

علم الإحصاء

" هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول إلى استنتاجات وقرارات مناسبة "

الخطوات المنهجية للتحليل الإحصائي في البحث العلمي

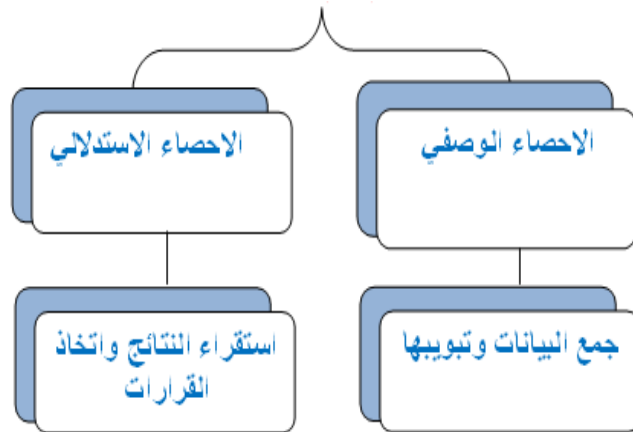
1 جمع البيانات: هو عملية الحصول على المعلومات أو قيم المشاهدات أو القياسات للتجارب التي يجريها الإحصائي

2 تنظيم البيانات وعرضها: هي عملية وضع المعلومات في جداول هندسية وعرضها بطريقة مناسبة كالأشكال الهندسية والرسوم البيانية وغيرها

3 تحليل البيانات: هي عملية إيجاد قيم لمقاييس واقتراحات معينة تحدد قيمها من البيانات موضع الدراسة

4 استقراء النتائج واتخاذ القرارات: وهي الاستنتاجات التي يصل إليها الباحث وتكون علل شكل تقديرات أو تنبؤات أو تعميمات أو قرار برفض أو قبول الفرضيات الإحصائية .

5 أقسام علم الإحصاء



الإحصاء الوصفي

الطرق والأساليب المستخدمة في جمع وعرض وتنظيم البيانات في صورة مؤشرات رقمية مع إمكانية عرضها في جداول ورسومات بيانية ، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية منها .

الإحصاء الاستدلالي

وهو الطرق والأساليب المستخدمة في تعميم نتائج العينة على المجتمع واتخاذ القرارات المناسبة .

6 المفاهيم الأساسية في الإحصاء

61 المجتمع

هو جميع القيم أو المفردات التي يمكن أن يأخذها المتغير .

مثل : درجات طلبة في كلية ما فإن المجتمع هو درجات جميع الطلبة في تلك الكلية والمجتمع أما أن يكون

أ - مجتمع محدد منتهي أي يمكن حصر عدد أفراده ، مثل : عدد أفراد عائلة ، عدد الطلبة الناجحين ، الخ .

ب- مجتمع غير محدد أو غير منتهي

• وهو المجتمع الذي من الصعب أو المستحيل حصر عدد أفراده ، مثل : عدد الأسماك في النهر ، عدد الطيور ، عدد الميكروبات في الجو الخ .

62 العينة

هي مجموعة من المشاهدات أو المفردات اختيرت بطريقة ما من المجتمع، وهي مجموعة جزئية منه وإن سبب اختيار العينة من المجتمع هو صعوبة دراسة المجتمع ككل إذ إنه قد يتطلب وقت وجهد كبيرين .

ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع أي أنها تكون ممثلة لصفات المجتمع الأصلي ويمكن استنتاج خواصه منها

63 أنواع العينات

α - العينة القصدية

ويتم سحبها بطريقة ليست عشوائية (قصدية) وبحسب غرض الباحث، وتستخدم في الحالات التي منها الحصول على تقديرات تقريبية لتكوين فكرة سريعة عن مشكلة معينة أو لاختيار الاستمارة الاحصائية للتأكد من صلاحيتها

β - العينة العشوائية

وتعني الاختيار العشوائي وإتاحة الفرصة أمام جميع أفراد المجتمع ليظهروا في العينة

البيانات هي مجموعة قيم يتم جمعها من مفردات المجتمع أو العينة .

مثل : درجات الطلبة في مادة الإحصاء

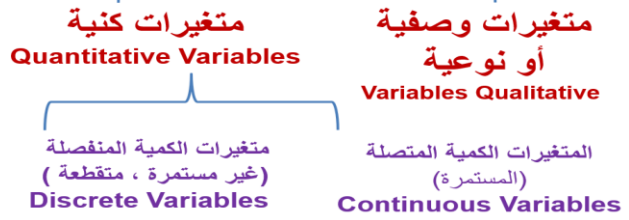
64 طبيعة البيانات الإحصائية عند جمع بيانات حول ظاهرة ما فإننا نرمز للظاهرة بالرمز (X) ونرمز لكل مفردة أو مشاهدة منها بالرمز (Xi) .

