UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF – M'SILA

PHYSIQUE 2

ELECTRICITE ET MAGNETISME

Rappel de cours

1ère Année Licence LMD

Domaine ST et SM

Dr. BENHAMIDA Mohamed

Année universitaire 2015/2016

Avant-propos

Ce cours de physique 2 (électricité et magnétisme) a été rédigé à l'intention des étudiants qui préparent, une licence dans les domaines des Sciences de la Matière et des Sciences et Technologies. Il est conforme au programme officiel.

Il est enseigné en un semestre, à raison de trois heures de cours par semaine est complété par une heure et demi de travaux dirigés et une heure et demi de travaux pratiques. Le contenu du programme proposé par la tutelle est relativement vaste, pour être traité en un seul semestre, l'enseignant doit alors se limiter dans les développements importants et c'est à l'étudiant de fournir un effort supplémentaire pour prendre en charge ces développements.

Ce cours est essentiel pour l'étudiant en technologie. Le cours se divise en quatre parties : rappels mathématiques ; électrostatique ; circuits électriques ; magnétostatique. Dans la première partie, l'étudiant apprend à manipuler les outils mathématiques pour caractériser au mieux les champs physiques et géophysiques que l'on est amené à décrire : définition de nouveaux opérateurs scalaires et vectoriels destinés à simplifier l'analyse du problème physique considéré. Dans la deuxième partie, on étudie les forces électriques, les champs électriques et le potentiel électrique dans des situations électrostatiques. Dans la troisième partie, on analyse le déplacement des charges électriques dans les circuits composés de condensateurs, de résistances et de sources de tension. Finalement, dans la quatrième partie, on examine les sources du champ magnétique et le comportement des charges électriques en présence d'un champ magnétique.

Au terme de ce cours, l'étudiant aura acquis les connaissances élémentaires en matière d'électricité et de magnétisme de façon à pouvoir analyser et interpréter les phénomènes connexes qui y sont reliés.

La liste des ouvrages consultés lors de l'élaboration de ce cours et qui figure à la fin du manuscrit, dans la rubrique 'Références bibliographique', est loin d'être exhaustive. Elle correspond à un choix que j'ai fait. La liste des sites consultées serait trop longue à écrire, nous en mentionnerons dans la rubrique 'Sites consultés', seulement les sites que j'ai consulté récemment.

Enfin, j'espère avoir ainsi modestement contribué à apporter un plus, en ce module de base, accessible aux étudiants de première année de Licence.

BENHAMIDA Mohamed.

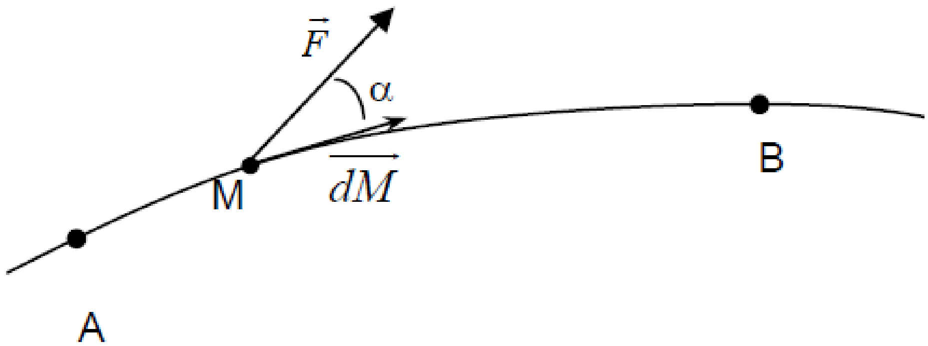
Contenu du cours

I. RAPPELS MATHEMATIQUES

II. ÉLECTROSTATIQUE

III. Electrocinétique

VI. Electromagnétisme



I. RAPPELS MATHEMATIQUES

I - Rappels mathématiques

I.1. Systèmes de coordonnées du plan et de l'espace

Suivant les bases de projection utilisées, plusieurs systèmes des coordonnées peuvent être utilisés pour repérer la position d'un point matériel M (cartésien, cylindrique et sphérique). Les vecteurs de bases de ces systèmes sont tous **unitaires** et **orthogonaux** deux à deux. Dans ce cours nous allons définir ces quatre types de systèmes des coordonnées à axes orthogonaux ainsi que les déplacements, surfaces et volumes élémentaires associés. Des exemples de calculs d'intégrale permettront alors de montrer l'importance de ces éléments différentiels.

