabilité  $\frac{dx_s}{d\alpha}$  avec les formules indiquée dans la théorie.
2. Tracer les graphes de  $z_s$  en fonction de  $\frac{dx_s}{d\alpha}$  pour les deux positions horizontales  $x=4\text{cm}$  et  $x=8\text{cm}$ .
3. Déterminer graphiquement les positions de la hauteur métacentrique.
4. Donner la condition de stabilité des corps flottants.