

# Bases de l'électromagnétisme (Chapitre 4)

## Physique 2

H. Latelli

Département de physique

Laboratoire de Physique et Chimie des Matériaux

Equipe: Modélisation et Simulation des Matériaux

## 1. Introduction

Au 1<sup>er</sup> chapitre, nous avons étudié l'interaction électrique qui intervient entre deux corps électriquement chargés. Dans ce chapitre, nous allons considérer une autre interaction, l'interaction magnétique, qui fait intervenir le champ magnétique.

Selon la tradition, le phénomène du magnétisme aurait été mis en évidence pour la 1<sup>ère</sup> fois, par les grecs en Magnésie qui se trouve actuellement en Turquie.

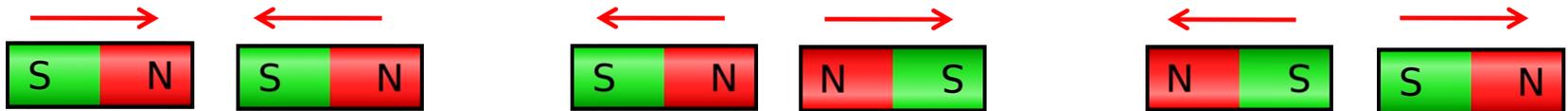
**Champs : Gravitationnel (masse) , Electrique (charge) , Magnétique (aimant)**

Un corps magnétique est aussi appelé « aimant ».



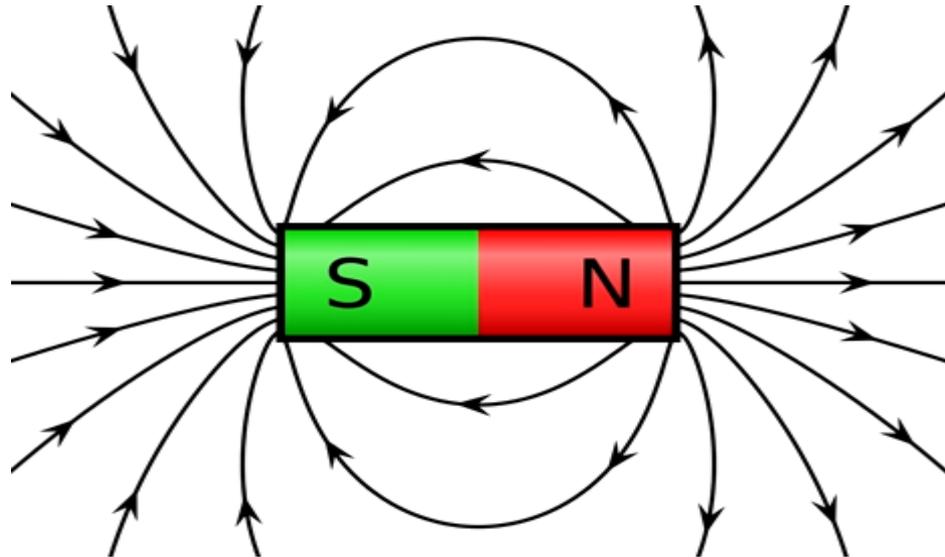
Les régions d'un corps magnétiques ne sont pas toutes actives, celles où semble se concentrer le magnétisme sont appelées « pôles magnétiques » : pôle nord (N) et pôle sud (S) .

### Expérience :



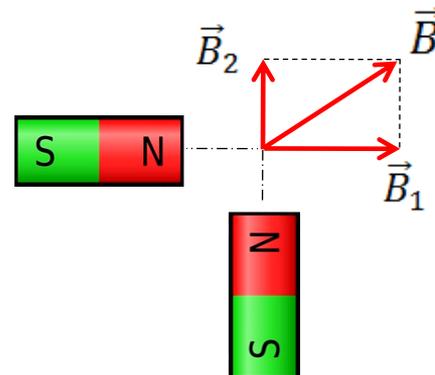
## 2. Champ magnétique

L'espace autour d'un aimant est caractérisé par un champ magnétique  $\vec{B}$ .



Les lignes du champ magnétique sortent du pôle nord (N) de l'aimant et rentrent par le pôle sud (S).  
Le vecteur  $\vec{B}$  est toujours tangent aux lignes de champ.

**Principe de superposition :**  $\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

## 3. Action d'un champ magnétique sur une charge en mouvement

### a) Force de Lorentz

La force qui s'exerce sur une charge ponctuelle  $q$ , se déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  dans des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  est donnée par :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

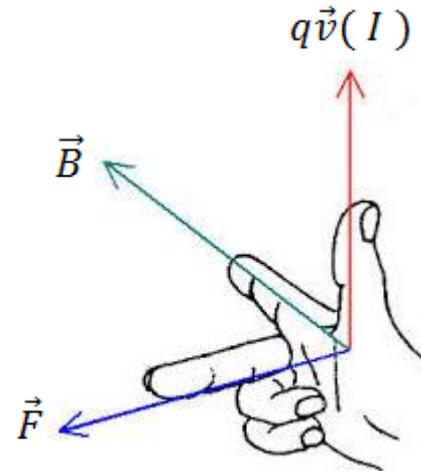
$$[B] = \text{Tesla.}$$

En absence du champ électrique :

$$\vec{F} = q (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

Les caractéristiques de la force de Lorentz sont :

- Direction :  $\vec{F} \perp \vec{v}$  ,  $\vec{F} \perp \vec{B} \rightarrow \vec{F} \perp (\vec{v}, \vec{B})$
- Sens :
- Intensité :  $F = \|\vec{F}\| = v \cdot B |q \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B})|$

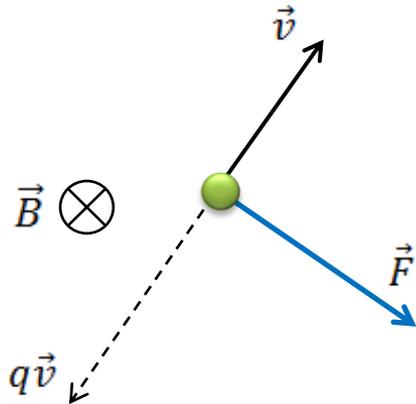


# Electromagnétisme

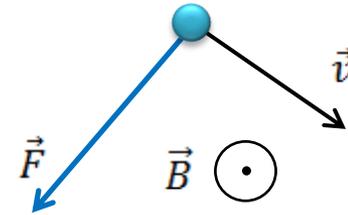
Exemples :

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

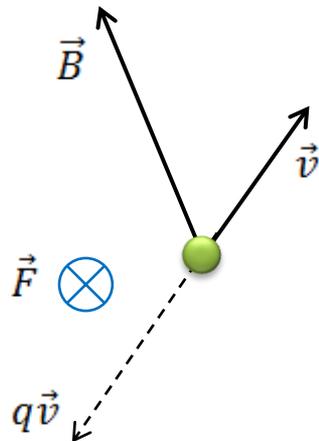
a)  $q < 0$



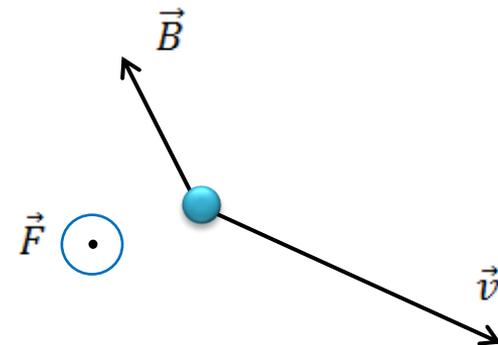
b)  $q > 0$



c)  $q < 0$



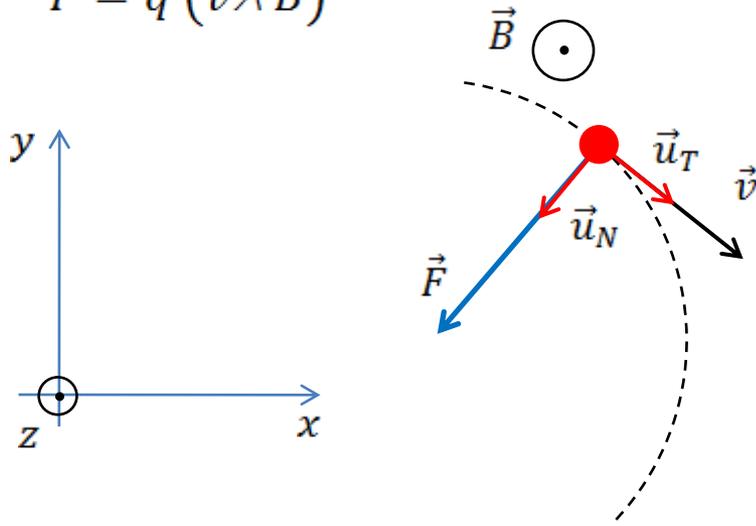
d)  $q > 0$



## b) Etude de mouvement d'une particule dans un champ magnétique

Si une particule ( $m, q > 0$ ),  $\vec{v}, \vec{B}$  avec  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , elle est soumise à une force :

$$\vec{F} = q (\vec{v} \wedge \vec{B})$$



$$\vec{B} = B \vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$\vec{F} = q \begin{bmatrix} v_x & 0 & \vec{i} \\ v_y & 0 & \vec{j} \\ 0 & B & \vec{k} \end{bmatrix} = q(v_y B \vec{i} - v_x B \vec{j})$$

