الدرس

اختبار ت (t) لعينتين مستقلتين

١) **تعريف**: ان اختبار ت لوستودنت هو احد الاختبارات الاحصائية المهمة والذي يستخدم لاختبار الفروقات المعنوية بين المتوسطات لعينتين مستقلتين في حالة ما، اذا كان تباين المجتمع مجهول ويرمز له بالرمز T

٢) **شروط استخدامه**: يجب أن يزيد حجم كل من العينتين عن "٥" ويفضل ان يزيد عن 30 اما اذا قل حجم اي من العينتين عن ٥ فلا يمكن استخدام الاختبار T

الفرق بين حجم عينتي البحث (شرط التقارب) يجب أن يكون حجم عينتي البحث متقارب فلا يكون مثلاً حجم احد العينتين 500 و حجم الاخرى 30 لأن الحجم أثره على مستوى الدلالة (∝)

مدى تجانس العينتين يقاس التجانس بالفرق بين تباين العينتين باستعمال العلاقة

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$ أي $\frac{\text{التباين الاكبر}}{\text{التباين الاصغر}}$

مثال اذا كان حجم العينة الاولى 51 فرداً والانحراف المعياري لهذه العينة 10,2 وكان حجم الثانية 66 فرداً والانحراف المعياري للعينة 8,5 فإن

$$F = \frac{10{,}2^2}{8{,}5^2} = \frac{104{,}04}{72{,}25} = 1{,}44$$ وهي قيمة (F) المحسوبة

نجدها نقوم باستخراج قيمة (F) الجدولية عند مستوى دلالة $\alpha = 0{,}05$ بدرجة حرية $(51 - 1) = 50$ للتباين الاكبر ودرجة حرية التباين الاصغر $= 66 - 1 = 65$ فنجد ان (F) الجدولية $= 1{,}56$ وبما أن (F) المحسوبة اقل من قيمة F الجدولية فإنه غير **دال** إحصائياً مما يعني أن الفرق بين التباين غير دال احصائياً وبالتالي يوجد تجانس بين تبايني العينتين

أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين تباين العينتين ويمكننا تطبيق إختبار (T)

مدى اعتدالية التوزيع التكراري لكل من عينتي البحث:

يقصد باعتدالية التوزيع أن البيانات خالية من القيم المتطرفة أو العشوائية وان منحنى البيانات معتدل ويشبه شكل الجرس (المتوسط = الوسيط = المنوال)

3) الحساب: يستخدم هذا الاختبار في حالة ما إذا أردنا أن نعقد مقارنة بين متوسطي العينتين المسحوبتين من مجتمعين مستقلين وفق القانون:

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \times \left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$$

حيث $\bar{X}_1$ المتوسط الحسابي للعينة الاولى

$\bar{X}_2$ 〃 〃 〃 الثانية

S_1^2 تباين العينة الاولى

S_2^2 〃 〃 الثانية

n_1 حجم العينة الاولى

n_2 〃 〃 الثانية

4) الدلالة الاحصائية

يتم مقارنة (T) المحسوبة مع (T) الجدولية التي تستخرج من الجدول الاحصائي من خلال حساب درجة الحرية

$$df = (n_1+n_2) - 1$$

مثال : يرغب طبيب مختص في أمراض القلب والشرايين ان يجري تشخيصًا لقلوب بعض المرضى فأخذ عينتين مستقلتين عينة تمارس الرياضة حجمها 10 أفراد وعينة لا تمارس الرياضة حجمها 08 افراد وقام بقياس نبضات القلب لديهم فكانت القياسات كالتالي

الرياضيين	86	72,5	88,6	82	76,4	73,2	85,7	74	69,7	72	780,1	Σ
غير الرياضيين	53,1	64,5	59	48,3	56	68,8	57,2	49			455,9	Σ

المطلوب : إختبر مدى تجانس التباين بين العينتين ؟

- هل هناك فروق ذات دلالة احصائية في نبضات القلب بين من يمارسون الرياضة ومن لا يمارسون .

