المحور الأول نماذج تطبيقية من فلسفة العلوم الطبيعية والصورية

المحاضرة رقم: 1

الرياضيات الكلاسيكية

تعرف الرياضيات في منظومتها الكلاسيكية بأنها العلم الذي يدرس المقادير المجردة القابلة للقياس. والمقدار أو الكم نوعين: الكم المتصل الذي يشكل موضوع الفرع الأول من العلم الرياضي وهو الهندسة، يختص بدراسة ة الأطوال والمحيطات ومختلف الأشكال الهندسية، (كالمثلثات، والمربعات، والمستطيلات، والدوائر). الكم المنفصل الذي يشكل موضوع الفرع الثاني من العلم الرياضي وهو علم الحساب.

ويلاحظ بعض الدارسين أن للكم المتصل علاقة بالمكان باعتباره الوسط الذي يدرس فيه الرياضي موضوعاته وأشكاله الهندسية. وأن للكم المنفصل علاقة بالزمان باعتباره المجال المناسب للعد والحساب، حيث يعتبر الانتقال من وحدة حسابية إلى أخرى كالانتقال من وحدة زمنية إلى أخرى.

ومن الناحية التاريخية تعد الرياضيات من أعرق العلوم التي عرفها الفكر الإنساني، إذ تضرب بجذورها إلى حضارات الشرق القديم، أين كانت شديدة الاتصال بالواقع العملي والممارسة اليومية، كالحاجة للقيام بالحسابات في الأعمال التجارية، ولقياس المقادير، كالأطوال و المساحات، ومسح الأراضي، ولتوقع الاحداث الفلكية وغيرها من الاهتمامات الواقعية. لكنها عرفت تطور نوعيا ـ قد يصل حد القطيعة ـ مع الفلاسفة اليونان، فإذ اكان فيثاغورس وأتباعه ـ بحسب أرسطو ـ أول من افترض أن مبادئ الرياضة هي مبدأ كل شيء، فإنهم أيضا أول من وضع الحجر الأساس وأرسى دعائم هذا العلم في صورته النظرية أو ما بات يعرف بالرياضيات البحتة. ولم ينقطع منذ تلك الفترة اهتمام الفلاسفة

اليونان بالرياضيات اهتماما بوأها مكانة الصدارة في علوهم حتى أن أفلاطون ـ وبالرغم من أنه لم يكن رياضيا ـ جعلها شرطا أساسيا لتعلم الفلسفة. وكذلك حال اهتمام أرسطو.

وتبلغ الرياضيات اليونانية وتحديدا الهندسة قمة مجدها وتترسخ كعلم قائم بذاته مع الرياضي إقليدس الذي دفع بهذا العلم نحو حدوده القصوى في تلك الفترة بل ولقرون مديدة، حتى ساد الاعتقاد أن الرياضيات الإقليدية هي أنموذج المعقولية واليقين، وأنها أرقى ما وصل إليه العقل الإنساني، وكل هذا أكسبها هالة من القداسة، جعلت البعض في العصور الوسطى(الغربية) يروون فيها برهانا على الاعجاز الإلهي وأنها تعكس الأسلوب الإلهي في خلق الكون، ويلزم عن هذا أن أي تشكيك فيها يكون كفرا وإلحادا ومروقا عن الدين1. فما المقصود بالهندسة الإقليدية؟ وماهي المبادئ التي أرسى عليها إقليدس نسقه الرياضي؟

أولا: الهندسة الاقليدية

ترتبط الرياضيات الكلاسيكية في تأسيسها ونشأتها أشط ارتباط بالرياضي والفيلسوف اليوناني إقليدس، فهو صاحب أوّل نسق استنباطي هندسي(ظهر حوالى القرن الثالث قبل الميلاد) تضمنه كتابه الأصول (العناصر)، الذي ظل لردح من الزمن مرجعا أساسيا لعلماء الرياضة ومرجعا أساسيا في الهندسة. ولقد حدد إقليدس في كتابه هذا مجموعة من المبادئ تشكل ما يعرف في تاريخ الرياضيات بالنسق الإقليدي، وهي مبادئ ولئن كانت تختلف في طبيعتها فإنها تتفق في وظيفتها، إذ يستخدمها الرياضي في حل قضاياه الرياضية المختلفة. وهذه المبادئ هي:

1- البديهيات (Axioms)

البديهية هي قضية أولية صادقة وواضحة بذاتها يؤمن بها العقل من دون برهان فهي أبسط القضايا. وتتميز بانها كلية وعامة. وقد حدد إقليدس خمس بديهيات هي:

_1

أ الأشياء المساوية لشيء واحد متساوية فيما بينها(.علاقة التعدي.)

ب إذا أضفت كميات متساوية إلى أخرى متساوية تكون- النتائج متساوية(علاقة الجمع والتساوي.)