Le mouvement se fait donc dans le plan ( $xoy$ ), il est donc préférable d'utiliser le repère de Frénet :

$$\vec{F} = qvB \vec{u}_N$$

Le PFD :

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$m \left( \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{R} \vec{u}_N \right) = qvB \vec{u}_N$$

$$\frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow \text{Mouvement uniforme}$$

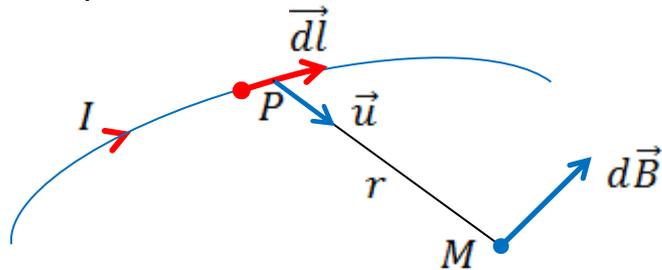
$$R = \frac{mv}{qB}$$

$R$  est constant  $\rightarrow$  Mvt circulaire.

## 4. Champ magnétique créé par un courant électrique

### a) Loi de Biot et Savart

Le champ magnétique élémentaire créé, en un point  $M$ , par un élément de courant  $I \vec{dl}$  est donnée par :



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

Où :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ S.I}$$

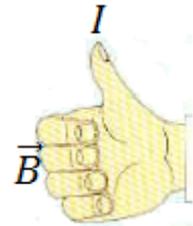
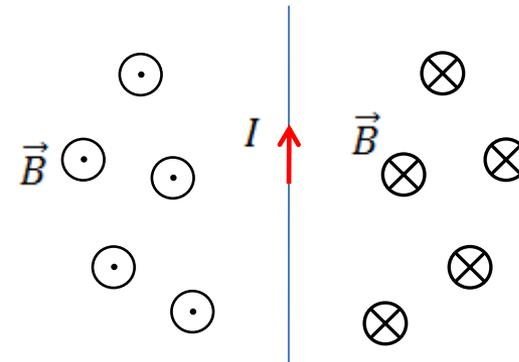
$$r = \|\vec{PM}\|, \quad \vec{u} = \frac{\vec{PM}}{\|\vec{PM}\|}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3}$$

### Sens et direction de $\vec{B}$ :

(Règle de la main droite)

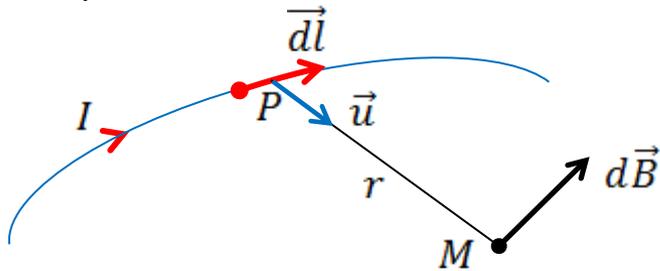
Fil rectiligne :



## 4. Champ magnétique créé par un courant électrique

### a) Loi de Biot et Savart

Le champ magnétique élémentaire créé, en un point  $M$ , par un élément de courant  $I \vec{dl}$  est donnée par :



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

Où :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ S.I}$$

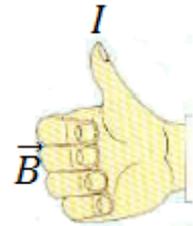
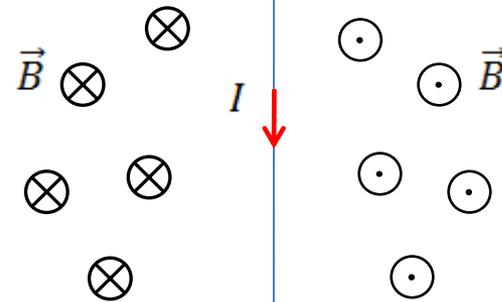
$$r = \|\overrightarrow{PM}\|, \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}$$

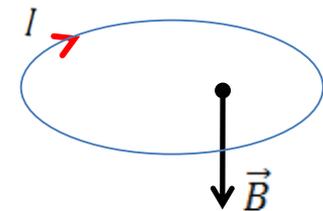
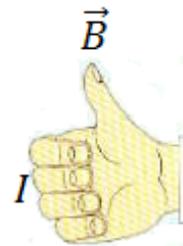
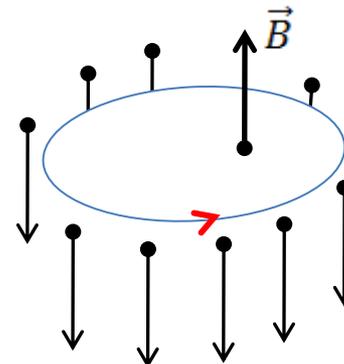
### Sens et direction de $\vec{B}$ :

(Règle de la main droite)

Fil rectiligne :

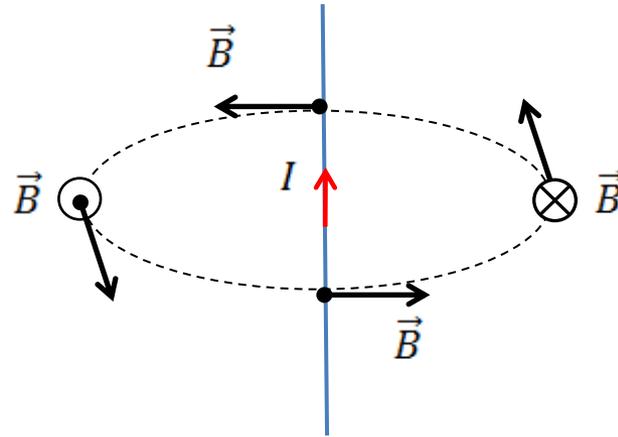


Fil circulaire :

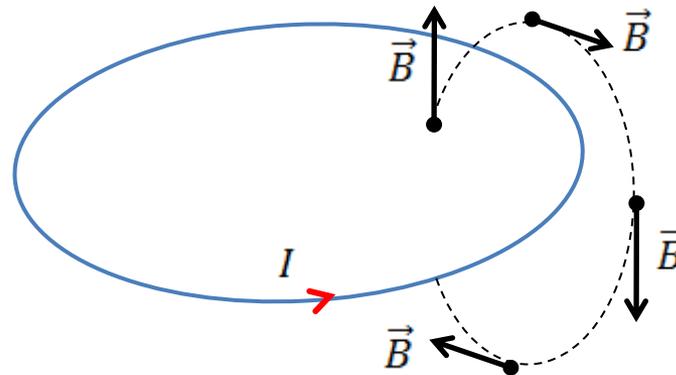


# Electromagnétisme

Fil rectiligne :