مثال : درجات خمسة طلاب هي :

$$X = 78, 57, 90, 69, 88$$

المتغير هو أي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ، ويرمز له بالرمز X أو أي رمز آخر مثل Z , y الخ .

وتقسم المتغيرات الى نوعين



المتغيرات الوصفية وهي تلك الظواهر أو الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية ، ولا يمكن اجراء العمليات الحسابية عليها . ومن أمثلتها

- صفة لون العيون (أزرق ، أسود ، بني ، ...)
- الحالة الاجتماعية (غني ، متوسط الحال ، فقير ،)
- الجنس (ذكر ، أنثى)

المتغيرات الكمية وهي تلك الظواهر أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية ، ويمكن اجراء العمليات الحسابية عليها ومن أمثلتها

- أطوال الطلبة (166سم، 170سم ، ...)
- درجات الطلبة
- كمية المحاصيل
- هل توجد أنواع للمتغيرات الكمية ؟

المتغيرات الكمية المتصلة (المستمرة) وهي المتغيرات التي تأخذ المشاهدة أو الظاهرة فيها أية قيمة رقمية في مدى معين سواء كانت أعداد صحيحة أو كسرية.

مثال لو فرضنا أن أطوال طلبة يتراوح بين 190 – 150 سم فهذا يعني :

$$150 \leq x \leq 190$$

المتغيرات الكمية المنقطعة (المنفصلة) وهي المتغيرات التي تأخذ المشاهدة أو الظاهرة فيها قيماً متباعدة أو منقطعة غير مستمرة .

أي تكون منفصلة عن بعضها ، أي تكون أعداد صحيحة .مثل : عدد أفراد الأسرة

القياس هو عملية تحديد درجة امتلاك الفرد سمة معينة .

مثل : نقول أن الطالب حصل على 72% في مادة الإحصاء

مفاهيم عامة حول الإحصاء التطبيقي

هو فرع من فروع الإحصاء يشمل كل الأساليب الإحصائية والنظريات القائمة عليها وتطبيقاتها العملية المستخدمة لتحليل البيانات المعلومات التي نحصل عليها من العينة

وذلك للاستنتاج أو الاستدلال عن معالم و خواص المجتمع التي سحبت منه العينة وتكون هذه الاستنتاجات على شكل تقديرات أو اختبارات للفروض واتخاذ قرارات.

1 المجتمع الإحصائي:

هو المجال العام لكل الملاحظات الممكن التعرف عليها وفق شروط محددة، كما يمكن تعريف المجتمع العام على أنه كل وحدة تتوفر فيها الخصائص المدروسة مهما كان عددها كبير. يعرف المجتمع الإحصائي بأنه مجموعة كل البيانات أو القيم الخاصة بالظاهرة محل الدراسة والمجموعة من كل المفردات المقصودة بهذه الدراسة

والمفردات في أي دراسة إحصائية، قد تكون أشخاصا أو حيوانات أو أشياء جامدة، أو سنوات، أو أشياء اعتبارية كمنشآت أو جمعيات، وقد يكون المجتمع محدودا، أي نستطيع تحديد العدد الكلي لقيمه أي العدد الكلي لمفرداته عدد القيم هو نفسه عدد المفردات، وقد يكون غير محدود لا نهائي، أي أن العدد الكلي لمفرداته كبير جدا لا يمكن تحديده أو حصره ويرمز له بـ N

2 المعلمة:

هي أي مقياس إحصائي تحسب قيمته من بيانات المجتمع ككل بدون استثناء، ونستخدمه لوصف المجتمع محل الدراسة وتحديد معالمه، وبالتالي يطلق عليه معلمة

ومن المعالم أي المقاييس التي تصف لنا المجتمع، هي مقاييس النزعة المركزية المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، أو مقاييس التشتت (التباين، الانحراف المعياري أو أي مقاييس إحصائية أخرى تحسب من المجتمع،

والمعلمة عبارة عن قيمة ثابتة لا تتغير، لأنها تحسب من المجتمع محل الدراسة، ولذلك يطلق على المعالم أحيانا الثوابت الإحصائية، وعادة تستخدم الحروف اليونانية للتعبير عن المعالم، فيرمز للوسط الحسابي للمجتمع (μ) ميو و تباين المجتمع بالرمز σ^2 سيجما تربيع (وللانحراف المعياري للمجتمع بالرمز σ وهكذا