I.1.1. Systèmes de coordonnées dans le plan

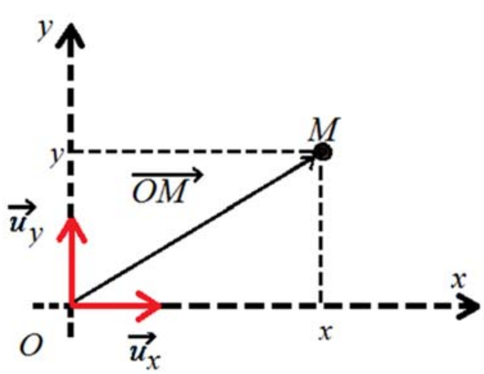
A) Coordonnées cartésiennes

a) *Définition*

Un point *M* quelconque du plan peut être repéré par ses coordonnées cartésiennes (*x,y*) dans la base orthonormée $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}$.

On peut alors écrire :

$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y}$



x et *y* sont obtenus en projetant orthogonalement le vecteur position respectivement sur les trois axes *Ox* et *Oy*. $x = \overrightarrow{OM}.\vec{\imath}\ et\ y = \overrightarrow{OM}.\vec{\jmath}$ Les coordonnées cartésiennes d'un point M sont dénommées :

x est **l'abscisse** du point M (-∞ < x < + ∞)

y est **l'ordonnée** du point M (-∞ < y < + ∞)

Les vecteurs de base du système des coordonnées cartésiennes $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y})$ sont définis par :

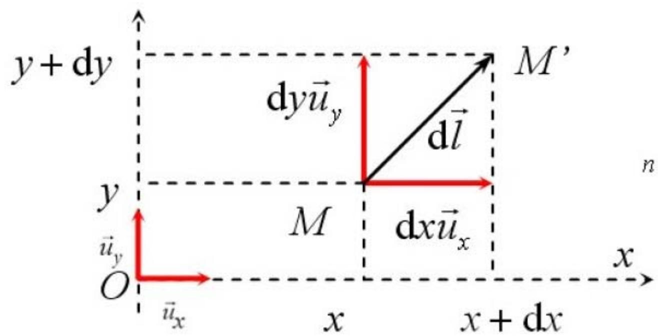
$\overrightarrow{\boldsymbol{u_x}}$ est un vecteur unitaire orienté vers x positif

$\overrightarrow{\boldsymbol{u_y}}$ est un vecteur unitaire orienté vers y positif

b) ***Déplacement infinitésimal***

On envisage le déplacement infinitésimal du point $M(x, y)$ au point $M'(x + dx, y + dy)$. Le déplacement $\overrightarrow{MM'}$ peut alors s'écrire :

$\overrightarrow{MM'} = dx\overrightarrow{u_x} + dy\overrightarrow{u_y}$



c) ***Elément de surface infinitésimal***

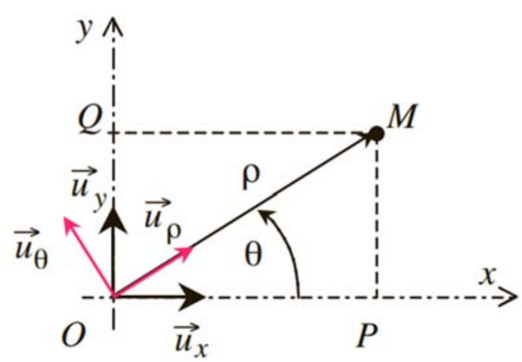
On considère la surface infinitésimale engendrée par le déplacement du point M précédemment décrit. L' aire de cette surface est donnée par:

$$ds = dx.dy$$

Le système de coordonnées cartésiennes est très utile dans l'étude de mouvement rectiligne. Cependant, il existe des situations physiques (rotations en mécanique, calcul du champ électrique en électrostatique, magnétostatique, mécanique des fluides, physique atomique...) où l'utilisation de ce système s'avère inutilement complexe. Il serait donc plus utile de se pencher sur d'autres systèmes de coordonnées afin de faciliter l'étude de ces situations.