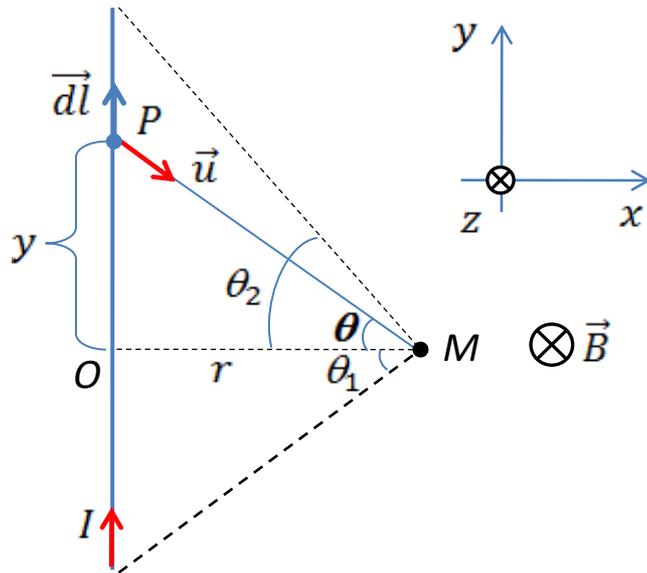


Fil circulaire :



## b) Champ magnétique créé par un tronçon d'un circuit filiforme (I)

Champ créé en  $M$ , point situé à la distance  $r$  d'un tronçon, le tronçon étant vu depuis  $M$  sous les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}$$

$$M(r, 0, 0), P(0, y, 0) \rightarrow \overrightarrow{PM} = r\vec{i} - y\vec{j}$$

$$\|\overrightarrow{PM}\|^3 = (r^2 + y^2)^{3/2}, \quad d\vec{l} = dy\vec{j}$$

$$d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM} = \begin{vmatrix} 0 & r & \vec{i} \\ dy & -y & \vec{j} \\ 0 & 0 & \vec{k} \end{vmatrix} = -r dy \vec{k}$$

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} r \vec{k} \int_L \frac{dy}{(y^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y}{r} \rightarrow y = r \operatorname{tg} \theta \rightarrow dy = \frac{r}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$(y^2 + r^2)^{3/2} = \frac{r^3}{\cos^3 \theta}$$

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} r \vec{k} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\frac{r}{\cos^2 \theta} d\theta}{\frac{r^3}{\cos^3 \theta}}$$

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi r} \vec{k} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) \vec{k}$$

# Electromagnétisme

Pour un fil de longueur infinie :

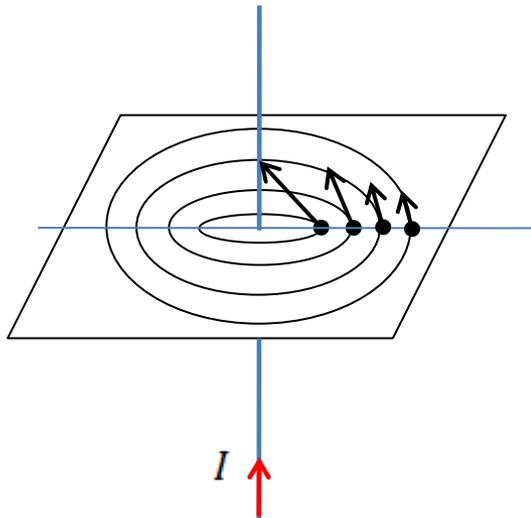
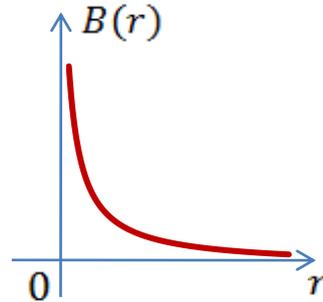
$$\theta_1 \rightarrow +\frac{\pi}{2} \text{ et } \theta_2 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

D'où :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{k}$$

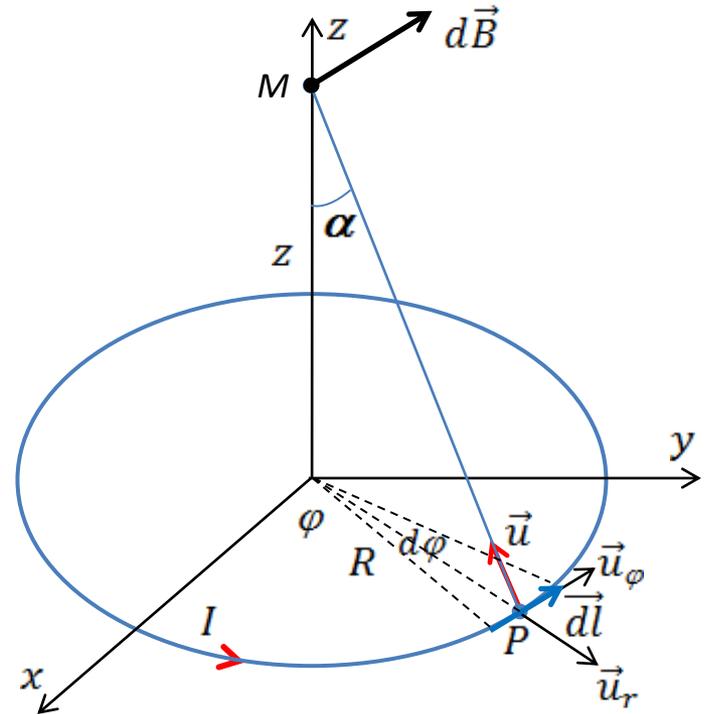
D'intensité :

$$B = \|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Les lignes de champ magnétique sont des cercles concentriques centrés sur le fil.

c) Champ magnétique créé par une Spire de rayon R parcourue par I



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\overline{dl} \wedge \overline{PM}}{\|\overline{PM}\|^3}$$

$$M(-R, 0, z), P(0,0,0) \rightarrow \overline{PM} = -R \vec{u}_r + z \vec{k}$$

# Electromagnétisme

$$M(-R, 0, z), P(0,0,0) \rightarrow \overline{PM} = -R \vec{u}_r + z \vec{k}$$

$$\|\overline{PM}\|^3 = (R^2 + z^2)^{3/2}, \quad \vec{dl} = R d\varphi \vec{u}_\varphi$$

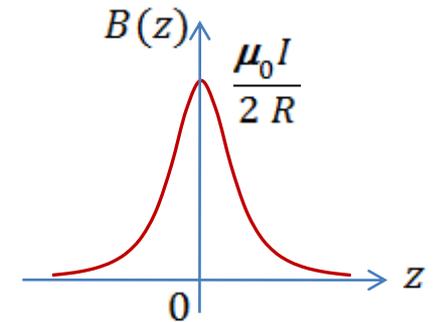
$$\vec{dl} \wedge \overline{PM} = \begin{vmatrix} 0 & -R & \vec{u}_r \\ R d\varphi & 0 & \vec{u}_\varphi \\ 0 & z & \vec{k} \end{vmatrix} = R^2 d\varphi \vec{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k} \int_0^{2\pi} R^2 d\varphi$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k}$$

D'intensité :

$$B = \|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}}$$



En fonction de  $\alpha$  :

$$\sin \alpha = \frac{R}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha$$

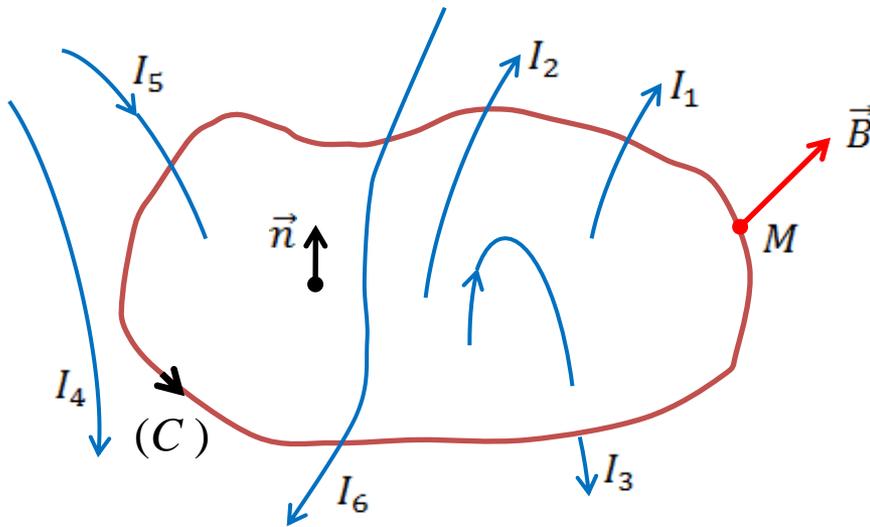
Au centre de la spire :  $z = 0$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

## d) Théorème d'Ampère

La circulation du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  le long d'une courbe fermée est égale à la somme algébrique des intensités parcourant les conducteurs enlacés par le contour  $C$  multiplié par  $\mu_0$ .