3 -العينة:

في الكثير من الدراسات لا يمكن للباحث أن يتناول كل وحدات المجتمع الإحصائي، لهذا يلجأ إلى اختيار بعض الوحدات الممثلة له، فالعينة هي مجموعة صغيرة نسبيا من المجتمع العام و يشترط في تكوينها ما يلي:

- أن تعكس كل صفات المجتمع العام (التجانس).
 - أن يعطي لكل فرد من أفراد المجتمع العام نفس الفرصة للانتماء إليها قصد القضاء على عامل التحيز.
 - أن تكون العينة كبيرة نسبيا، حيث تعكس صفات المجتمع العام المأخوذة منه.
- في أي دراسة إحصائية، يجب أن يكون الهدف هو دراسة المجتمع ككل وليس دراسة العينة، ولكن نستخدم العينة لأننا في اغلب الدراسات لا نستطيع أن نجمع بيانات كل مفردات المجتمع محل الدراسة، وذلك للأسباب التالية:

- إذا كان حجم المجتمع محل الدراسة كبير جدا، وكانت إمكانات البحث المادية محدودة ولا تسمح له بجمع البيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع.
- إذا كان حجم المجتمع لا نهائي أي من المستحيل دراسته ككل.
- إذا كان المجتمع محل الدراسة متجانسا، أي أن جميع مفرداته تتمتع بنفس الخواص، ففي هذه الحالة نجد أن دراسة المجتمع ككل، هي مضيعة للجهد والمال والوقت، فمثلا اختبار قطعة من قماش متجانس تكفي لاختبار القماش كله

4الفرضيات الإحصائية :

تضع لنا الفرضيات الإحصائية توقع لقيم بعض الإحصائيات المتعلقة بالمجتمع العام ، و ترتبط الفرضيات الإحصائية مباشرة بفرضيات البحث، حيث يسمح لنا قبولها أو رفضها والتأكد من مدى تحققها، و هي على نوعان من حيث الصياغة:

1 - 4 - الفرضية الصفرية - H_0

نتوقع من خلالها عدم وجود فروق بين مجموعتين أو أكثر، أو عدم وجود ارتباط أو تأثير و و تأثير بين المتغيرات المدروسة

2 - 4 - الفرضية البديلة - H_1

إجابة وحل للفرضية الصفرية H_0 حيث يتوقع الباحث وجود فروق بين مجموعتين في حالة الاختبار بمخرجين ولصالح مجموعة معينة في حالة الاختبار بمخرج واحد.
* فرضية صفرية تقابلها فرضية بديلة واحدة والفرضيات البديلة الممكنة ثلاث:

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$: فرضية بديلة بمخرجين او حدين

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$ فرضية بديلة بمخرج واحد لصالح المجموعة الأولى

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$ فرضية بديلة بمخرج واحد لصالح المجموعة الثانية

5 - القيمة الحرجة - :

وهي القيمة التي تفصل بين منطقة الرفض ومنطقة القبول، و يتم استخراجها انطلاقا من القيمة المجدولة التي هي نقطة تقاطع مستوى الدلالة مع درجة الحرية
دلالة الاختبار - :

هي دلالة إحصائية تساعد الباحث على الخروج بنتائج واتخاذ قرار بقبول H_0 و رفض H_1 او رفض H_0 و قبول H_1 بمستوى خطأ مقبول هو عادة 5 أخطاء في المائة 0.05 او خطأ في المائة 0.01 او خطأ في الألف 0.001 و هو المستوى الأكثر دقة في القياس.

6 القرار الإحصائي - :

يقسم مجال متغير دلالة الاختبار إلى مجالين منطقتين تسمى إحداها بمنطقة الرفض والمنطقة الثانية منطقة القبول. وبناءً على ذلك يكون القرار الإحصائي برفض الفرض الصفرية إذا وقعت قيمة دلالة الاختبار في منطقة الرفض ويكون عدم رفض الفرض الصفرية إذا وقعت في منطقة القبول.
ملاحظة هامة :

● يتم قبول أو رفض الفرضية المصاغة من خلال المقارنة بين القيم- المحسوبة حسب كل اختبار و قيمجدولة معدة مسبقا حسب كل أسلوب إحصائي حيث إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر أو تساوي من القيمة المجدولة فإننا نرفض الفرضية الصفرية و نقبل البديلة و نقول بأن النتيجة دالة أي رفض H_0 و قبول H_1 .