B) Coordonnées polaires

a) ***Définition***



Dans le plan (Oxy), un point M est repéré en coordonnées cartésiennes par son abscisse x et son ordonnée y (deux distances). En coordonnées polaires, M est repéré en par une distance et un angle définis par :

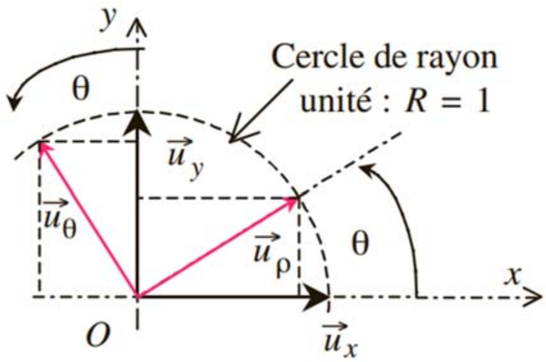
ρ : distance du point M à l'origine O, $0 \leq \rho < +\infty$

θ : l'angle du dièdre direct (sens positif) appelé angle polaire $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{OM})$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

On peut alors écrire :

$$\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{u_\rho}$$

avec $\rho \geq 0$ et $0 \leq \theta \leq 2\pi$



Les vecteurs de base du système polaire sont $(\overrightarrow{u_\rho}, \overrightarrow{u_\theta})$:

* $\overrightarrow{u_\rho}$: vecteur unitaire porté par le vecteur position *OM*

* $\overrightarrow{u_\theta}$: vecteur unitaire dirigé suivant θ croissants

Relations entre les coordonnées cartésiennes et polaires

En coordonnées cartésiennes, le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y}$

En projetant le vecteur position, nous avons : $x = \rho\cos(\theta)\,, y = \rho\sin(\theta)$

A partir de ces deux relations, nous obtenons : $\rho = \sqrt{(x^2 + y^2)}$

En projetant les vecteurs $(\overrightarrow{u_\rho}, \overrightarrow{u_\theta})$ dans le système de coordonnées cartésiennes, nous obtenons:

$$\overrightarrow{u_\rho} = cos(\theta)\ \overrightarrow{u_x} + sin(\theta)\overrightarrow{u_y}$$

$$\overrightarrow{u_\theta} = -sin(\theta)\overrightarrow{u_x} + cos(\theta)\overrightarrow{u_y}$$

Dérivation angulaires des vecteurs de base

$$\overrightarrow{u_\rho} = cos(\theta)\ \overrightarrow{u_x} + sin(\theta)\overrightarrow{u_y}$$

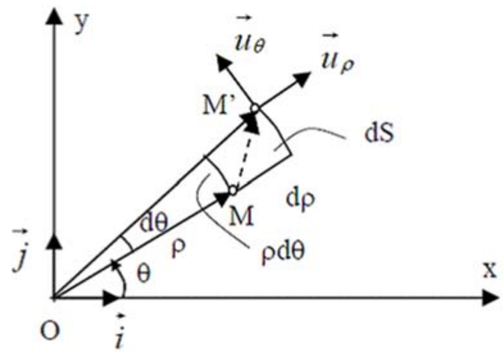
$$\frac{d\,\overrightarrow{u_\rho}}{d\theta} = -sin(\theta)\overrightarrow{u_x} + cos(\theta)\overrightarrow{u_y} = \overrightarrow{u_\theta} \qquad \frac{d\,\overrightarrow{u_\rho}}{d\theta} = \overrightarrow{u_\theta}$$

