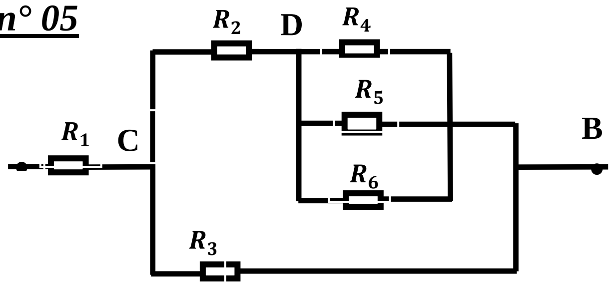
Solution de la série n° 05



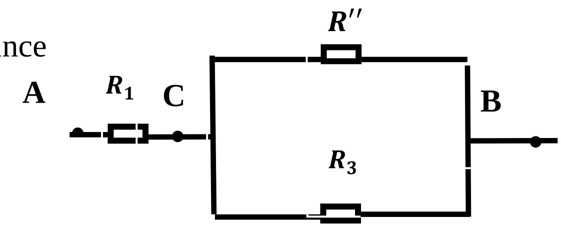
Exercice n°1: Calculer la résistance équivalente de l'ensemble des résistances montrées sur la figure suivante.

Considérer le cas ou $R_1 = R_2 = \frac{R_3}{2} = \frac{R_4}{3} = \frac{R_5}{3} = \frac{R_6}{3} = r = 10k\Omega$.

Solution

Les résistances R_4, R_5 et R_6 entre les deux points D et B sont en parallèle et on peut les remplacer par une résistance équivalente R'

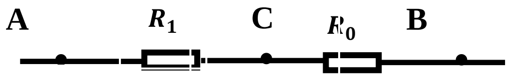
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad \rightarrow R' = \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)^{-1}$$



Maintenant les deux résistances **R_2** et **R'** sont en série et donc la résistance **R'' = R'+ R_2**, et elle est en parallèle avec la résistance **R_3**.

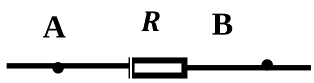
$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R_3} \rightarrow R_0 = \left(\frac{1}{R''} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1}$$

$$\rightarrow R_0 = \frac{R''R_3}{R'' + R_3} = \frac{(\mathrm{R}' + R_2)R_3}{\mathrm{R}' + R_2 + R_3}$$



et enfin la résistance équivalente entre les bornes A et B

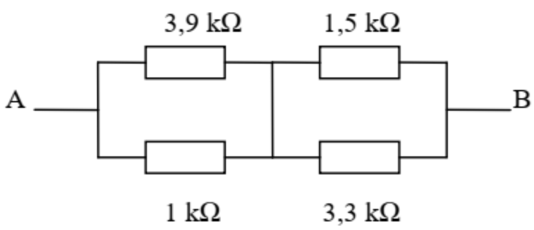
R = R_1 + R_0

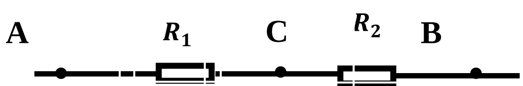


<u>Application numérique</u>

R' = r, R'' = 2r, R_0 = r et R =2r = 20kΩ.

Exercice n°2:





- les résistances 3.9 kΩ et 1 kΩ en parallèle : $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{3.9} + \frac{1}{1} = 0.256 + 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_1} = 1.256 \Rightarrow R_1 = 0.796\ k\Omega$$

-les résistances 1.5 kΩ et 3.3 kΩ en parallèle : $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{1.5} + \frac{1}{3.3} = 0.667 + 0.303$

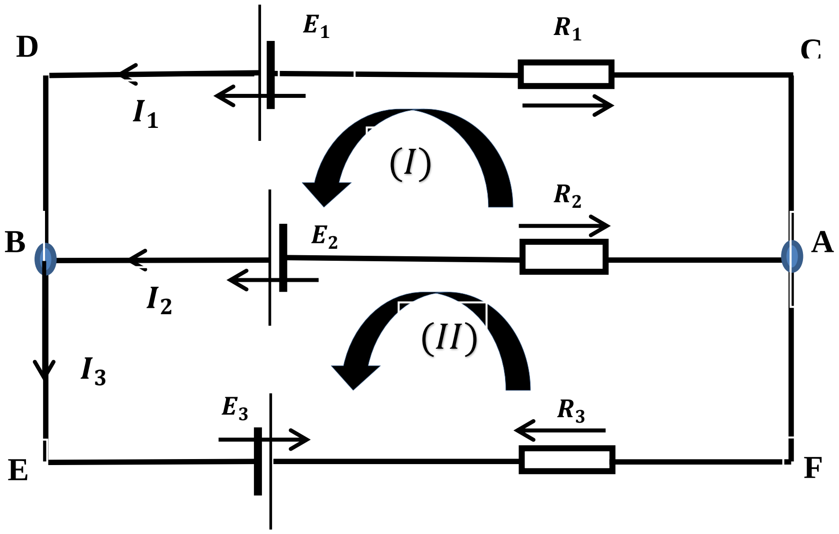
$$\Rightarrow \frac{1}{R_2} = 0.97 \Rightarrow R_2 = 1.031k\Omega$$

-les résistances R_1 et R_2 en série : $R_{eq} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{eq} = 1.827k\Omega$

Exercice n°3:

1°/ Identifions le nombre des noeuds, branches et mailles.

