المحور الأول نماذج تطبيقية من فلسفة العلوم الطبيعية والصورية

المحاضرة رقم: 2

الرياضيات المعاصرة

أبرز انتقاد طال النسق الهندسي الإقليدي يتعلق بالمسلمة الخامسة وقد رأى البعض من علماء الرياضيات أن هذه المسلمة تختلف في شكلها وبنائها عن باقي المسلمات الأخرى وأن إقليدس قد احتاج للكثير من الكلمات لوصف هذه المسلمة بينما ما كان يميز باقي المسلمات الأخرى هي أنها قصيرة وواضحة. كما أثار العديد من علماء الرياضيات كأرخميدس وبطليموس ومن بعدهم ثابت بن قرة و الطوسي شكوكا حول طبيعة هذه المسلمة: هل هي مسلمة أم هي نظرية ينبغي برهانها بدلالة المسلمات الاخرى.وحاولوا البرهنة عليها، لكن محاولات هؤلاء قد باءت بالفشل، وكان عالم الرياضيات الألماني جاوس هو أول من أدرك ان هذه الفرضية لا يمكن اثباتها بدلالة المسلمات الاخرى بل ينبغي فرضها فرضا. ومن الممكن فرض فرضيات مخالفة للمسلمة الخامسة لنحصل في كل مرة على هندسة جديدة تتناسب مع المسلمة التي تم فرضها. وهكذا كان الطرح هو النواة الأولى لميلاد الهندسات اللااقليدية.

يرجع ظهور الهندسة اللا اقليدية إلى عام ١٧٣٣ لما نشر" الأب ساكيري (1667 ـ1733) كتابه "اقليدس دون خطأ"، وعرض فيه التطور التاريخي للهندسات اللاإقليدية، فصنفه إلى ما قبل تاريخ الهندسات اللاإقليدية، وتاريخ الهندسات اللاإقليدية.

وفي سياق محاولة برهنته على ما سماها مسلمة التوازي لقد توصل ساكيري إلى استقلالية المصادرة الخامسة عن المصادرات الأخرى معتمدا التحليل التالي: في سطح مستوي، إذا كانت لدينا نقطتان A و B، تكوّن نصف مستقيم (AD) وآخر (BC) عموديين

على (AB) في نفس نصف مستوي، حيثAD =BC . في هندسة إقليدس، يمكن أن نبرهن أن الزاويتين C و Dفي الرباعي (ABCD) متساويتان، لكن البديهية الخامسة فقط لإقليدس هي التي تسمح فقط بالقول إنها زوايا قائمة. ماذا يحدث إذا تمّ رفض هذه المسلمة؟ يجيب ساكيري: إن السؤال المطروح هل مجموع زوايا C و D مساوية أو أكبر أو أصغر من الزاوية المستقيمة ومن تم وضع ثلاث فرضيات:

- **فرضية الزاوية الحادية**

تساوي الزاويتان أقل من زاوية قائمة. وحاصل جمعهما أقل من زاوية مستقيمة، أي:

$C=D < 90$

$C + D <180$

- **فرضية الزاوية القائمة**

تساوي الزاويتان يساوي زاوية قائمة . وحاصل جمعهما يساوي زاوية مستقيمة، أي:

$C = D = 90$

$C + D = 180$

- **فرضية الزاوية المنفرجة**

تساوي زاويتان أكبر من زاوية قائمة. وحاصل جمعهما يساوي زاوية أكبر من زاوية مستقيمة ، أي:

$C = D > 90$

$C + D >180$

وقرر ساكيري إلى أن الفرضية الثانية هي صحيحة على أساس أن المسلمة الخامسة لإقليدس متحققة، أما الفرضية الثالثة فقد برهن ساكيري عليها، بأن المستقيمان متقاطعان وغير متعامدان لذلك أستبعد فرضية الزاوية المنفرجة.أما فرضية الزاوية الحادة فهي خاطئة تُحطم ذاتها بذاتها لأنها رفضت طبيعة المستقيم ومنه فمصادرة التوازي لإقليدس هي

الصحيحة. وبالرغم من عجز ساكيري عن البرهنة على الفرضية الأولى إلا أن ما يحسب له أنه طور النظرية الخاصة بالزوايا الحادة والمنفرجة، وكانت دراسته بداية لبناء صرح الهندسات اللاإقليدية. فما المقصود الهندسات اللا إقليدية؟ ومن هم أبرز ممثليها؟

الهندسات اللاإقليدية (géométries non euclidiennes) مصطلح يطلق حاليا على كل هندسة خالفت هندسة إقليدس في مبادئها. ولقد عرفها هانز ريشنباخ في كتابه نشأة الفلسفة العلمية « كل الأنظمة الهندسية التي تختلف عن النظام الهندسي الإقليدي هي عبارة عن هندسة لاإقليدية، وهي من وضع الرياضي غوس»[1]، فهذا الأخير (جاوس) أول من تحقق من وجود هندسة لا اقليدية دون الوقوع في تناقض ، وتأكد من استحالة البرهنة على مسلمة إقليدس. ووفقا لذلك أعلن عن وجود مبادئ هندسة جديدة مؤسسة على فرضية وجود لا تناهي من المتوازيات تلتقي بمستقيم من خلال نقطة خارجية. لقد كان موقف جاوس جريء وعميق ، لكنه لم ينشر حول هذه المبادئ أي بحث، الأمر الذي سيتلافاه كل من لوباتشفيكي وريمان في هندستيهما.

[1]- هانز رايشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة فؤاد زكرياء، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، ط2، 1979 ص123