$$\frac{d\,\overrightarrow{u_\rho}}{dt} = -\frac{d\,\theta}{dt}sin(\theta)\overrightarrow{u_x} + \frac{d\,\theta}{dt}cos(\theta)\overrightarrow{u_y} = \frac{d\,\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta} \qquad \frac{d\,\overrightarrow{u_\rho}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\,\overrightarrow{u_\rho}}{d\theta} = \overrightarrow{u_\theta} \\ \dfrac{d\,\overrightarrow{u_\theta}}{d\theta} = -\overrightarrow{u_\rho} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{d\,\overrightarrow{u_\rho}}{dt} = \dfrac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta} \\ \dfrac{d\,\overrightarrow{u_\theta}}{dt} = -\dfrac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\rho} \end{cases}$$

b) Déplacement infinitésimal

On envisage le déplacement infinitésimal du point $M(\rho,\theta)$ au point $M'(\rho+d\rho,\theta+d\theta)$.



Le déplacement $\overrightarrow{MM'}$ peut alors s'écrire :

$$\overrightarrow{MM'} = d\rho\overrightarrow{u_\rho} + \rho d\theta\overrightarrow{u_\theta} = d\overrightarrow{OM}$$

c) Elément de surface infinitésimal

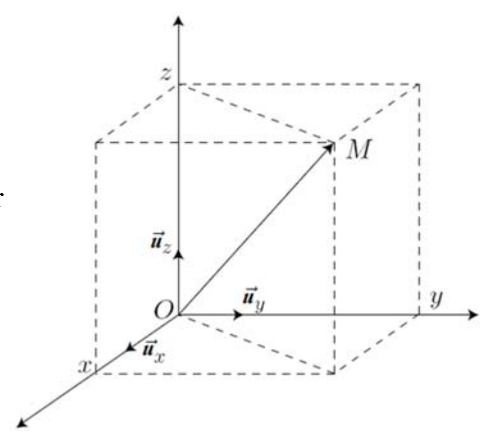
On considère la surface infinitésimale engendrée par le déplacement du point M précédemment décrit. L'aire de cette surface est donnée par:

$$ds = \rho.d\rho.d\theta$$

I.1.2. Systèmes de coordonnées dans l'espace

A) Coordonnées cartésiennes

a) Définition



Un point *M* quelconque de l'espace peut être repéré par ses coordonnées cartésiennes *x*, *y* et *z* dans la base associée au repère cartésien $(O,\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_y},\overrightarrow{u_z})$.

On peut alors écrire:

$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y} + z\overrightarrow{u_z}$

x, *y* et *z* sont obtenus en projetant orthogonalement le vecteur position respectivement sur les trois axes *Ox*, *Oy* et *Oz*. $x = \overrightarrow{OM}.\vec{\imath}; y = \overrightarrow{OM}.\vec{\jmath}\ et\ z = \overrightarrow{OM}.\vec{k}$ Les coordonnées cartésiennes d'un point M sont dénommées :

x est **l'abscisse** du point M ($-\infty < x < +\infty$)

y est **l'ordonnée** du point M ($-\infty < y < +\infty$)

z est la **cote** de M ($-\infty < z < +\infty$)

Les vecteurs de base du système des coordonnées cartésiennes $(\overrightarrow{u_x},\overrightarrow{u_y},\overrightarrow{u_z})$ sont définis par :

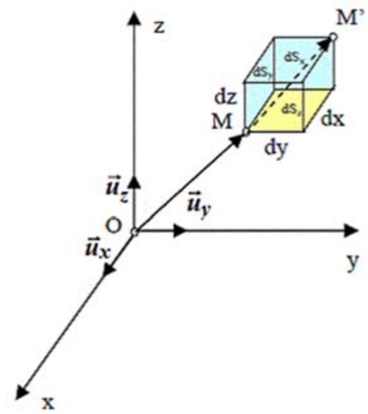
$\overrightarrow{\boldsymbol{u_x}}$ est un vecteur unitaire orienté vers x positif

$\overrightarrow{\boldsymbol{u_y}}$ est un vecteur unitaire orienté vers y positif

$\overrightarrow{\boldsymbol{u_z}}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire (⊥) aux deux autres vecteurs de base et orienté vers *z* positif (tel que le trièdre$(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$ soit direct). Autrement, il est défini par :

$\overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{u_x} \wedge \overrightarrow{u_y}$

b) Déplacement infinitésimal



On envisage le déplacement infinitésimal du point $M(x, y, z)$ au point $M'(x + dx, y + dy, z + dz)$.

