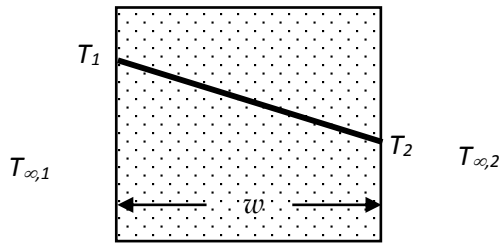


## Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°1)

- 1-a) Calculez la densité de flux et les températures  $T_1$  et  $T_2$  d'un mur d'une épaisseur  $w$  de 10 cm.  
 1-b) On double l'épaisseur de ce mur : que deviennent les pertes ( $q_x$ ) et les températures  $T_1$  et  $T_2$ ?



On donne :

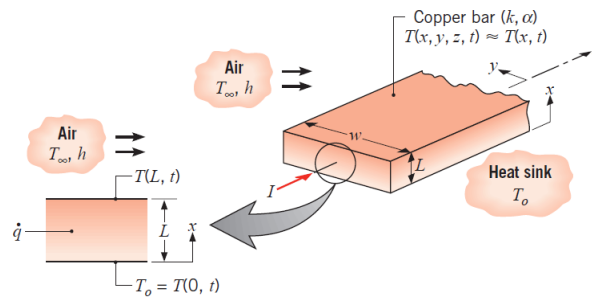
$$T_{\infty,1} = 500^\circ\text{C}; h_{1,\infty} = 20 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K});$$

$$T_{\infty,2} = 20^\circ\text{C}; h_{2,\infty} = 5 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K});$$

$$k = 1 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$$

--ooOoo--

- 1-2) Une barre en cuivre de section rectangulaire telle que son épaisseur  $L$  est négligeable devant sa largeur  $w$  est maintenue en contact avec une source de chaleur qui maintient la température de sa surface inférieure à  $T_0$ . Un courant d'air passant par la surface supérieure de la barre maintient la température à ce niveau à  $T_\infty$ . Etablir l'équation de chaleur selon les conditions aux limites citées.



--ooOoo--

- 1-3) En régime stationnaire, on étudie le transfert uni-axial sur l'axe  $x$  dans un mur ayant un coefficient de transfert thermique  $k = 50 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$  et une épaisseur  $w = 0.25 \text{ m}$ . On note l'absence de source interne de chaleur. Déterminez la densité de flux de chaleur et remplissez les cases vides du tableau suivant :

Cas	$T_1$ (°C)	$T_2$ (°C)	$dT/dx$ (K/m)	$q_x''$ (kW/m²)
1	50	- 20		
2	-30	-10		
3	70		160	
4		40	-80	

--ooOoo--

- 1-4) En régime stationnaire la distribution uni-axiale de température à travers un mur de conductivité thermique égale à  $50 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$  et d'épaisseur 50 mm obéit à la loi :  $T(^\circ\text{C}) = a + b x^2$ , où  $a = 200^\circ\text{C}$  et  $b = -2000^\circ\text{C}/\text{m}^2$ ,  $x$  en mètres.

- a) Déterminez la chaleur générée  $\dot{q}$  dans le mur.
- b) Déterminez les densités de flux de chaleur aux faces du mur.

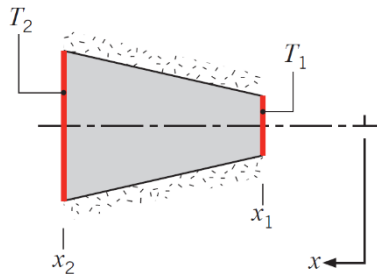
## Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°2)

2-a) On se propose d'étudier les pertes thermiques du corps humain en contact de l'air et dans l'eau, tous deux à une température de  $10^\circ\text{C}$ . Pour parer aux pertes de chaleur, une personne porte une veste contenant un matériau isolant de faible coefficient de transfert thermique  $k = 0.014 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . Considérant que l'émissivité de la protection soit de 0.95, quel doit être l'épaisseur de l'isolant pour obtenir une perte de  $100\text{W}$  à l'air et dans l'eau (on assimilera l'épaisseur de la peau  $L_{\text{peau}}$  égale à  $3 \text{ mm}$  et son coefficient de transfert thermique  $k_{\text{peau}} = 0.3 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ )? En déduire les températures de la peau dans les deux environnements. On supposera la surface du corps humain égale à  $1.8\text{m}^2$ .

--ooOoo--

2-b) La figure ci-dessous illustre un cône tronqué en pyrocérame ( $k = 3.46 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) sur lequel nous nous intéressons à étudier l'évolution de la température. La section étant circulaire et le diamètre  $D = a x$ , avec  $a = 0.25$ . Selon le diagramme la petite base est à  $x_1 = 50 \text{ mm}$  et la grande base est à  $x_2 = 250 \text{ mm}$  et les températures extrêmes sont respectivement  $T_1 = 180^\circ\text{C}$  et  $T_2 = 320^\circ\text{C}$ , alors que la surface latérale est isolée.

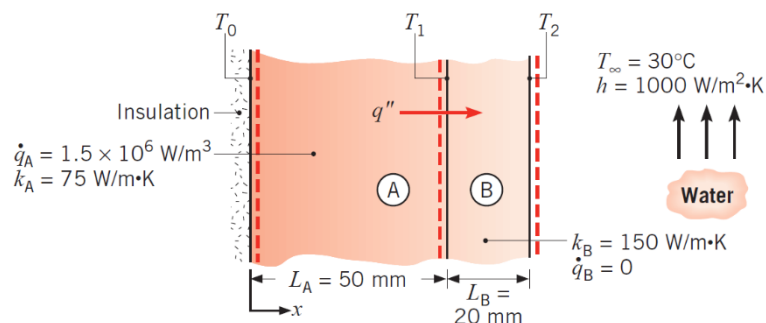
On demande de déterminer le profil de température le long de l'axe du cône. Calculez le flux de chaleur à travers le cône.