● يتم تحديد نوع الأسلوب الإحصائي الموافق للدراسة بناء على طبيعة صياغة الفرضية- الإحصائية و مستوى القياس الخاص بالبيانات المدروسة و طبيعة العينة المدروسة

الاستنتاج الإحصائي القائم على عينة واحدة

في كثير من الأحيان يواجه الباحث بمشكلة اتخاذ قرار بشأن أحد مؤشرات المجتمع ، وذلك اعتمادا على المعلومات المتوفرة من عينة عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع ، القرار الذي يتخذ في مثل هذه المواقف هو قرار إحصائي والوسيلة التي تمكن الباحث من اختيار القرار السليم هي اختبارات الفروض الإحصائية.

2 الفروض الإحصائية :

الفرض الإحصائي هو تفسير مبدئي يتعلق بواحد أو أكثر من معالم المجتمع المجهول ، ونؤكد أن هذا التفسير مبدئي لعدم معرفتنا الكاملة بقيم هذه المعالم في المجتمع ، وعلينا اتخاذ قرار بقبول أو رفض هذا التفسير أو هذا التحديد المبدئي. هذا التفسير المبدئي عن أحد معالم المجتمع المجهولة تسمى بالفرض العدمي أو الفرضية الصفرية H_0 أما الفرض المقابل للفرض العدمي فيسمى بالفرض البديل أو الفرضية البديلة H_1 و هو تفسير مغاير أو معاكس للفرض الأصلي أو العدمي.

3 وسيلة الاختبار الإحصائي:

للوصول إلى قرار إحصائي بشأن قبول أو رفض الفرض العدمي ، نستعين بوسيلة أو علاقة رياضية تربط ما بين قيمة المؤشر في المجتمع والذي نريد اختبار معنويته وبين نظيره في العينة. ومن ثم يمكن مقارنة القيمة الحسابية لهذه العلاقة الرياضية مع القيمة المستخرجة من الجدول الإحصائي للتوزيع الاحتمالي الذي تتبعه هذه العلاقة الرياضية.

4 مستوى المعنوية :

عندما يتخذ الباحث قراراً بقبول أو رفض الفرض العدمي فإنه يضع لنفسه مقدماً حدوداً للخطأ الذي يمكن تحمله كنتيجة لاتخاذ قرار خاطئ. الخطأ الذي يمكن أن يقع فيه الباحث هو قراره برفض الفرض العدمي على الرغم من أنه صحيح وسليم ويجب قبوله ، في هذه الحالة يضع الباحث مقدماً حدوداً لهذا الخطأ ويستعد لتقبلها وتحملها وعادة ما تكون هذه الحدود 10% ، 15% أو 1% هذه الحدود تسمى بمستويات المعنوية أو باحتمالات الخطأ ويرمز لها بالرمز α

5 المنطقة الحرجة

المنطقة الحرجة وهي في نفس الوقت مستوى المعنوية قد تقع كلها في طرف واحد من المنحنى في اليمين أو اليسار) وقد تتوزع بالتساوي على طرفي المنحنى، وهذا التخصيص للمنطقة الحرجة يعتمد على نوع الاختبار الإحصائي. هناك ثلاث أنواع من الاختبارات:

اختبار الطرفين:

وفيها تتوزع المنطقة الحرجة بالتساوي على طرفي المنحنى.

اختبار الطرف الأيمن:

وفيها تقع منطقة الرفض في الطرف الأيمن من المنحنى الاحتمالي.

اختبار الطرف الأيسر:

وفيها تقع منطقة الرفض في الطرف الأيسر من المنحنى الاحتمالي.

6 خطوات الاختبار الإحصائي:

- *تحديد الفرض العدمي المراد اختباره والفرض البديل له مع تحديد نوع الاختبار المناسب للفرض البديل ، هل هو اختبار طرفين أم اختبار طرف واحد ، وهل هذا الطرف الأيمن أم الأيسر.
- *تحديد وسيلة الاختبار الإحصائي وحساب قيمتها العددية باستخدام البيانات المتوفرة عن المجتمع والعينة ، ثم تحديد التوزيع الاحتمالي لوسيلة الاختبار الإحصائي.
- *تحديد مستوى المعنوية أي تحديد مقدار المخاطرة المسموح بها في رفض الفرض العدمي على الرغم من أنه صحيح ويجب قبوله، هنا نجد أنه بمعلومية شكل التوزيع الاحتمالي لوسيلة الاختبار الإحصائي يمكن أن تحدد القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية، وحيث أن مستوى المعنوية ما هي إلا المنطقة الحرجة تحت المنحنى الاحتمالي ، فإن القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية ما هي إلا القيمة الحرجة والتي تفصل ما بين منطقة القبول ومنطقة الرفض.
- *مقارنة قيمة وسيلة الاختبار الإحصائي وتسمى بالقيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية وتسمى بالقيمة (. الحرجة)