Le déplacement $\overrightarrow{MM'}$ peut alors s'écrire :

$$\overrightarrow{MM'} = dx\overrightarrow{u_x} + dy\overrightarrow{u_y} + dz\overrightarrow{u_z}$$

c) Elément de volume infinitésimal

Le déplacement de *M* à *M'engendre* un volume élémentaire limité par six surface parallèles deux à deux dont $\overrightarrow{MM'}$est une diagonale principale.

$$dV = dx.dy.dz$$

d) Elément de surface infinitésimal

Fixant l'une des coordonnées, le point M se déplace dans une surface élémentaire d'aire :

$\boldsymbol{dS_x = dy.dz}$ si l'on fixe l'abscisse *x* ;

$\boldsymbol{dS_y = dx.dz}$ si l'on fixe l'ordonnée *y*;

$\boldsymbol{dS_z = dx.dy}$ si l'on fixe la côte *z*

B) Coordonnées cylindriques

a) Définition

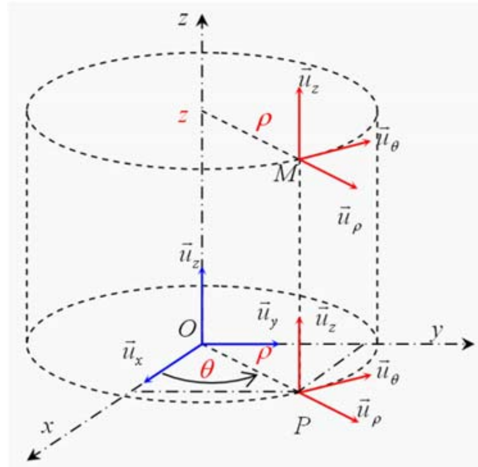
Un point M de l'espace peut être repéré par ses coordonnées cylindriques ρ, θ et z dans la base associée au repère cylindrique

$(O, \overrightarrow{u_\rho}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$

On peut alors écrire :

$$\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{u_\rho} + z\overrightarrow{u_z}$$

avec $\rho \geq 0$ et $0 \leq \theta \leq 2\pi$ et $z \in R$



Relations entre les coordonnées cartésiennes et cylindriques

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \\ z = z \end{cases} \qquad \rho = \sqrt{(x^2 + y^2)} \quad et \quad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

b) Déplacement infinitésimal

On envisage le déplacement infinitésimal du point M(ρ, θ, z) au point $M'(\rho + d\rho, \theta + d\theta, z + dz)$.

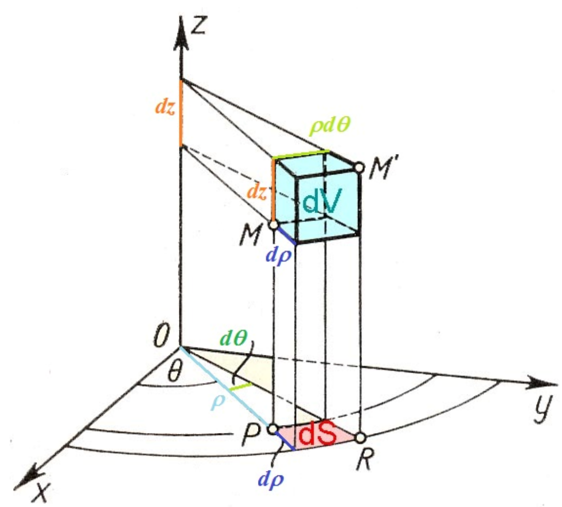
Le déplacement $\overrightarrow{MM'}$ peut alors s'écrire :

$$\overrightarrow{MM'} = d\rho\overrightarrow{u_\rho} + \rho d\theta\overrightarrow{u_\theta} + dz\overrightarrow{u_z} = d\overrightarrow{OM}$$