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i (\text{enlacées})$$



$$\sum_i I_i (\text{enlacées}) = I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5$$

### Application du Th. d'Ampère :

1. Étude des invariances,
2. Étude des symétries,
3. Choix du contour d'Ampère,
4. Expression mathématique de la circulation du champ magnétique,
5. Calcul du courant enlacé,
6. Expression finale du champ magnétique par application du théorème d'Ampère.

# Electromagnétisme

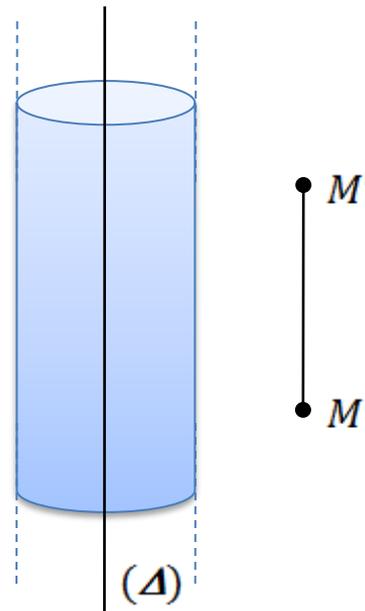
L'expression générale du champ magnétique :

$$\vec{B} = B_x(x, y, z) \vec{u}_x + B_y(x, y, z) \vec{u}_y + B_z(x, y, z) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = B_r(r, \varphi, z) \vec{u}_r + B_\varphi(r, \varphi, z) \vec{u}_\varphi + B_z(r, \varphi, z) \vec{u}_z$$

1. **Étude des invariances** : suppression de coordonnées auxquelles peut dépendre le champ magnétique.

• **Par translation** :



***M et M' doivent voir la même distribution.***

# Electromagnétisme

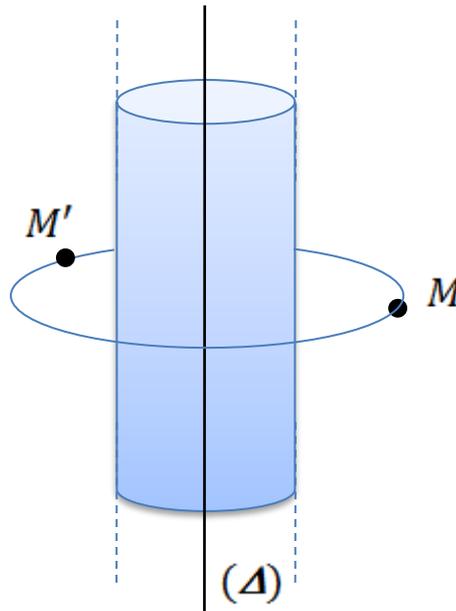
L'expression générale du champ magnétique :

$$\vec{B} = B_x(x, y, z) \vec{u}_x + B_y(x, y, z) \vec{u}_y + B_z(x, y, z) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = B_r(r, \varphi, z) \vec{u}_r + B_\varphi(r, \varphi, z) \vec{u}_\varphi + B_z(r, \varphi, z) \vec{u}_z$$

1. **Étude des invariances** : suppression de coordonnées auxquelles peut dépendre le champ magnétique.

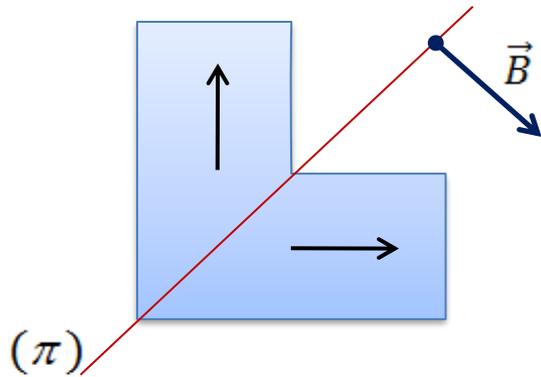
- **Par rotation** :



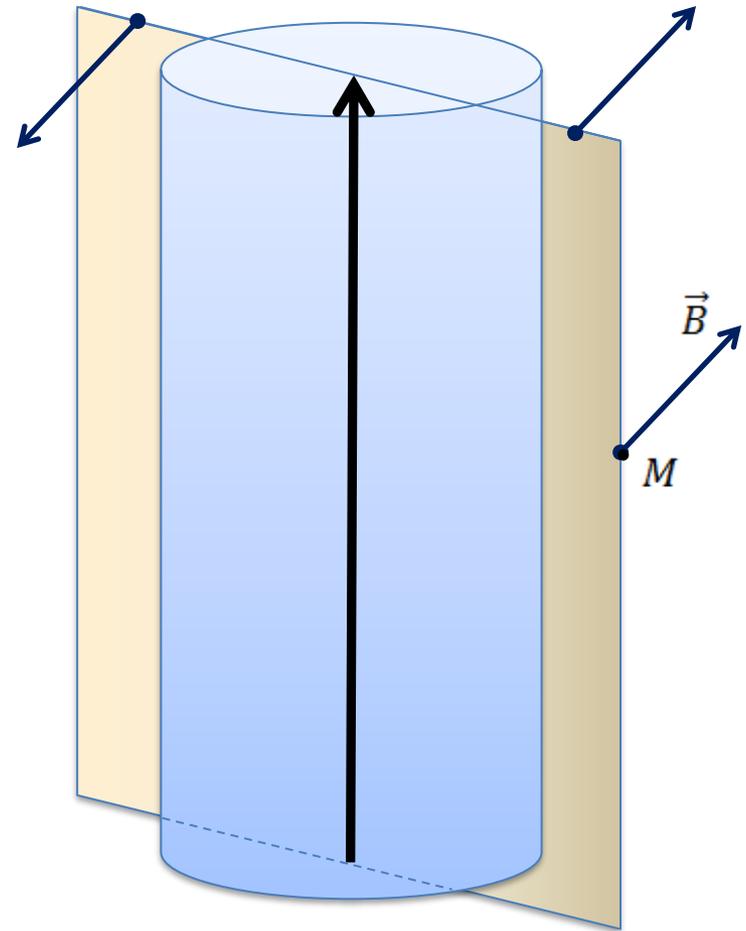
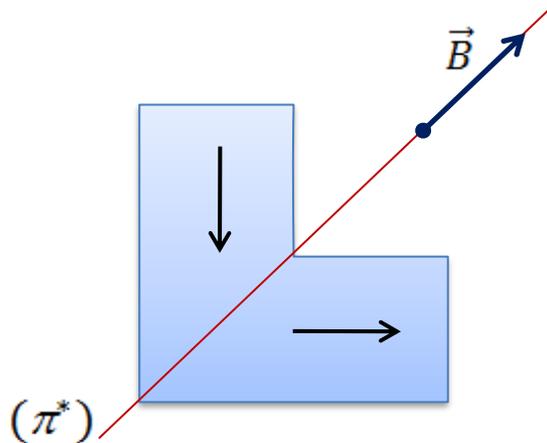
**$M$  et  $M'$  doivent voir la même distribution.**

## 2. Étude des symétries : suppression de composantes du champ magnétique.

- **Plan de symétrie ( $\pi$ )** : le champ magnétique est toujours perpendiculaire au plan de symétrie.

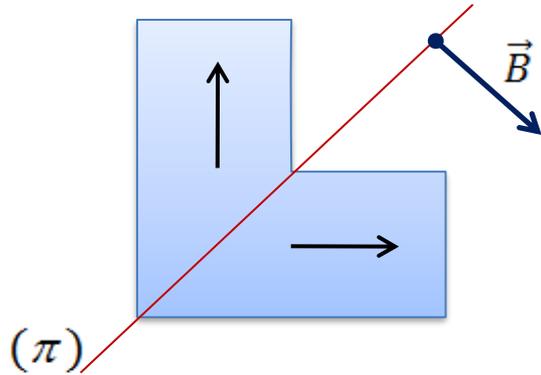


- **Plan d'anti-symétrie ( $\pi^*$ )** : le champ magnétique est contenu dans le plan d'anti-symétrie.