فإذا وقعت القيمة المحسوبة في منطقة القبول كان القرار قبول فرض العدمي (وبالتالي رفض الفرض البديل). أما إذا وقعت القيمة المحسوبة في منطقة الرفض يكون القرار برفض الفرض العدمي ومن ثم قبول الفرض البديل__

7 اختبار "ت" test-T يعد اختبار "ت" من أكثر اختبارات الدالة الإحصائية شيوعاً، فهو من المقاييس البارامترية المستخدمة في الأبحاث النفسية والاجتماعية والتربوية، وترجع نشأته الأولى إلى أبحاث العالم "ستوتدن"، ولهذا سمي الاختبار بأكثر الحروف تكراراً في اسمه وهو حرف التاء. ويمكن القول إن اختبار "ت" يستخدم لقياس دالة الفرو بين المتوسطات المرتبطة والمستقلة للعينات المتساوية وغير المتساوية. وهناك ثالث أنواع الاختبار "ت" هي كما يلي

اختبار ت لعينة واحدة

اختبار ت لعينتين مستقلتين

اختبار ت لعينتين مرتبطتين

شروط افتراضات استخدام اختبار "ت":

- **العينات عشوائية:** بمعنى استخدام الأسلوب العشوائي في اختيار العينات .
- **استقلالية المشاهدات:** تعني أن كل فرد من أفراد أي عينة لا يرتبط بالجموعه واحدة، وليس له تأثير على أفراد المجموعات الأخرى .
- **تجانس العينات:** يقصد بتجانس العينات انتسابها إلى أصل واحد، وإذا انتسبت العينات إلى أصول مختلفة فهي غير متجانسة، كما يقصد بها أن تشتت درجات العينة الأولى متقارب مع تشتت درجات العينة الثانية .
- **حجم العينة:** يجب أن لا يقل حجم العينة عن "5"، ويفضل أن يزيد عن "30".

8- خطوات حساب اختبار "ت"

(أ) طرح المشكلة: يتم ذلك باستغلال السؤال المطروح في التمرين المقدم، فمثال نقول: هل توجد فروق دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y ؟ أو هل توجد علاقة دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y ؟

(ب) صياغة الفرضيات :

(ج) الفرضية الصفرية: تتم صياغة الفرضية الصفرية (H_0) بالإجابة بالنفي عن الإشكالية، وتتم كتابتها بطريقة إحصائية أساساً؛ وبطريقة لغوية للتوضيح، فمثال نكتب: لا توجد فروق دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y ، أو لا توجد علاقة دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y .

(د) الفرضية البديلة: تتم صياغة الفرضية البديلة (H_1) بالإجابة بالإثبات عن الإشكالية، وتتم كتابتها بطريقة إحصائية أساساً؛ وبطريقة لغوية للتوضيح، فمثال نكتب: توجد فروق دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y ، أو توجد علاقة دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y .

9 إجراء العمليات الحسابية:

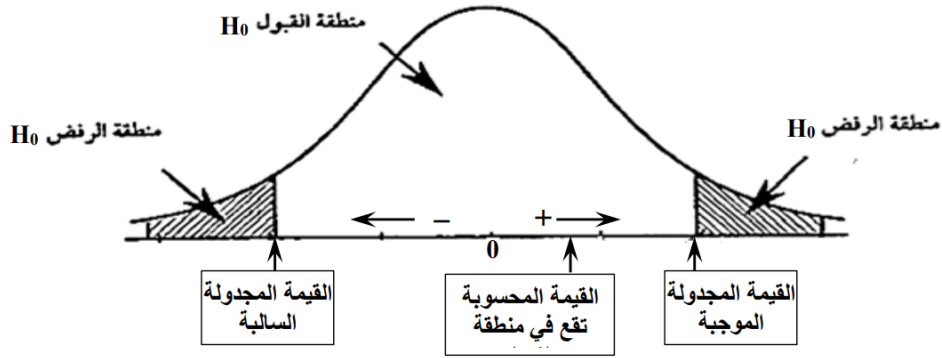
- تحديد الاختبار المناسب: يتم تحديد الاختبار المناسب انطلاقاً من معطيات التمرين وشروط الاستخدام.