c) Elément de volume infinitésimal

On considère le volume infinitésimal dV engendré par le déplacement du point M précédemment décrit. Ce volume est donné par:

$$dV = d\rho.\rho d\theta.dz$$



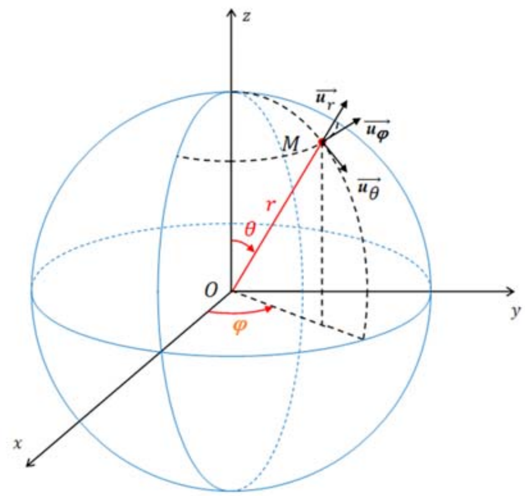
d) Elément de surface infinitésimal

Fixant l'une des coordonnées, le point M se déplace dans une surface élémentaire d'aire :

$\boldsymbol{dS_\rho = \rho d\theta.dz}$ Si l'on fixe le rayon ρ ;

$\boldsymbol{dS_\theta = d\rho.dz}$ Si l'on fixe l'angle θ;

$\boldsymbol{dS_z = d\rho.\rho d\theta}$ Si l'on fixe la côte z



C) Coordonnées sphériques

a) Définition

Un point M de l'espace peut être repéré par ses coordonnées sphériques r, θ et φ dans la base associée au repère sphériques $(O, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\varphi})$

On peut alors écrire :

$$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r}$$

avec $r \geq 0$ et $0 \leq \theta \leq \pi \; et \; 0 \leq \varphi \leq 2\pi$

Relations entre les coordonnées cartésiennes et cylindriques

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \quad \text{et} \quad r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

Ainsi que les vecteurs unitaires

$$\begin{cases} \overrightarrow{u_r} = \sin\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{u_x} + \sin\theta\sin\varphi\,\overrightarrow{u_y} + \cos\theta\,\overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{u_\theta} = \cos\theta\cos\varphi\,\overrightarrow{u_x} + \cos\theta\sin\varphi\,\overrightarrow{u_y} - \sin\theta\,\overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{u_\varphi} = -\sin\varphi\,\overrightarrow{u_x} + \cos\varphi\,\overrightarrow{u_y} \end{cases}$$

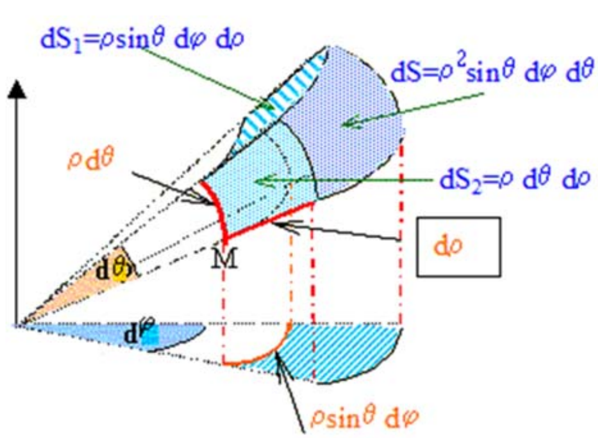
b) Déplacement infinitésimal

On envisage le déplacement infinitésimal du point $M(r, \theta, \varphi)$ au $M'(r + dr, \theta + d\theta, \varphi + d\varphi)$.

Le déplacement $\overrightarrow{MM'}$ peut alors s'écrire :

$$\overrightarrow{MM'} = dr\overrightarrow{u_r} + rd\theta\overrightarrow{u_\theta} + r\sin\theta\, d\varphi\overrightarrow{u_\varphi}$$

c) Elément de volume infinitésimal



On considère le volume infinitésimal dV engendré par le déplacement du point M précédemment décrit.