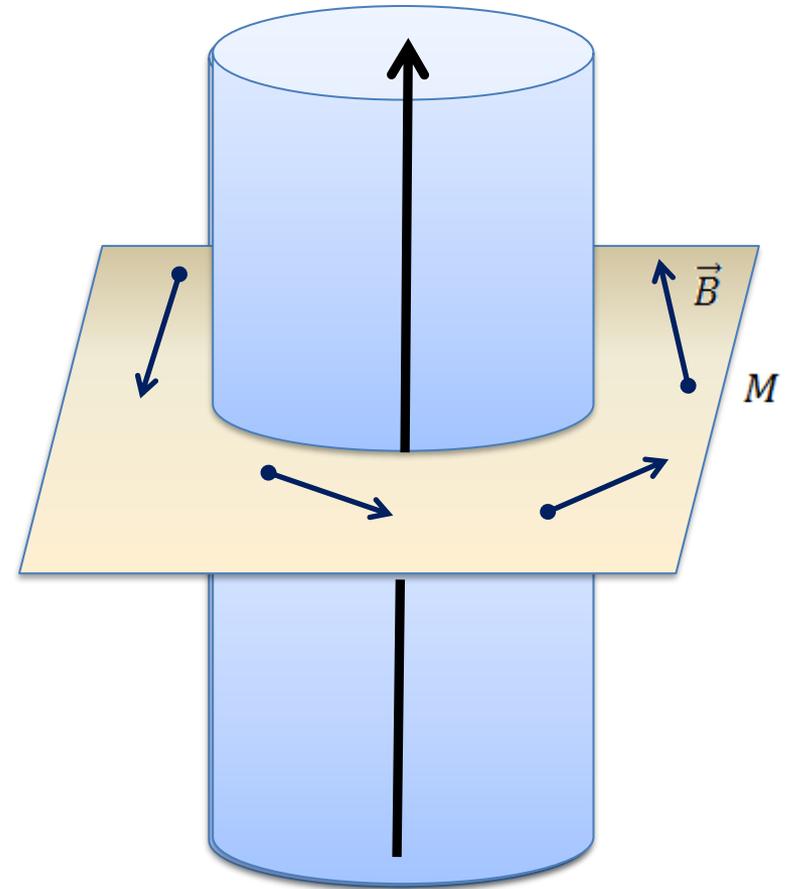
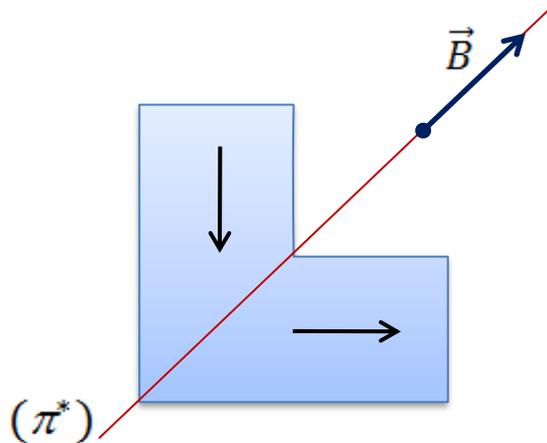


## 2. Étude des symétries : suppression de composantes du champ magnétique.

- **Plan de symétrie ( $\pi$ )** : le champ magnétique est toujours perpendiculaire au plan de symétrie.



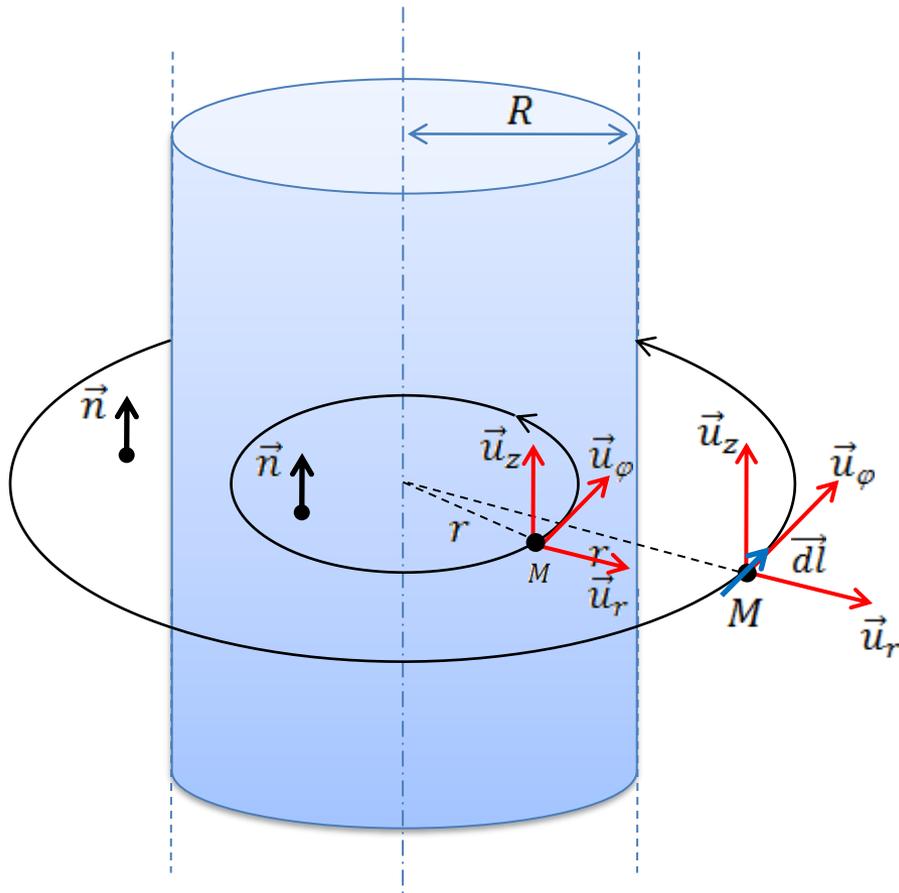
- **Plan d'anti-symétrie ( $\pi^*$ )** : le champ magnétique est contenu dans le plan d'anti-symétrie.



# Electromagnétisme

**Exemple 1 :** Champ magnétique créé par un cylindre de rayon  $R$  et de longueur infinie et parcouru par un courant volumique uniforme  $I$ .

$$\vec{B} = \text{[red box]} \vec{u}_r + B_\varphi(r, \text{[red box]}, \text{[red box]}) \vec{u}_\varphi + \text{[red box]} \vec{u}_z$$



## 1. Invariances

$$\vec{B} = B_r(r) \vec{u}_r + B_\varphi(r) \vec{u}_\varphi + B_z(r) \vec{u}_z$$

## 2. Symétries

$$\vec{B} = B_\varphi(r) \vec{u}_\varphi$$

## 3. Choix du contour d'Ampère

$$r > R \text{ et } r < R$$

## 4. Expression de : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_0^{2\pi r} B_\varphi(r) \vec{u}_\varphi \cdot dl \vec{u}_\varphi \\ &= 2\pi r \cdot B_\varphi(r) \end{aligned}$$

## 5. Calcul du courant enlacé

$$\underline{r > R} \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = I$$

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot ds = \iint_S J \cdot ds = J\pi R^2$$

$$\underline{r < R} \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = I'$$

$$I' = \iint_{S'} \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot ds' = \iint_{S'} J \cdot ds' = J\pi r^2$$

$$I = J\pi R^2$$

$$I' = J\pi r^2 = \frac{r^2}{R^2} I$$

$$\sum_i I_i (\text{enlacées}) = \frac{r^2}{R^2} I$$

## 6. Expression finale du champ magnétique

$$\underline{r > R}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i (\text{enlacées}) = \mu_0 I$$

$$2\pi r \cdot B_\varphi(r) = \mu_0 I$$

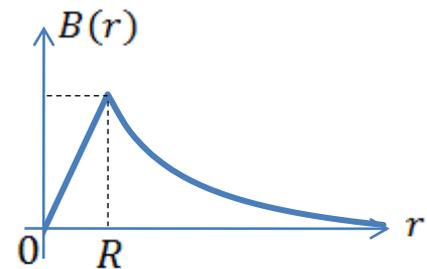
$$B_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\underline{r < R}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i (\text{enlacées}) = \mu_0 I'$$