--ooOoo--

2-c) Un mur plan d'un matériau A contenant une source de chaleur est isolé sur une de ses faces. Sa face opposée est accolée à un autre mur B, sans source de chaleur, et soumis à un refroidissement à l'eau par convection.

- Illustrez dans un schéma la distribution de la température dans le mur composite.
- Calculez les températures interne et externe du mur composite.



### Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°3)

3-1) Le pare-brise avant en verre d'un véhicule est généralement dégivré en soufflant de l'air chaud sur sa surface interne. Si l'air chaud est à une température  $T_{\infty,i} = 40^\circ\text{C}$  avec un coefficient de transfert par convection  $h_i = 30 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ . Quelles sont les valeurs des températures interne  $T_i$  et externe  $T_e$  du pare-brise si son épaisseur est de 4mm quand la température de l'extérieur est de  $T_{\infty,2} = -10^\circ\text{C}$  pour un coefficient de transfert de chaleur par convection  $h_e = 65 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ .

Note. On donne le coefficient de transfert de chaleur par conduction du verre  $k_v = 1.4 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$

--ooOoo--

3-2) Les parois d'un réfrigérateur disposées en "sandwich" sont composées de deux plaques en acier séparées par un isolant en fibre de glass. On considère que l'isolant a un coefficient de conductivité thermique  $k_i = 0.046 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$  et une épaisseur  $L_i = 50 \text{ mm}$ . Les parois en acier, chacune de coefficient de conductivité thermique  $k_p = 60 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$  et d'épaisseur  $L_p = 3 \text{ mm}$  séparent le milieu réfrigéré à une température  $T_i = 4^\circ\text{C}$  de l'extérieur maintenu à une température  $T_e = 25^\circ\text{C}$  et dont le coefficient de transfert par convection est  $h_e = 5 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ , calculer la perte de chaleur.

--ooOoo--

3-3) Une étuve, contrôlée par un dispositif d'auto nettoyage, dispose d'une porte constituée de deux plaques en plastique résistant aux hautes températures. Ces deux plaques sont accolées parfaitement.

La plaque A a une épaisseur  $L_A$  et une conductivité  $k_A = 0.15 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$ . La deuxième plaque B a une épaisseur  $L_B = 0.5 L_A$  et une conductivité thermique  $k_B = 0.08 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$ . Durant l'auto nettoyage, la température à l'intérieur de l'étuve  $T = 400^\circ\text{C}$ , pour une température à l'extérieur  $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$ .

Les coefficients de transfert thermique à l'intérieur de l'étuve, de convection  $h_i$  et de rayonnement  $h_r$ , ainsi que le coefficient de convection  $h_e$  à l'extérieur, sont approximativement égaux à  $25 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ .

1°) Donnez le circuit électrique équivalent au circuit thermique entre  $T_\infty$  et  $T_{amb}$ .

2°) Donnez l'expression de la résistance thermique équivalente.

3°) Par un bilan thermique, calculez l'épaisseur de la porte  $L$ , pour que la température de la surface extérieure de cette porte ne dépasse pas les  $50^\circ\text{C}$ .

4°) Donnez la distribution des températures à travers la porte de cette étuve, en précisant les conditions aux limites.

5°) Si le coefficient de conductivité thermique de la plaque A dépend linéairement de la température,  $k_A = k_0(1+\beta T)$ , que devient l'expression de la densité du flux de chaleur.

### Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°4)

4-1) Soit une conduite en acier inoxydable, de conductivité  $k = 16.3 \text{ W/(m.K)}$  et de diamètre 100/110 mm, parcourue par une vapeur de température  $T = 300^\circ\text{C}$ . La température de l'air extérieur est de  $25^\circ\text{C}$  et les conditions de ventilation sont telles que  $h=13.95 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  :

La conduite est isolée au moyen d'une enveloppe de calorifugeages comprenant :

- Une couche d'amiante de 10mm, avec  $k_1 = 0.047 \text{ W/(m.K)}$
- Une couche de laine de verre de 20 mm, avec  $k_2 = 0.07 \text{ W/(m.K)}$
- Une couche de béton à la magnésie de 10 mm, avec  $k_3 = 0.16 \text{ W/(m.K)}$

Calculer le coefficient de transmission global sans calorifugeage et avec calorifugeage.

--ooOoo--

4-2) Les parois d'un réfrigérateur disposées en "sandwich" sont composées de deux plaques en acier séparées par un isolant en amiante. On considère que l'isolant a un coefficient de conductivité thermique  $k_i = 0.047 \text{ W/(m.K)}$  et une épaisseur  $L_i = 37 \text{ mm}$ . Les parois en acier, chacune de coefficient de conductivité thermique  $k_p = 60 \text{ W/(m.K)}$  et d'épaisseur  $L_p = 2.8 \text{ mm}$  séparent le milieu réfrigéré à une température  $T_i = 4^\circ\text{C}$  de l'extérieur maintenu à une température  $T_e = 29^\circ\text{C}$ . Sachant que les deux milieux ont un coefficient  $h_e = 5 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ , calculer la perte de chaleur.