Ce volume est donné par :

$$dV = dr.rd\theta.r\sin\theta\, d\varphi$$

d) Elément de surface infinitésimal

$\boldsymbol{dS = rd\theta.rsin\theta.d\varphi}$ Si l'on fixe le rayon r

I.2. Intégrales linéiques, surfaciques, et volumiques.

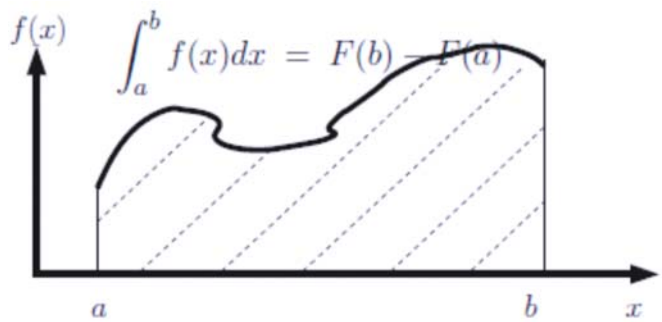
I.2.1. Intégrales linéiques.

On appelle primitive d'une fonction f*(x)* une fonction *F(x)* telle que *f* soit la dérivée de *F*.

Par exemple

$f(x) = cos(x)$, $F(x) = sin(x) + C$

Où ***C*** est une constante d'intégration ; *F* est définie à une constante près.



Physiquement, l'intégrale ci-dessus est l'aire comprise entre l'axe des abscisses et la fonction *f* entre $x = a$ et $x = b$. On peut aussi réécrire

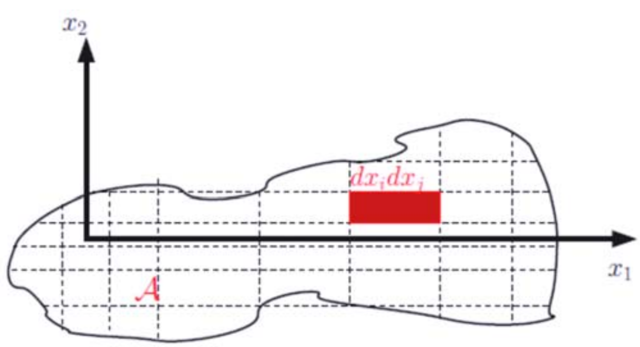
$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^{N} f(x_i)$$

Où *dx* est infiniment petit

I.2.2. Intégrale de surface (double)

On a maintenant à intégrer une surface dans un repère cartésien. On découpe alors la surface en une infinité de petits éléments de surface $dx_i dx_j$.

$$\iint_A dx_1 dx_2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} x_i x_j$$



I.2.3. Intégrale de volume (triple)

On a maintenant à intégrer un volume dans un repère cartésien. On découpe alors le volume en une infinité de petits éléments de volume $dx_idx_jdx_k$.

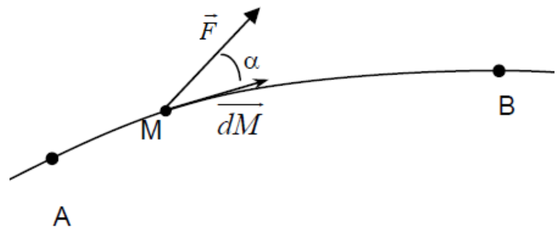
$$\iiint_v dx_idx_jdx_k = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{L} x_ix_jx_k$$

On sera souvent amener à calculer des intégrales simples, doubles, triples, en coordonnées cartésiennes, cylindriques & sphériques.

I.2.4. Intégrale vectorielle ou circulation d'un vecteur.

Soit un arc AB sur une courbe C parcouru par un point M dans un certain sens. Soit $\vec{F}$ un vecteur fonction du point.

On appelle circulation du vecteur $\vec{F}$ le long de l'arc AB la valeur de l'intégrale curviligne $\int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dM}$



$\overrightarrow{dM}$ est le vecteur tangent à la courbe C au point M.