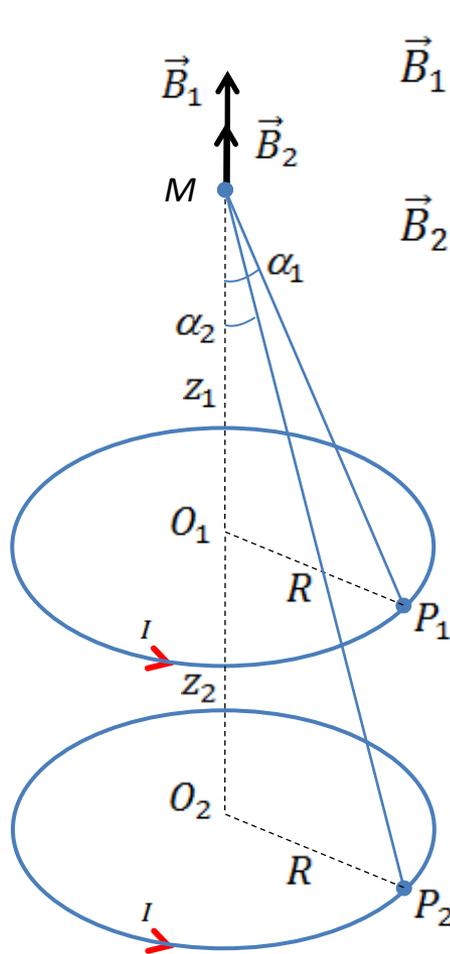
$$2\pi r \cdot B_\varphi(r) = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I$$

$$B_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$



# Electromagnétisme

**Exemple 2 :** Champ magnétique créé par une bobine plate de  $N$  spires et de rayon  $R$ .



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 R^2 I}{2 (R^2 + z_1^2)^{3/2}} \vec{k} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha_1 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 R^2 I}{2 (R^2 + z_2^2)^{3/2}} \vec{k} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha_2 \cdot \vec{k}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{array} \right\} \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 R^2 I}{2} \left( \frac{1}{(R^2 + z_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + z_2^2)^{3/2}} \right) \vec{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} (\sin^3 \alpha_1 + \sin^3 \alpha_2) \cdot \vec{k}$$

Bobine plate :  $O_1 O_2 = 0 \rightarrow z_2 = z_1 = z \rightarrow \alpha_2 = \alpha_1 = \alpha$

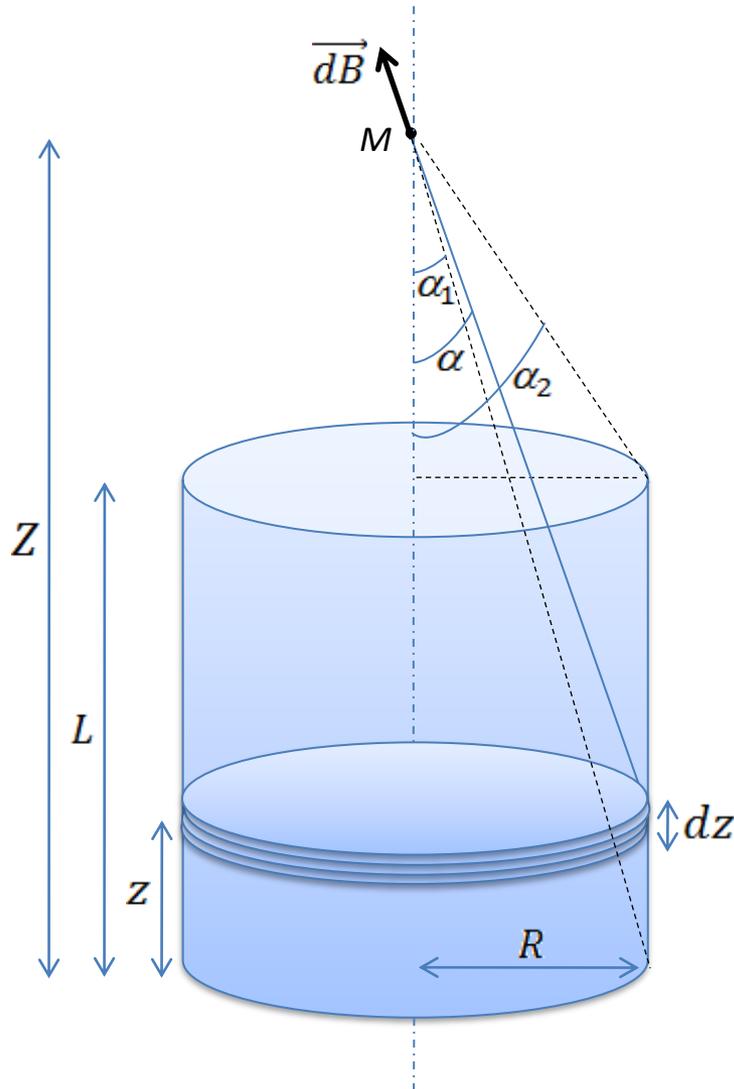
$$\vec{B} = 2 \frac{\mu_0 R^2 I}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k} = 2 \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \cdot \vec{k}$$

Pour  $N$  spires :

$$\vec{B} = N \frac{\mu_0 R^2 I}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k} = N \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \cdot \vec{k}$$

# Electromagnétisme

**Exemple 3 :** Champ magnétique créé par un solénoïde de  $n$  spires/unité de longueur et de rayon  $R$ . Les spires sont parcourues par un courant  $I$ .



$$\vec{B} = N \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \cdot \vec{k} \quad (\text{Pour une bobine plate de } N \text{ spires})$$

$$\vec{dB} = dN \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \cdot \vec{k}$$

$$\left. \begin{array}{l} L \rightarrow N \\ dz \rightarrow dN \end{array} \right\} dN = \frac{N}{L} dz = n dz$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \cdot n dz \cdot \vec{k}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{Z - z} \rightarrow Z - z = \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha} \rightarrow dz = \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

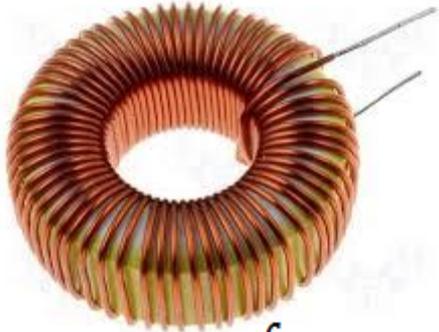
$$\vec{B} = \frac{n \mu_0 I}{2} \vec{k} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha dz$$

$$\vec{B} = \frac{n \mu_0 I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \vec{k}$$

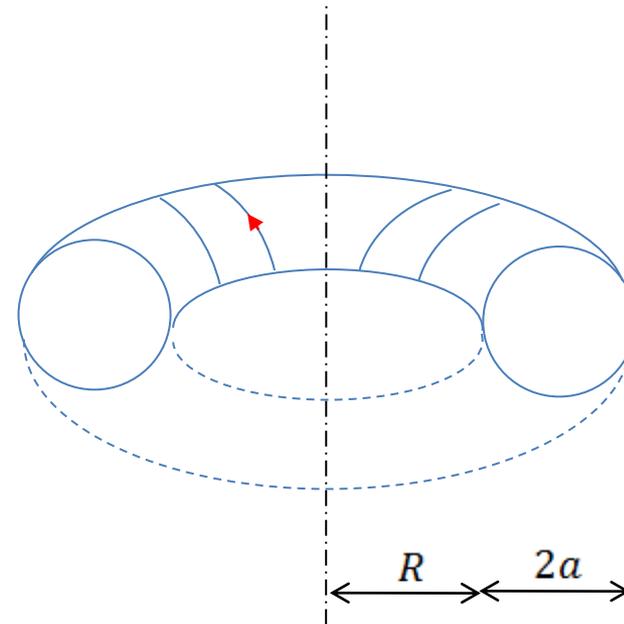
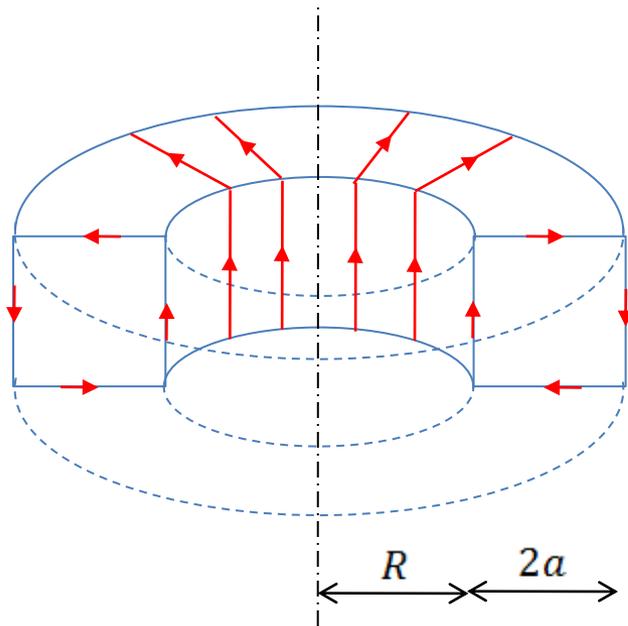
$$\alpha_1 \rightarrow 0 \text{ et } \alpha_2 \rightarrow \pi \rightarrow \vec{B} = n \mu_0 I \vec{k}$$