--ooOoo--

4-3) En régime stationnaire la distribution uni-axiale de la température à travers un mur de conductivité thermique égale à  $50 \text{ W/m.K}$  et d'épaisseur 50 mm obéit à la loi :

$T(^{\circ}\text{C}) = a + b x$ , où  $a = 200^\circ\text{C}$  et  $b = -2000^\circ\text{C/m}$ ,  $x$  en mètres.

- a) Calculez la densité du flux de chaleur dans le mur.

Dans le cas où la température obéit à la loi :

$T(^{\circ}\text{C}) = a + b x^2$ , où  $a = 175^\circ\text{C}$  et  $b = -2100^\circ\text{C/m}$ ,  $x$  en mètres

- b) Déterminez la chaleur générée  $\dot{q}$  dans le mur.  
c) Déterminez les densités de flux de chaleur aux faces du mur.

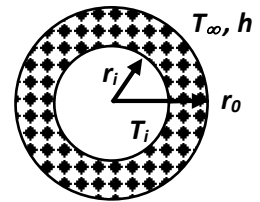
## Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°5)

**5-1) CONDUCTION MULTICOUCHE.** La façade externe d'une bâtisse peut être assimilée à une succession de murs plans (murs accolés). Le premier mur, d'une épaisseur de 100 mm construit en brique de conductivité thermique  $k_b = 0.7 \text{ W/(m.K)}$ , est accolé avec une couche de plâtre de 40 mm d'épaisseur et de conductivité thermique  $k_g = 0.48 \text{ W/(m.K)}$ . Quelle doit-être l'épaisseur d'une couche en laine de verre, de conductivité thermique  $k_v = 0.065 \text{ W/(m.K)}$ , à accoler à la plaque en plâtre pour réduire la perte thermique à travers le mur de la façade de 80%.

--ooOoo--

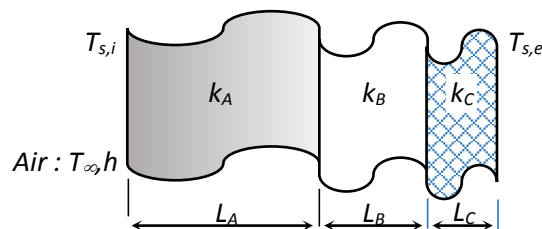
**5-2) RAYON CRITIQUE.** Considérons une couche d'isolation en amiante telle que  $k_a = 0.17 \text{ W/(m.K)}$  autour d'un conduit cylindrique tel qu'illustré sur la figure ci-dessous. La température de la surface interne de l'isolant est notée  $T_i$  et sa surface externe est exposée à un environnement dont la température est  $T_\infty$  et le coefficient de transfert convectif est  $h = 3.0 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$ .

1. A partir du bilan thermique déterminez le rayon critique  $r_0$  qui maximisera le transfert thermique.
2. Dans le cas où la température de la surface interne de l'isolant est  $T_i = 200^\circ\text{C}$  et que la température ambiante est  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ , calculez la perte thermique du conduit cylindrique de diamètre 5.0 cm sans isolation, et avec isolation telle que le rayon externe de l'isolant soit  $r_0$ .



--ooOoo--

**5-3)** La paroi d'un four est constituée de trois plaques accolées A, B et C dont seules les plaques A et C ont les caractéristiques connues ( $k_A = 20 \text{ W/(m.K)}$ ,  $L_A = 0.30 \text{ m}$ ,  $k_C = 50 \text{ W/(m.K)}$  et  $L_C = 0.15 \text{ m}$ ). La plaque B a une épaisseur connue  $L_B = 0.15 \text{ m}$ . Soumis à un régime stationnaire, les températures des surfaces interne et externe du four sont  $T_{s,i} = 600^\circ\text{C}$  et  $T_{s,e} = 20^\circ\text{C}$ , respectivement, tandis que la température de l'air du four est  $T_\infty = 800^\circ\text{C}$ . En admettant que le coefficient de convection à l'intérieur du four soit  $h_i = 25 \text{ W/m}^2\text{.K}$ , calculez le coefficient de conductivité  $k_B$ .



--ooOoo--

**5-4)** Une vapeur à  $T = 320^\circ\text{C}$  circule à l'intérieur d'un tube cylindrique en acier ( $k = 80 \text{ W/(m.}^\circ\text{C)}$ ) dont les diamètres externe et interne sont 5.5/5 cm. Le tube est isolé de l'environnement à  $T = 5^\circ\text{C}$  par une couche de laine de verre ( $k_v = 0.05 \text{ W/(m.}^\circ\text{C)}$ ) d'une épaisseur de 3 cm. Le transfert de chaleur vers l'environnement se fait par convection et radiation telles que le coefficient globale  $h_{conv,rad} = 18 \text{ W/(m}^2\text{.}^\circ\text{C)}$ . En supposant que le coefficient de transfert par convection à l'intérieur de la conduite soit  $h_i = 60 \text{ W/(m}^2\text{.}^\circ\text{C)}$  :

1. Déterminez la perte de chaleur par unité de longueur de la conduite.
2. Déterminez la chute de température de la conduite avec et sans isolant.

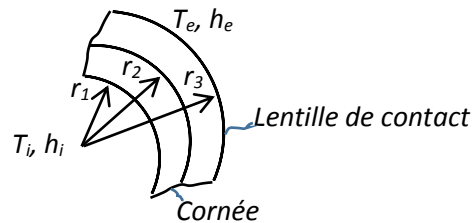
## Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°6)

**6-1) SURFACES SPHERIQUES.** L'énergie transférée de l'intérieur de la cavité de l'œil à travers la cornée, varie considérablement et dépend essentiellement de la façon du port des lentilles de contact. L'œil, peut être considéré comme un système sphérique fonctionnant en régime stationnaire. Le coefficient de transmission de chaleur par convection  $h_e$  peut être considéré invariable avec ou sans lentilles.