$\vec{F}.\overrightarrow{dM} = F.dM.cos\alpha$

avec α angle entre $\vec{F}$ et $\overrightarrow{dM}$ .Dans le cas général α varie suivant M.

Si $\vec{F}$ est une force, la circulation de cette force le long de l'arc AB est le travail de cette force.

On note $\oint \vec{F}.\overrightarrow{dM}$ la circulation du vecteur $\vec{F}$ suivant un contour fermé.

I.3. Les dérivées premières

I.3.1. Gradient scalaire

Soit une fonction y = f(x), $$f'(x) = \frac{dx}{dy} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

dx est la différentielle de x

Dérivée totale : $$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t}$$

Différentielle (variation de f quand $M(x, y, z) \rightarrow M(x + dx, y + dy, z + dz)$ à un temps t constant:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$$

Or le vecteur déplacement infinitésimal s'écrit

$$\overrightarrow{dM} = dx\overrightarrow{u_x} + dy\overrightarrow{u_y} + dz\overrightarrow{u_z}$$

$df = \overrightarrow{grad}\, f\, .\overrightarrow{dM}$ d'où

$$\overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial x}\overrightarrow{u_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\overrightarrow{u_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$$

définition du ***GRADIENT*** scalaire en coordonnées cartésiennes

Le gradient quantifie les variations de f selon les 3 coordonnées (x, y, z).

$\overrightarrow{grad}\, f$ pointe dans la direction où la variation d'amplitude est max.

Exemple : Si on a une carte topographique avec des lignes de niveaux, le vecteur gradient pointe dans la direction où les lignes de niveaux sont le plus rapprochées, dans la direction de plus grande pente.

$$df = \overrightarrow{grad}\, f. \overrightarrow{dM} = \left|\overrightarrow{grad}\, f\right| \left|\overrightarrow{dM}\right| \cos\theta$$

- ✓ Si on se déplace parallèlement au gradient ($\cos(\theta) = 1$), on maximise les variations de f.
- ✓ Si on suit une ligne d'isovaleur ($df = 0$d), alors la définition ci-dessus nous indique qu'on se déplace perpendiculairement au vecteur gradient de la fonction f.

$\overrightarrow{grad}\, f$ est perpendiculaire aux lignes de niveaux.

I.3.2. La divergence d'un vecteur

Soit un vecteur $\vec{A}\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$

Par définition, la divergence du vecteur $\vec{A}$ en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$div\, \vec{A} = \vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Le résultat de la divergence d'un vecteur est un *SCALAIRE*.

La divergence caractérise comment un champ évolue dans sa propre direction car cet opérateur fait intervenir des dérivées partielles non-croisées (par exemple $\frac{\partial A_x}{\partial x}$).

- ✓ Si $div\,\vec{A} \neq 0$ alors on dit que le champ possède une source ou un puits de champ, il est dit à flux non-conservatif (voir les exemples plus loin).
- ✓ Si $div\,\vec{A} = 0$, le flux est dit à champ conservatif, il est dit solenoïdal.

Divergence en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho A_\rho\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Divergence en coordonnées sphériques :

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

I.3.3. Le rotationnel d'un vecteur

Soit un vecteur $\vec{A}\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$

Par définition, la rotationnel du vecteur $\vec{A}$ en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \vec{\nabla}\wedge\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_z}$$

- Le résultat du rotationnel d'un vecteur est un *VECTEUR*.
- Le rotationnel fait intervenir les dérivées partielles croisées d'un champ de vecteur (par exemple $\frac{\partial A_x}{\partial y}$). Il caractérise le cisaillement d'un champ de vecteur.

Rotationnel en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{A} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_\rho} - \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right)\overrightarrow{u_\varphi} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho A_\varphi\right) - \frac{\partial A_\rho}{\partial\varphi}\right)\overrightarrow{u_z}$$

Rotationnel en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \vec{\nabla}\wedge\vec{A} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial(\sin\theta\, A_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right)\overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right)\overrightarrow{u_\theta}$$
$$+ \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\overrightarrow{u_\varphi}$$