1) تحديد الفرضيات

* الفرضية الصفرية : لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في نبضات القلب بين من يمارسون الرياضة ومن لا يمارسون الرياضة

$$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$

* الفرضية البديلة : توجد فروق ذات دلالة إحصائية في نبضات القلب بين من يمارسون الرياضة ومن لا يمارسون الرياضة

$$H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$$

2) تحديد اتجاه الفرضية البديلة : الفرضية البديلة غير متجهة (طرفين)

3) تحديد مستوى الدلالة : $\alpha = 0,05$

4) حساب t (ت) المحسوبة : نقوم بحساب (ت) لعينتين مستقلتين كما يلي

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}\right]\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$T = \frac{78,01 - 56,99}{\sqrt{\frac{(10-1)(47,6) + (8-1)(50,78)}{10+8-2} * \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{8}\right)}} = \frac{21,02}{3,32} = 6,33$$

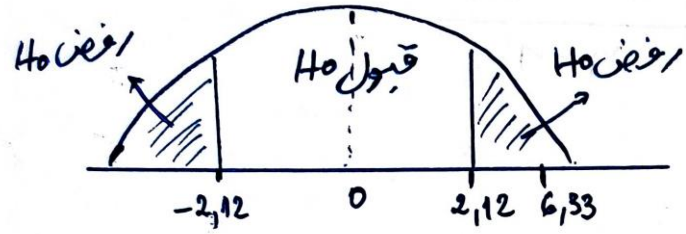
$$T_c = 6,33$$

حساب Tt الجدولية عند درجة الحرية

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 8 - 2 = 16$$

$$Tt_{(\alpha=0,05\ ,\ 16)} = 2,12$$

إتخاذ القرار



بما أن قيمة (t_c) المحسوبة
أكبر من قيمة (t_t) الجدولية

$$t_c > t_t$$

فإننا نرفض الفرضية الصفرية
ونقبل الفرضية البديلة

7) **النتيجة**: توجد فروق ذات دلالة إحصائية في نبضات القلب بين من يمارسون الرياضة ومن لا يمارسون الرياضة.

خلال قياسك بدراسة لظاهرة قلق قبل المنافسة قمت بتطبيق مقياس بدراسة عينتين من الذكور والاناث في كرة اليد فوجدت النتائج التالية

الاناث	الذكور
$n=81$	$n=101$
$\bar{x}_2=53{,}20$	$\bar{x}_1=55{,}02$
$S_2^2=14{,}67$	$S_1^2=16{,}33$

- "الاشكالية"

بناءاً على هذه المعطيات [هل هناك فروق دالة إحصائياً بين عينة الذكور وعينة الاناث على مقياس القلق]

أجب وفق الخطوات الملائمة عند مستوى دلالة $\alpha=0{,}01$

الحل

. صياغة الفرضيات: الفرضية الصفرية: $H_0: \bar{x}_1=\bar{x}_2$

لا توجد فروق دالة احصائياً بين عينة الذكور وعينة الاناث

الفرضية البديلة: $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$ توجد فروق ذات دالة احصائية بين عينة الذكور وعينة الاناث

تحديد نوع الاختبار هو اختبار T لعينتين غير متساويتين

* حساب T

$$T=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$T=\frac{55{,}02-53{,}20}{\sqrt{\frac{(101-1)16{,}33+(81-1)14{,}67}{101+81-2}\times\left(\frac{1}{101}+\frac{1}{81}\right)}}=0{,}31$$

$$T_c=0{,}31$$

* حساب df: درجة الحرية

$df=n_1+n_2-2$

$df=101+81-2$

$df=180$

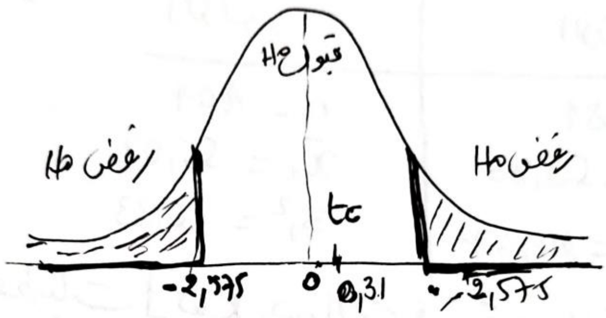
تحديد قيمة T الجدولية بناءاً على α و df

$$T_t=T_{(0{,}01,\ 180)}=2{,}575$$

$2{,}575>0{,}31$ أي $T_t>T_c$

اتخاذ القرار: نقبل الفرض الصفري و نرفض الفرض البديل ونقول انه لا توجد

النتيجة: دالة إحصائيا بين الذكور والاناث على مقياس القلق عند مستوى دلالة $\alpha=0,01$



القرار:
نقبل الفرض الصفري Ho
النتيجة: لا توجد دالة احصائية بين الذكور والاناث على مقياس القلق عند $\alpha=0,01$