La cornée et la lentille couvrent le tiers de la surface de l'œil.

Données :  $r_1 = 10.2\text{mm}$ ,  $r_2=12.7\text{mm}$ ,  $r_3=16.5\text{mm}$ ,  $T_i=37^\circ\text{C}$ ,  $T_c=21^\circ\text{C}$ ,  $k_1=0.35\text{W/m.K}$ ,  $k_2=0.80\text{W/m.K}$ ,  $h_i=12\text{ W/m}^2.\text{K}$ ,  $h_e=6\text{W/m}^2.\text{K}$ .

Déterminez les pertes de chaleur avec et sans lentilles de contact.



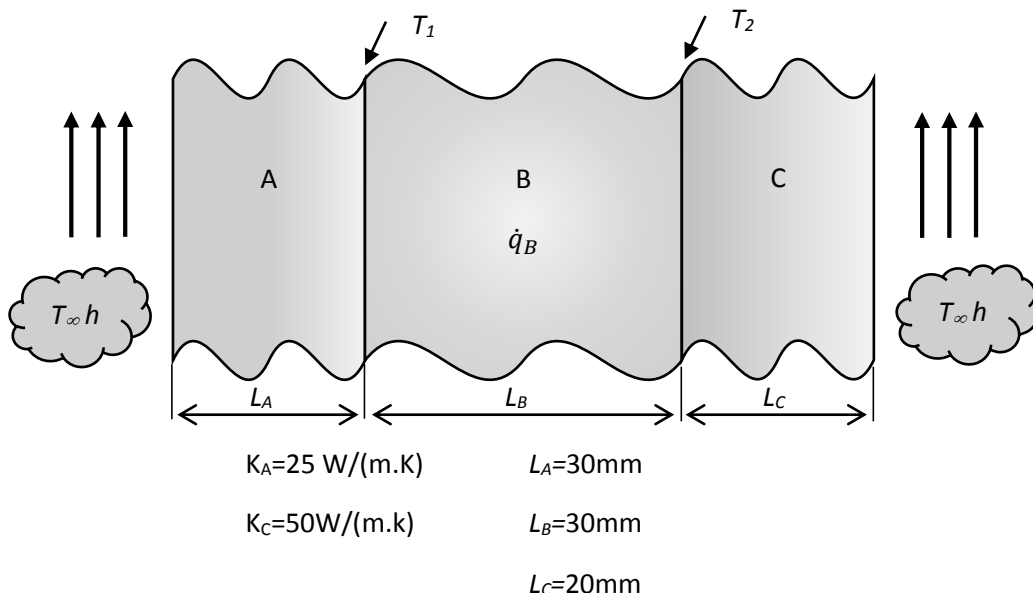
--ooOoo--

**6-2) Source de chaleur.** Un mur plan d'épaisseur de 0.1m, d'une conductivité thermique de 25W/(m.K) et contenant une source de chaleur uniforme de 0.3 MW/m<sup>3</sup> est isolé sur une de ses surfaces tandis que la surface opposée est exposée à un fluide à une température de 92°C et dont le coefficient de convection avec la surface est de 500W/(m.K).

Déterminez la température maximale dans le mur.

--ooOoo--

**6-3)** Considérez une conduction uni-axiale à travers un mur composite. Les surfaces externes sont exposées à un fluide à 25°C pour un coefficient de convection thermique de 1000W/(m<sup>2</sup>.K). Seul le mur central B est soumis à une source de chaleur  $\dot{q}_B$ , et les températures des interfaces sont  $T_1=261^\circ\text{C}$  et  $T_2=211^\circ\text{C}$ . Calculer  $\dot{q}_B$  et  $k_B$ .



## Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°7)

**7-1) SOURCE DE CHALEUR AVEC CONVECTION.** Un courant électrique de 200A traverse un fil conducteur de 3mm de diamètre et de 1m de longueur en acier inoxydable,  $k=19\text{W}/(\text{m.K})$ . La résistivité électrique de l'acier peut être assimilée à  $r=70\mu\Omega \text{ cm}$ . Le fil est plongé dans un liquide à une température de  $T=110^\circ\text{C}$  et nous notons une convection dont le coefficient de transfert est de  $4.0\text{W}/(\text{m}^2.\text{K})$ . Calculez la température au centre du fil.

On donne :

Puissance électrique :  $P = RI^2 [W]$ , et  $R = \rho \frac{L}{s}$ ,  $L$  longueur du fil et  $s$  sa section.

--ooOoo--

**7-2)** Un fil conducteur de 3mm de diamètre et de 5m de longueur est gainé par une couche de 2mm de plastic dont le coefficient de conduction  $k=0.15\text{W}/(\text{m.K})$ . Pour une différence de potentiel  $U=8 \text{ V}$ , on note une intensité de courant  $I=10\text{A}$ . En exposant le fil à un environnement à  $30^\circ\text{C}$ , on note une convection dont le coefficient est  $12\text{W}/(\text{m.K})$ . Déterminez la température à l'interface entre le fil et l'isolant. Calculez le rayon critique qui maximise le transfert thermique.

--ooOoo--

**7-3)** Dans un mur plan d'épaisseur  $L=50\text{mm}$  et de conductivité  $k=5 \text{ W}/(\text{m.K})$ , une conduction stationnaire avec source de chaleur  $q$  distribue la température à l'intérieur du mur telle que  $T=a+bx+cx^2$ . A  $x=0$ , la température de la surface est  $T_0=120^\circ\text{C}$  et observe une convection de coefficient  $h=500 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$  avec un environnement à une température de  $20^\circ\text{C}$ . La surface à  $x=L$  est isolée thermiquement. Déterminez  $\dot{q}$ .