ج إذا طرحت كميات متساوية من أخرى متساوية تكون- البواقي متساوية(علاقة الجمع والتساوي.)

د الأشياء المتطابقة متساوية- .

ه الكل أكبر من جزئه.

2- المصادرات (Postulales)

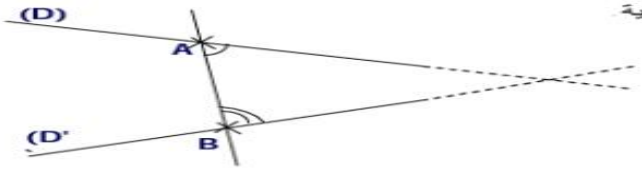
وهي قضايا غير واضحة بذاتها، يضعها الرياضي ويسلم بصدقها ليقيم عليها البرهان، فهي عبارة عن مواضعة مفترضة ليس إلا، وكل محلولة للبرهنة عليها ستؤدي إلى الوقوع في التناقض. والمصادرات عند إقليدس هي مصادرات عقلية محضة يقوم العقل بفرضها كونها حالات ممكنة وليست ضرورية، وهي بهذا خاصة وليست عامة كالبديهيات. ومن بين المسلمات التي وضعها إقليدس نذكر:

- يمكننا مد أي قطعة مستقيمة من كلا طرفيها إلى مالا نهاية
- يمكننا رسم أي دائرة إذا علمنا مركزها ونصف قطرها

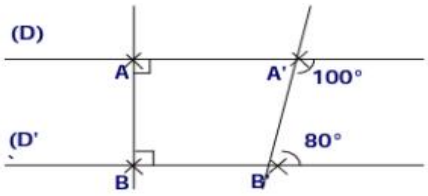
مسلمة التوازي، تعرف كذلك بالمسلمة الخامسة، ونصها الأصلي: إذا قطع مستقيمان مستقيماً ثالثاً وكانت زاويتا تقاطع المستقيمين الداخليتين مع المستقيم الثالث حادتين في إحدى جهتيه، فإن المستقيمين المفترضين يتقاطعان في هذه الجهة. وفي صيغة أخرى: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مواز واحد له، وهي الصياغة المكافئة التي وضعها الإنجليزي: جون بلا يفر (John Playfair). في القرن الثامن عشر(ص320 رنيه تاتون)

فإذا كان لدينا مستقيمان (D) و (D')، فإن المستقيم الذي يقطع هذين المستقيمين (AB) يكوّن زوايا مائلة من نفس الجهة. ومجموع هذه الزوايا هو $180°$ ومنه:

- (D) و (D') متقاطعان.
- (D) و (D') يتجهان نحو نقطة تقع في نصف المستوى المحدد بـ (AB) ويحتوي الزوايا الداخلية.



فإذا كان مجموع الزوايا يساوي زاويتين قائمتين، فإن المستقيمين لن يكونا متقاطعين، بل متوازيان



3- التعاريف(Definitions)

التعريف هو القول الشارح، ومن شروطه الأساسية أن يكون أوضح من المعرف. والتعريفات الرياضية هي ما يوضح جملة من الحدود التي لابد من الأخذ بها لتوضيح حقيقة الكائنات الرياضية، وتتميز بكونها أوّلية أي غير معرفة لأننا لا نستطيع أن نمضي في تعريف المعرف إلى ما لانهاية، فنحن لا نستطيع تعريف النقطة ولكن نسلم بها من أجل تعريف المستقيم. ومن أمثلتها عند إقليدس:

- المستقيم مجموعة من النقاط غير المنتهية تكون على استقامة واحدة،
- النقطة ما ليس له أبعاد.
- السطح هو ماله طول وعرض فقط
- مركز الدائرة هو النقطة في منتصف الدائرة السابق ذكرها.

وانطلاقا من هذه المبادئ برهن إقليدس على العديد من المسائل والقضايا الرياضية، ومن ذلك أن مجموع زوايا المثلث يساوي مجموع زوايتين قائمتين(180درجة)، واستطاع كذلك بناء العلم الرياضي بناء استنتاجيا مخلص إيّاه من القواعد العملية، وبذلك ساهم في

إرساء صورانية للرياضيات. وتقوم الهندسة الإقليدية على المكان الذي يقدمه الحدس الحس وهو سطح مستو ثلاثي الأبعاد(طول، عرض، ارتفاع) يمتد إلى ما لانهاية، ودرجة انحائه معدومة أي تساوي الصفر. والحقيقة الرياضية عامة والهندسية خاصة، يقينية ومطلقة كونها تقوم على مبدأ الوضوح الذاتي لمبادئها وكذا المطابقة الخارجية للواقع، وهذا ما جعل كانط يقر بأنها الوحيدة الممكنة للإنسان لأن قضاياها ضرورية، ومن ثم لا يمكن أن تقوم هندسة أخرى غير هذه الهندسة.