- Noeuds ***n*** : ***n*** = 2 (***A*** et ***B***).
- Branches ***b*** : ***b*** = 3 (**ACDB**, **AB** et **AFEB**).
- Mailles ***m***: ***m=b-(n-1) = 2*** → existe deux mailles indépendantes



2°/ Ecrivons les lois de Kirchhoff :

✓ ***Première loi***: loi des noeuds

En un nœud d'un circuit, la somme algébrique des courants est nulle.

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \leftrightarrow \sum I_{entrants} = \sum I_{sortants}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (01)$$

✓ ***Deuxième loi*:** loi des mailles

Pour une maille d'un circuit, la somme algébrique des f.é.m. est égale à la somme algébrique des produits **RI**.

$$\sum_{k=1}^{n} E_k - \sum_{k=1}^{n} R_k I_k = 0$$

Maille (**ACDBA**): $E_1 - E_2 + R_2I_2 - R_1I_1 = 0$ (02)

Maille (**ABEFA**): $E_2 + E_3 - R_3I_3 - R_2I_2 = 0$ (03)

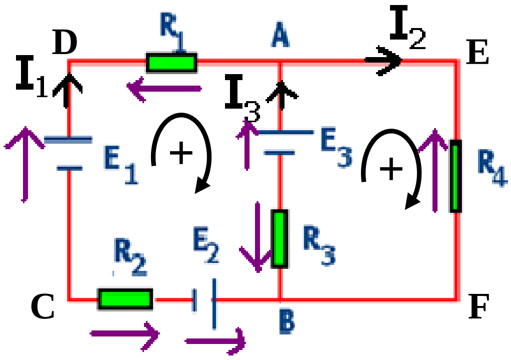
3°/ les intensités des courants $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{I_2}$ et $\mathbf{I_3}$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 & (01) \\ 12 + 8\mathrm{I}_2 - 10\mathrm{I}_1 = 0 & (02) \\ 14 - 2\mathrm{I}_3 - 8\mathrm{I}_2 = 0 & (03) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = 2A \\ I_2 = 1A \\ I_3 = 3A \end{cases}$$

4°/ les tensions aux bornes de chaque résistance.

$$\begin{cases} U_1 = R_1 I_1 = 20v \\ U_2 = R_2 I_2 = 8v \\ U_3 = R_3 I_3 = 6v \end{cases}$$

Exercice n°04:



1. Il y a **2 noeuds** et **3 mailles**.

Loi des noeuds : $I_2=I_3+I_1$

Loi des mailles :

Maille CDABC**:** $E_1-R_1I_1-E_3+R_3I_3-E_2-R_2I_1=0$

Maille BAEFB**:** $E_3-R_4I_2-R_3I_3=0$

Maille CDAEFBC**:** $E_1-R_1I_1-R_4I_2-E_2-R_2I_1=0$

On constate qu'on un système de 3 équations à 3 inconnues qu'il fallait résoudre :

$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ E_1 - R_1I_1 - E_3 + R_3I_3 - E_2 - R_2I_1 = 0 \\ E_3 - R_4I_2 - R_3I_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \text{.......................................(01)} \\ 30 - 10I_1 - 20 + 30I_3 - 10 - 20I_1 = 0\text{..(02)} \\ 20 - 40I_2 - 30I_3 = 0\text{.........................(03)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = 2I_3 \text{..(04)} \\ I_1 = I_3 \text{..(05)} \\ 2 - 8I_3 - 3I_3 = 0\text{..............................(06)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = \dfrac{2}{11}A \text{..(04)} \\ I_2 = \dfrac{4}{11}A \text{..(05)} \\ I_3 = \dfrac{2}{11}A \text{...(09)} \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} V_1 = R_1I_1 = \dfrac{20}{11}V \\ V_2 = R_2I_1 = \dfrac{40}{11}V \\ V_3 = R_3I_3 = \dfrac{60}{11}V \\ V_4 = R_4I_2 = \dfrac{80}{11}V \end{cases}$$

<u>Exercice n° 5</u> : (D.M)

- <u>Les lois de Kirchhoff :</u>

  Loi des nœuds : $I_1 = I_2 + I_3 \ldots\ldots\ldots (1)$

  Loi de mailles : $\begin{cases} maille1: E = R_1 I_1 + R_3 I_3 \ldots\ldots (2) \\ maille2: E = R_1 I_1 + R_2 I_2 \ldots\ldots (3) \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{R_3}{R_2} I_3$

$$(1) \Rightarrow I_1 = \frac{R_3}{R_2} I_3 + I_3 \Rightarrow I_1 = \frac{R_3 + R_2}{R_2} I_3$$

$$(2) \Rightarrow E = \frac{R_1(R_3 + R_2)}{R_2} I_3 + R_3 I_3 \Rightarrow E = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2} I_3$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{ER_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{ER_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

- Application numérique : E = 6 V, R_1 = 270 Ω, R_2 = 470 Ω et R_3 = 220 Ω

$$\Rightarrow I_3 = \frac{ER_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{6 * 470}{270 * 470 + 270 * 220 + 470 * 200}$$

$$\Rightarrow I_3 = 0.01A = 10mA$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{ER_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \Rightarrow I_2 = \frac{6 * 220}{270 * 470 + 270 * 220 + 470 * 200}$$

$$\Rightarrow I_2 = 0.0047A = 4.7mA$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \Rightarrow I_1 = \frac{6 * (470 + 220)}{270 * 470 + 270 * 220 + 470 * 200}$$

$$\Rightarrow I_1 = 0.0147A = 14.7mA$$