--ooOoo--

**7-4)** La distribution de la température à travers un mur d'épaisseur  $L$  plan obéit à la loi suivante :

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = C_1 + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

Où  $T_1$  et  $T_2$  sont les températures de chaque extrémité du mur. En supposant la conductivité thermique à l'intérieur du mur constante, déterminez une expression de la source de chaleur en fonction de  $x$  qui est la distance à partir de l'extrémité du mur où  $T=T_1$ . On donnera  $\dot{q}_0=0$  à  $x=0$ .

--ooOoo--

### Travaux dirigés de Transfert de Chaleur et de Masse (Série n°8)

**8-1)** Une bille en acier [ $\rho = 7800 \text{ kg/cm}^3$ ,  $c_p = 0.46 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ ,  $k = 35 \text{ W}/(\text{m.K})$ ] de 5.0cm de diamètre est initialement à une température  $T = 450^\circ\text{C}$  est subitement mise dans un environnement où la température est maintenue constante à  $T = 100^\circ\text{C}$ . Le coefficient de convection étant de  $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ .

Calculez le temps mis par cette bille pour atteindre une température de  $150^\circ\text{C}$ .

--ooOoo--

**8-2)** La température d'un gaz en mouvement est mesurée par un thermocouple dont la jonction est assimilée à une sphère de 1mm de diamètre. Les propriétés de la jonction sont les suivantes :  $k = 35 \text{ W}/(\text{m}.\text{°C})$ ,  $\rho = 8500 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 320 \text{ J}/(\text{kg}.\text{°C})$  et le coefficient de convection entre la jonction et le gaz est  $h = 210 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{°C})$ . Déterminez le temps nécessaire à la jonction pour atteindre 99% de la différence initiale de température.

--ooOoo--

**8-3)** La distribution de la température à travers un mur d'épaisseur  $L$  plan obéit à la loi suivante :

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = C_1 + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

Où  $T_1$  et  $T_2$  sont les températures de chaque extrémité du mur. En supposant la conductivité thermique à l'intérieur du mur constante, déterminez une expression de la source de chaleur en fonction de  $x$  qui est la distance à partir de l'extrémité du mur où  $T=T_1$ . On donnera  $\dot{q}_0 = 0$  à  $x = 0$ .

--ooOoo--



## Travaux dirigés de Transferts de Chaleur et de Masse (Série n°9)

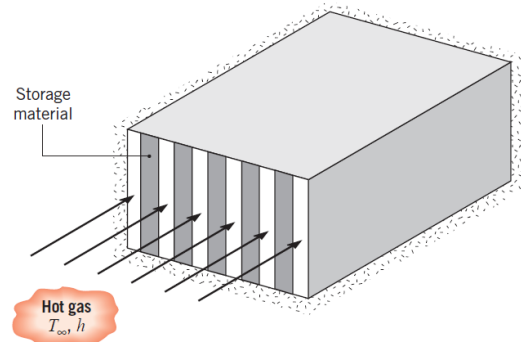
9-1) Une bille en aluminium [ $\rho = 2700 \text{ kg/cm}^3$ ,  $c_p = 950 \text{ J/(kg K)}$ ,  $k = 240 \text{ W/(m.K)}$ ] de 7.5 cm de diamètre est initialement à une température  $T = 380^\circ\text{C}$  est subitement mise dans un environnement où la température est maintenue constante. Le coefficient de convection étant de  $h = 75 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$ . Déterminez la température de l'environnement de sorte que la bille atteigne une température finale de 230 en 3 min.

--ooOoo--

9-2) Un gaz en mouvement réchauffe un dé cubique en cuivre de 1 cm d'arête. Les propriétés du matériau sont les suivantes :  $k = 35 \text{ W/(m.}^\circ\text{C)}$ ,  $\rho = 8500 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 320 \text{ J/(kg.}^\circ\text{C)}$  et le coefficient de convection entre le dé et le gaz est  $h = 210 \text{ W/(m}^2\text{.}^\circ\text{C)}$ . Déterminez le temps nécessaire pour que le dé (cubique) atteigne 60% de la différence initiale de température.

--ooOoo--

9-3) Une unité de stockage de l'énergie calorifique consiste en une série de plaques rectangulaires en aluminium de température initiale  $T_i = 25^\circ\text{C}$  alternées par des canaux de passage de fluide dont la température  $T_\infty = 600^\circ\text{C}$  et  $h = 100 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$  avec la plaque. Chaque couche de stockage consiste en une plaque en aluminium de 0.05 m d'épaisseur. En considérant que l'énergie de stockage est responsable de l'augmentation de la température à l'intérieur de la plaque, déterminez le temps nécessaire au stockage de 75% de l'énergie de reçue.