**Exemple 4 :** Champ magnétique créé par une bobine torique. Les  $N$  spires sont parcourues par un courant  $I$ .

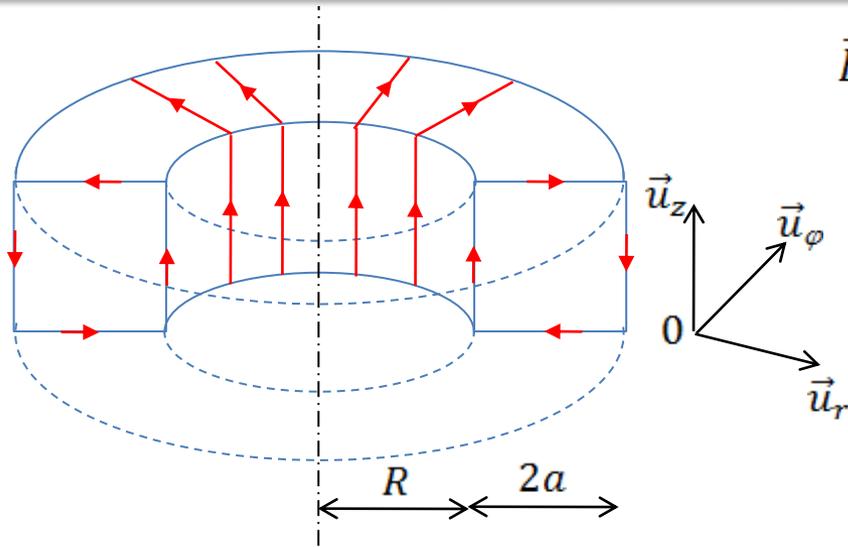
## BOBINES TORIQUES



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i (\text{enlacées})$$



# Electromagnétisme



$$\vec{B} = B_r(r, \varphi, z) \vec{u}_r + B_\varphi(r, \varphi, z) \vec{u}_\varphi + B_z(r, \varphi, z) \vec{u}_z$$

## 1. Invariances

$$\vec{B} = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_\varphi(r, z) \vec{u}_\varphi + B_z(r, z) \vec{u}_z$$

## 2. Symétries

$$\vec{B} = B_\varphi(r, z) \vec{u}_\varphi$$

## 3. Choix du contour d'Ampère et calcul de $I$ enlacé

$M$  à l'extérieur : ( $M > R + 2a$ )

$$z < 0 \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$

$$0 < z < 2a \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = NI - NI = 0$$

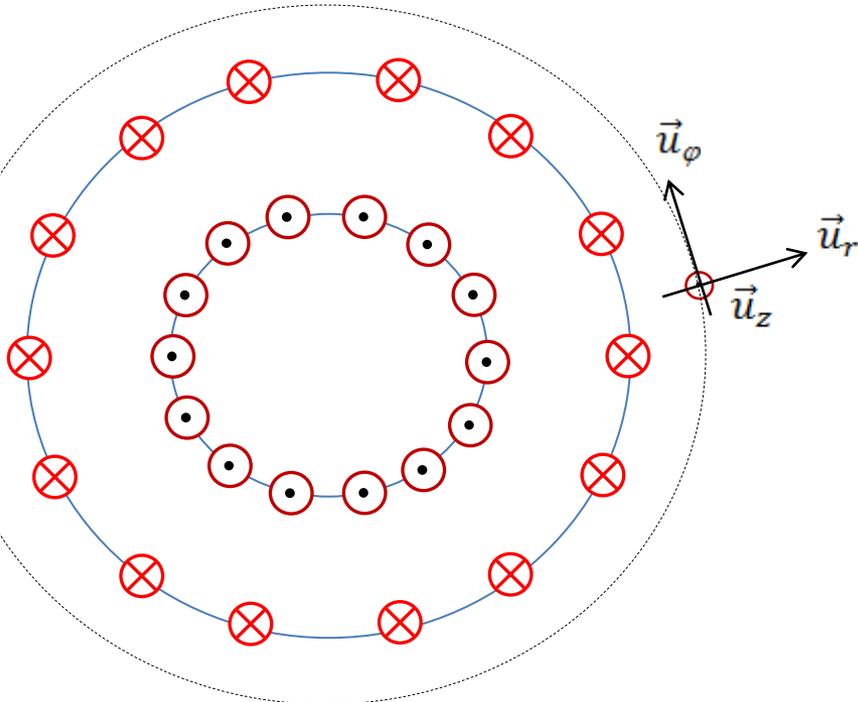
$$z > 2a \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$

$M$  à l'intérieur : ( $R < M < R + 2a$ )

$$z < 0 \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$

$$0 < z < 2a \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = NI$$

$$z > 2a \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$



# Electromagnétisme

$M$  dans la cavité : ( $M < R$ )

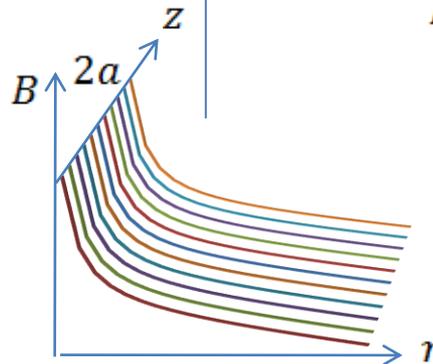
$$z < 0 \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$

$$0 < z < 2a \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$

$$z > 2a \rightarrow \sum_i I_i (\text{enlacées}) = 0$$

4. Expression de :  $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl}$

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} &= \int_0^{2\pi r} B_\varphi(r, z) \vec{u}_\varphi \cdot dl \vec{u}_\varphi \\ &= 2\pi r B_\varphi(r, z) \end{aligned}$$



5. Expression finale du champ magnétique

$M$  à l'extérieur : ( $M > R + 2a$ )

$$B = \begin{cases} 0 & , z < 0 \\ 0 & , 0 < z < 2a \\ 0 & , z > 2a \end{cases}$$

$M$  à l'intérieur : ( $R < M < R + 2a$ )

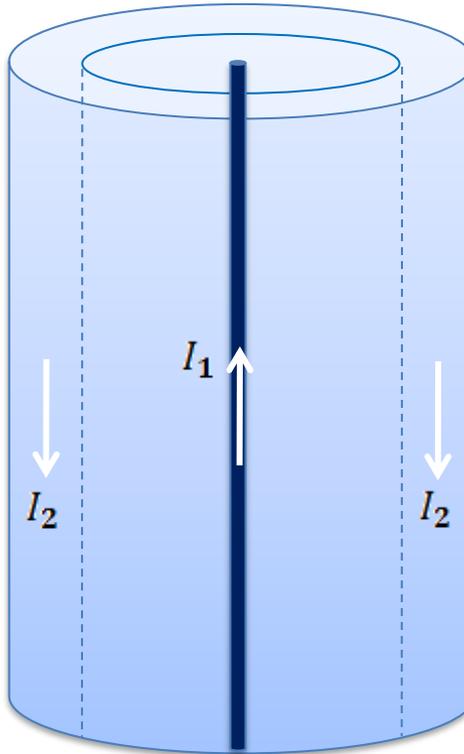
$$B = \begin{cases} 0 & , z < 0 \\ \frac{N\mu_0 I}{2\pi r} & , 0 < z < 2a \\ 0 & , z > 2a \end{cases}$$