حساب القيمة المحسوبة للاختبار: تتم من خلال القيام بمجموعة من العمليات الحسابية الضرورية لتطبيق القانون الخاص بهذا الاختبار.

حساب درجة الحرية: df يتم حساب درجة الحرية لهذا الاختبار من اعتماداً على حجم العينة n .

تحديد القيمة الجدولية الحرجة: يتم تحديد القيمة الجدولية للاختبار من الجدول التوزيع الخاص بهذا الاختبار عند مستوى الدالة الإحصائية $\alpha \leq 0.01$ أو $\alpha \leq 0.05$.

المقارنة واتخاذ القرار - نقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية الحرجة للاختبار وفق درجة الحرية ومستوى الدالة الإحصائية $\alpha \leq 0.01$ أو $\alpha \leq 0.05$ ، فعندما تكون القيمة المحسوبة أكبر إيجابية أو سلبية من القيمة الجدولية؛ فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة، وأما عندما تكون القيمة المحسوبة أقل إيجابية أو سلبية من القيمة الجدولية؛ فإننا نقبل الفرضية الصفرية.



تفسير القرار: الباحث متأكد بنسبة ثقة 99% أو 95% بأنه توجد أو لا توجد حسب نتيجة المقارنة فروق دالة إحصائية بين المتغير x والمتغير y ، بنسبة خطأ 1% أو 5%، وعند درجة حرية df .

التوزيع t

| درجة الحرية | اختبار ذو اتجاهين | | | | | |
|-------------|----------------------|--------|--------|--------|---------|---------|
| | 10% | 5% | 2% | 1% | 0.2% | 0.1% |
| | اختبار ذو اتجاه واحد | | | | | |
| | 5% | 2.5% | 1% | 0.5% | 0.1% | 0.05% |
| 1 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 318.309 | 636.619 |
| 2 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.327 | 31.599 |
| 3 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 10.215 | 12.924 |
| 4 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 | 8.610 |
| 5 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 | 6.869 |
| 6 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 | 5.959 |
| 7 | 1.894 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 | 5.408 |
| 8 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 4.501 | 5.041 |
| 9 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.297 | 4.781 |
| 10 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 | 4.587 |
| 11 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 | 4.437 |
| 12 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.930 | 4.318 |
| 13 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 | 4.221 |
| 14 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.787 | 4.140 |
| 15 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.733 | 4.073 |
| 16 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 | 4.015 |
| 17 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 | 3.965 |
| 18 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 | 3.922 |
| 19 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 | 3.883 |
| 20 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 | 3.850 |
| 21 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.527 | 3.819 |
| 22 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.505 | 3.792 |
| 23 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.485 | 3.768 |
| 24 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 | 3.745 |
| 25 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.450 | 3.725 |
| 26 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.435 | 3.707 |
| 27 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.421 | 3.690 |

| | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 28 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.408 | 3.674 |
| 29 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.396 | 3.659 |
| 30 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 | 3.646 |
| 32 | 1.694 | 2.037 | 2.449 | 2.738 | 3.365 | 3.622 |
| 34 | 1.691 | 2.032 | 2.441 | 2.728 | 3.348 | 3.601 |
| 36 | 1.688 | 2.028 | 2.434 | 2.719 | 3.333 | 3.582 |
| 38 | 1.686 | 2.024 | 2.429 | 2.712 | 3.319 | 3.566 |
| 40 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 | 3.551 |
| 42 | 1.682 | 2.018 | 2.418 | 2.698 | 3.296 | 3.538 |
| 44 | 1.680 | 2.015 | 2.414 | 2.692 | 3.286 | 3.526 |
| 46 | 1.679 | 2.013 | 2.410 | 2.687 | 3.277 | 3.515 |
| 48 | 1.677 | 2.011 | 2.407 | 2.682 | 3.269 | 3.505 |
| 50 | 1.676 | 2.009 | 2.403 | 2.678 | 3.261 | 3.496 |
| 60 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 | 3.460 |
| 70 | 1.667 | 1.994 | 2.381 | 2.648 | 3.211 | 3.435 |
| 80 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.639 | 3.195 | 3.416 |
| 90 | 1.662 | 1.987 | 2.368 | 2.632 | 3.183 | 3.402 |
| 100 | 1.660 | 1.984 | 2.364 | 2.626 | 3.174 | 3.390 |