--ooOoo--

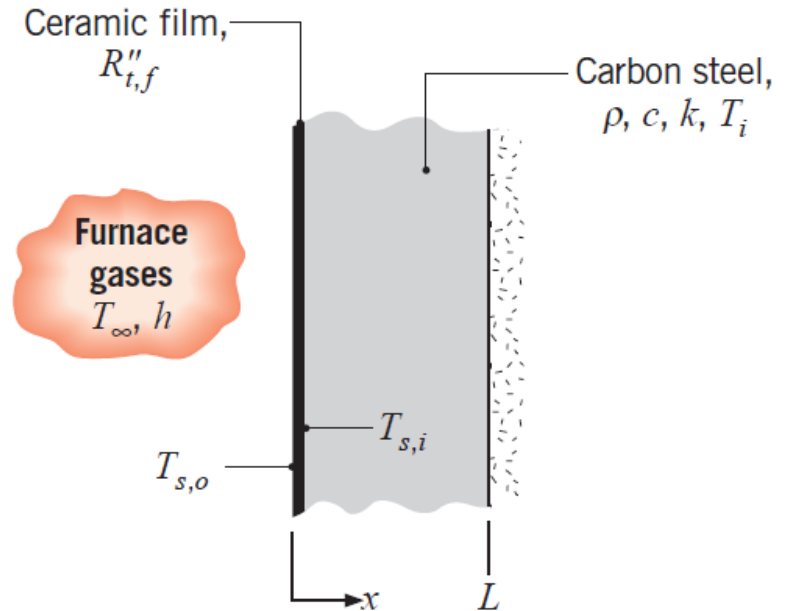
9-4) La distribution de la température à travers un mur d'épaisseur  $L$  plan obéit à la loi suivante :

$$T = \frac{C_1 x}{1 - C_2 x}$$

Où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes. En supposant la conductivité thermique à l'intérieur du mur constante, déterminez une expression de la source de chaleur en fonction de  $x$  qui est la distance à partir de l'extrémité du mur.

**Travaux dirigés de Transferts de Chaleur et de Masse (Série n°10)**

**10-1** La paroi d'un four est un mur plan fabriqué en acier ( $k=60 \text{ W/(m.K)}$ ),  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$  et  $c_p=430 \text{ J/(kg.K)}$  dont l'épaisseur  $L$  vaut 10 mm. Afin de protéger cette paroi de la corrosion à haute température dues aux gaz chauds, une face de celle-ci est recouverte d'un film très mince en céramique qui, pour une surface unitaire, a une résistance thermique  $R''_{t,f}=0.01 \text{ m}^2.\text{K/W}$ . La surface opposée étant isolée de l'environnement.



Au démarrage du processus, la paroi en acier a une température  $T_i=300 \text{ K}$ , pour une température des gaz chauds entrants  $T=1300 \text{ K}$ . Ce qui fournit un coefficient de transfert par convection  $h=20 \text{ W/(m}^2.\text{K)}$  entre la couche de céramique et les gaz chauds. Déterminez le temps mis pour que la paroi en acier atteigne la température  $T_{s,i}=1200 \text{ K}$ . En déduire la température  $T_{s,o}$  de la face exposée de la paroi en céramique à cet instant.

**Solution :**

Selon le cours, le temps  $t$  mis par un objet de température initiale  $T_i$  soumis à un environnement de température  $T_\infty$  et ce pour atteindre la température  $T_t$  s'écrit :

$$t = \frac{\rho V c_p}{h A} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_t - T_\infty}$$

La longueur caractéristique  $V/A$  dans le cas d'un mur plan s'écrit :

$$V/A = A L/A = L$$

$$t = \frac{7850 \times 10 \cdot 10^{-3} \times 430}{20} \ln \frac{300 - 1300}{1200 - 1300} \approx 3886.19 \text{ s} \approx 1.08 \text{ h}$$

Le transfert de chaleur  $q_x$  dans le film en céramique est identique au transfert de chaleur par convection par entre le film et l'environnement :

$$q_x = A \frac{T_{s,o} - T_{s,i}}{R} = h A (T_\infty - T_{s,o}) \Rightarrow (1 + h R) T_{s,o} = h R (T_\infty + T_{s,i}) \Rightarrow T_{s,o} = \frac{h R T_\infty + T_{s,i}}{1 + h R}$$

$$T_{s,o} = \frac{20 \times (0.01) \times 1300 + 1200}{1 + 20 \times 0.01} = 1216.7 \text{ K}$$

--ooOoo--

**10-2)** Un long fil conducteur de diamètre  $D=1$  mm est immergé dans une cuve contenant de l'huile à une température  $T=25^\circ\text{C}$ . Le fil a une résistance électrique par unité de longueur  $R'=0.01 \Omega/\text{m}$ . Si un courant  $I$  de 100 A traverse le fil pour le réchauffer par effet joule et crée ainsi une convection entre sa surface et l'huile de coefficient  $h=500 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$ , déterminez la température du fil conducteur une fois le régime permanent atteint.

A partir de l'instant où le courant est appliqué au fil conducteur, quel temps faudra-t'il pour que le fil atteigne une température inférieure de  $1^\circ\text{C}$  à la température du régime permanent ?

On donne les propriétés du fil conducteur :  $\rho=8000 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c_p=500 \text{ J}/(\text{kg}.\text{K})$ , and  $k=20 \text{ W}/(\text{m}.\text{K})$ .

**Solution :**

Puissance électrique débitée du fil conducteur =  $R I^2$  [en watt].

En supposant les pertes négligeables, toute la puissance électrique sera consommée par l'huile (le fluide) pour faire varier sa température :

$$h A (T_s - T_\infty) = R I^2 \Rightarrow T_s = \frac{R I^2}{h A} + T_\infty = \frac{R I^2}{\pi D l h} + T_\infty = \frac{0.01 \times (100)^2}{\pi \times 500 \times 10^{-3}} + 25 = 88.7^\circ\text{C}$$

Le temps mis par le fil conducteur pour atteindre la température  $T(t) = T_s - 1^\circ\text{C}$  :

$$t = \frac{\rho V c_p}{h A} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_t - T_\infty}$$

Avec  $V/A=r/2$  (cas du fil cylindrique)

$$t = \frac{8000 \times (10^{-3}/2) \times 500}{2 \times (500)} \ln \frac{25 - 88.7}{(88.7 - 1) - 88.7} = 8.31 \text{ s}$$

--ooOoo--

**10-3)** Un échantillon cubique en acier de 11.3 mm de côté et à une température initiale  $T = 76^\circ\text{C}$  est introduit dans un four de recuit dont la température à l'intérieur est de  $T = 560^\circ\text{C}$ . Un thermocouple solidaire de l'échantillon indique une température de  $250^\circ\text{C}$ , après un temps de recuit de 48 s. Calculez le coefficient de transfert thermique entre l'échantillon et l'environnement du four.

On donne  $\rho_{cu}=8933 \text{ kg}/\text{m}^3$  et  $c_p=385 \text{ J}/(\text{kg}.\text{K})$

**Solution :**

A partir de la relation :

$$t = \frac{\rho V c_p}{h A} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_t - T_\infty}$$

Comme l'échantillon est cubique, son volume  $V=a^3$  et sa surface  $A=6 a^2$ . Nous en déduisons sa longueur caractéristique :

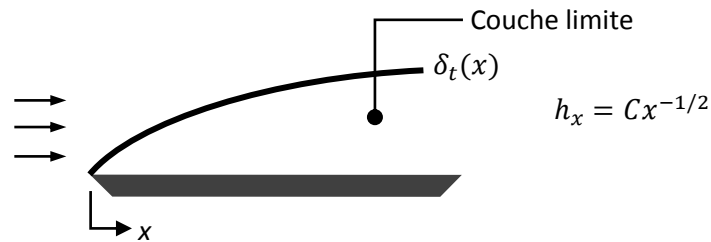
$$\frac{V}{A} = \frac{a^3}{6 a^2} = \frac{a}{6}$$

nous en déduisons le coefficient de convection  $h$ .

$$h = \frac{\rho a c_p}{6 t} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_t - T_\infty} = \frac{8933 \times (11.3 \times 10^{-2}) \times 385}{6 \times 48} \ln \frac{76 - 560}{250 - 560} = \mathbf{601.2 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}}$$

## Travaux dirigés de Transferts de Chaleur et de Masse (Série n°11)

**11-1)** L'écoulement laminaire sur une surface plane fournit un coefficient de transfert par convection  $h_x$  qui obéit à la loi suivante :  $h_x = C x^{-1/2}$ , où  $C$  est une constante et  $x$  la distance de l'origine.



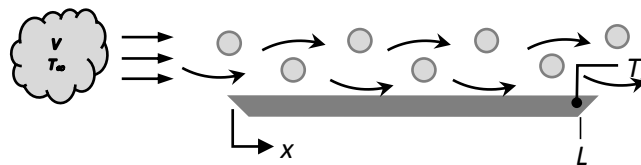
Déterminez le rapport entre le coefficient moyen de transfert thermique entre l'origine et un point d'abscisse  $x$  et le coefficient local de transfert thermique au point  $x$ .

Commentez le résultat.

--ooOoo--

**11-2)** Un écoulement d'air à pression atmosphérique débite parallèlement à une surface plane de longueur  $L=3m$ . Des chicanees distribuées le long de la surface permettent de transformer l'écoulement de laminaire à turbulent.

Des mesures au laboratoire du coefficient local de transfert de chaleur sur la surface de la plane aboutissent à la relation suivante :  $h_x = 0.7 + 13.6 x - 3.4 x^2$ , où  $h_x$  s'exprime en  $W/(m^2.K)$  et en m.



Évaluez le coefficient moyen de transfert thermique  $\bar{h}_L$  sur toute la longueur de la surface plane. En déduire le rapport entre le coefficient moyen et le coefficient local thermiques à une abscisse  $L$ .

--ooOoo--

**11-3)** De l'eau à une température  $T=25^\circ C$  ( $k_f=0.62 W/(m.K)$ ) débite sur une surface plane d'une plaque en acier de type AISI 1010 ( $k_s=61.7W/(m.K)$ ) dont la température est  $T_{s1}=40^\circ C$ . La surface plane a une épaisseur  $L=0.35m$  et la surface opposée est à une température  $T_{s2}=100^\circ C$ .

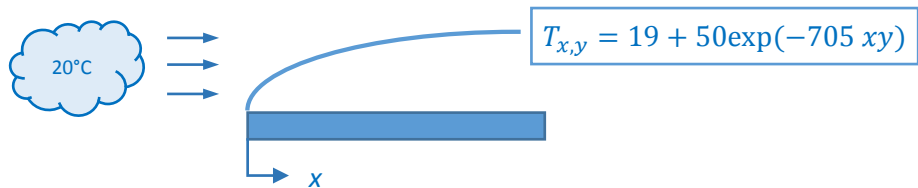
En condition stationnaire, déterminez le coefficient de transfert du débit d'eau. Quels sont les gradients de température au sein de la plaque en acier ainsi qu'à la surface de la plaque en acier.

**Travaux dirigés de Transferts de Chaleur et de Masse (Série n°12)**

**12-1)** Un débit d'air à température  $T = 25^\circ\text{C}$  circule parallèlement à une surface plane de longueur  $L = 5\text{m}$  et dont la température  $T_s = 75^\circ\text{C}$ . Des obstacles sont installés le long de la surface plane pour augmenter la turbulence le long de l'axe  $x$  sur le plan de la surface. La variation spatiale de la température obéit dans ces conditions à la loi suivante :  $T(x, y) = 19 + 50 \exp(-705 xy)$ , où  $x$  et  $y$  sont exprimés en mètres.

Déterminez et tracez l'évolution du coefficient local  $h$  de transfert thermique par convection, en fonction de l'abscisse  $x$ . Évaluez le coefficient moyen de transfert thermique par convection  $\bar{h}_x$ .

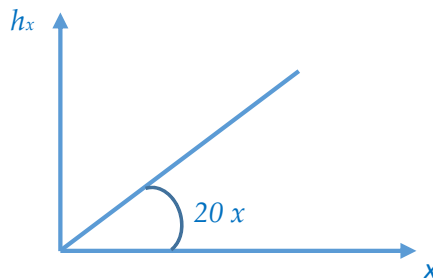
On donne dans ces conditions  $k_{air} = 0.0284 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$ ,  $\nu = 15.71 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ .



**Solution**

$$h_x = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-0.0284 (70) (705 x) \exp(-705 xy)}{75 - 25} \approx 20 x \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

Une représentation graphique donnerait la figure suivante :



$$\bar{h}_x = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx = \frac{1}{5} \int_0^5 20 x dx = \frac{20}{5} \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^5 = 50 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

--ooOoo--

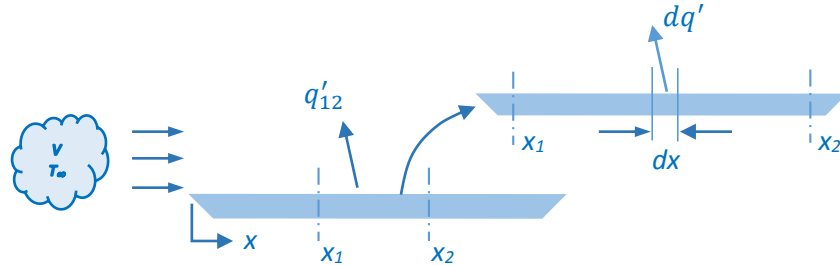
**12-2)** Le flux de chaleur par unité de longueur, peut s'exprimer comme suit :

$$q'_{12} = \bar{h}_{12} (x_2 - x_1) (T_s - T_\infty)$$

où  $\bar{h}_{12}$  désigne le coefficient moyen de transfert par convection sur le segment de longueur  $(x_2 - x_1)$ .

Considérons un écoulement laminaire sur la surface plane et une distribution spatiale du coefficient de convection  $h_x = C x^{-1/2}$ , avec  $C$  une constante.

- (a) En utilisant l'expression de vitesse de transfert de chaleur par unité de longueur,  $dq' = h_x dx (T_s - T_\infty)$ , dérivez une expression pour  $\bar{h}_{12}$  en fonction  $C$ ,  $x_1$  et  $x_2$ .
- (b) Déterminez une expression de  $\bar{h}_{12}$  en fonction de  $x_1$  et  $x_2$  et des coefficients moyens  $\bar{h}_1$  et  $\bar{h}_2$  correspondant aux distances  $x_1$  et  $x_2$ , respectivement.



### Solution

(a)  $q'_{12} = \bar{h}_{12}(x_2 - x_1)(T_s - T_\infty)$  avec  $\bar{h}_{12}$  le coefficient de transfert par convection entre  $x_1$  et  $x_2$

$$q'_{12} = \int_{x_1}^{x_2} h_x dx (T_s - T_\infty) = (T_s - T_\infty) \int_{x_1}^{x_2} h_x dx$$

$$\bar{h}_{12} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} h_x dx \text{ avec } h_x = C x^{-1/2}$$

$$\bar{h}_{12} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} C x^{-1/2} dx = \frac{C}{x_2 - x_1} \left[ \frac{x^{1/2}}{1/2} \right]_{x_1}^{x_2} = 2C \frac{x_2^{1/2} - x_1^{1/2}}{x_2 - x_1}$$

(b) Le flux linéique de chaleur (par unité de longueur) peut-être également écrit comme suit :

$q'_{12} = \bar{h}_2 x_2 (T_s - T_\infty) - \bar{h}_1 x_1 (T_s - T_\infty)$  qui détermine la différence entre le flux linéique de la section  $0-x_1$  et celui de la section  $0-x_2$ , telle une différence algébrique  $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}$



$$\bar{h}_{12} = \frac{\bar{h}_2 x_2 - \bar{h}_1 x_1}{x_2 - x_1}$$

--ooOoo--

**12-3)** Un ventilateur est destiné à souffler de l'air jusqu'à une vitesse  $v=50\text{m/s}$ . Une soufflerie, débitant de l'air à une température  $T=25^\circ\text{C}$  à travers une surface plate, est utilisée pour étudier l'évolution de la couche limite jusqu'à un nombre de Reynolds  $Re_{e,x} = 10^8$ . Donnez la longueur minimale qui doit être utilisée pour cette condition.

A quelle distance à partir de l'origine de la soufflerie, obtient-on un Reynolds critique égal à  $Re_{e,cr} = 5 \cdot 10^5$ . On donne la viscosité cinématique  $\nu = \frac{\mu}{\rho} 0.0284 \text{ m}^2/\text{s}$

## Solution

$$Re_x = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{Re_x \nu}{U_\infty} = \frac{10^8 (15.71 \cdot 10^{-6})}{50} = \mathbf{31.4 \text{ m}}$$
$$x_c = \frac{Re_{xc} \nu}{U_\infty} = \frac{5 \cdot 10^5 (15.71 \cdot 10^{-6})}{50} = \mathbf{0.157 \text{ m}}$$