$M$  dans la cavité : ( $M < R$ )

$$B = \begin{cases} 0 & , z < 0 \\ 0 & , 0 < z < 2a \\ 0 & , z > 2a \end{cases}$$

# Electromagnétisme

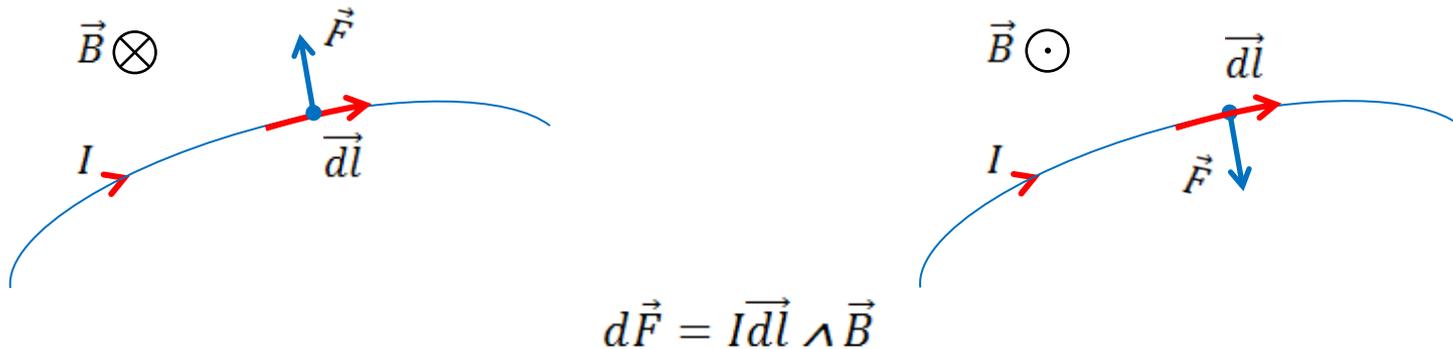
**Exercice :** Champ magnétique créée par un fil de longueur infinie parcouru par un courant  $I_1$  est entouré par un cylindre creux de longueur infinie de rayon  $a$  et  $b$  et parcouru par un courant volumique uniforme  $I_2$ .



## 5. Action d'un champ magnétique sur un courant électrique

### a) Force de Laplace

La force de Laplace à laquelle est soumis un élément de courant  $I\vec{dl}$  placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  est :



Caractéristiques de la force de Laplace :

- **Point d'application** : milieu de la portion du conducteur qui se trouve dans le champ mag.
- **Direction** : perpendiculaire au plan déterminé par le conducteur et le vecteur champ mag.
- **Sens** : la main droite.

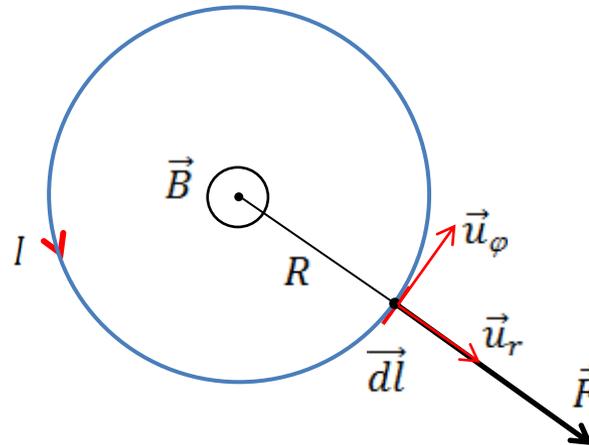
# Electromagnétisme

**Exemple :** Force exercée par un champ magnétique sur une spire de rayon  $R$  et parcouru par un courant  $I$ .

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$d\vec{l} = dl \vec{u}_\varphi$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2 R} \vec{k} \quad (\text{au centre})$$



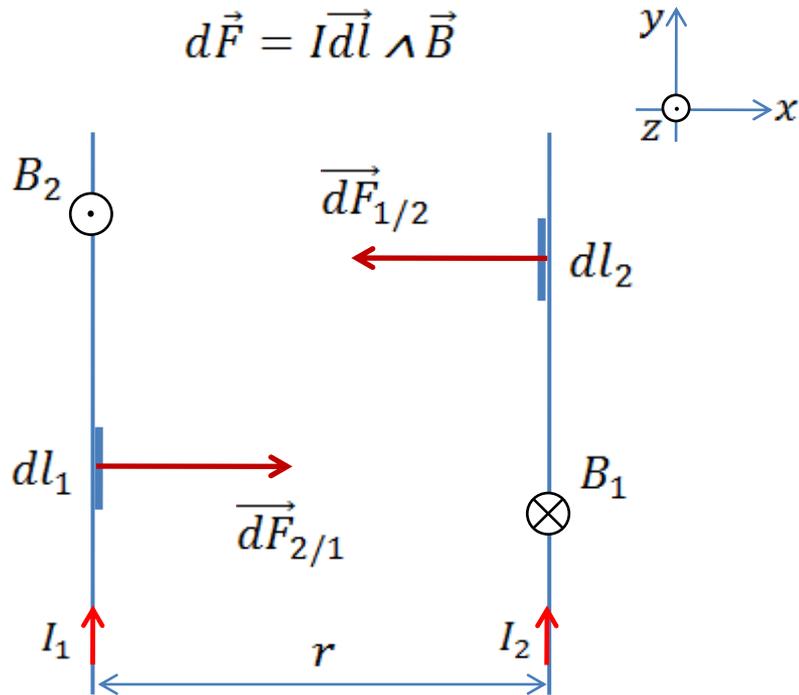
$$d\vec{l} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \vec{u}_r \\ dl & 0 & \vec{u}_\varphi \\ 0 & \frac{\mu_0 I}{2 R} & \vec{k} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 I}{2 R} dl \vec{u}_r \rightarrow d\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2 R} dl \vec{u}_r$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2 R} \vec{u}_r \int_0^{2\pi R} dl \rightarrow \vec{F} = \pi \mu_0 I^2 \vec{u}_r$$

$$F = \|\vec{F}\| = \pi \mu_0 I^2$$

# Electromagnétisme

b) Forces magnétiques subies par deux fils de mêmes longueurs et parcourus par des courants de même sens, on utilisera le champ mag. pour un fil infini



$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$d\vec{F}_{1/2} = I_2 d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1$$

$$d\vec{F}_{2/1} = I_1 d\vec{l}_1 \wedge \vec{B}_2$$

$$d\vec{l}_1 = dl_1 \cdot \vec{j}, \quad d\vec{l}_2 = dl_2 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2r} \vec{k}, \quad \vec{B}_2 = +\frac{\mu_0 I_2}{2r} \vec{k}$$

$$d\vec{F}_{1/2} = I_2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & \vec{i} \\ dl_2 & 0 & \vec{j} \\ 0 & -\frac{\mu_0 I_1}{2r} & \vec{k} \end{vmatrix} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2r} dl_2 \vec{i}$$

$$d\vec{F}_{2/1} = +\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2r} dl_1 \vec{i}$$

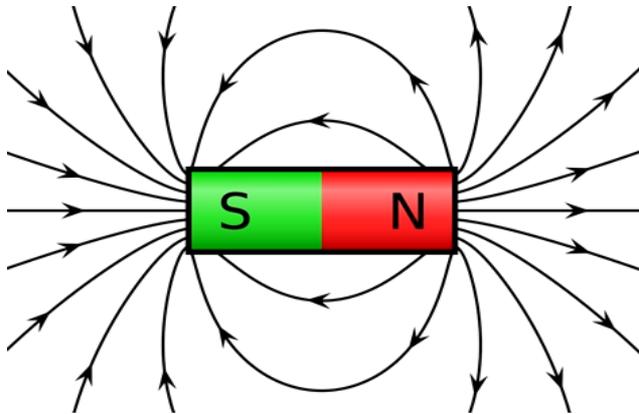
$$\vec{F}_{1/2} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2r} L_2 \vec{i}, \quad \vec{F}_{2/1} = +\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2r} L_1 \vec{i}$$

Pour :  $L_1 = L_2 = L$

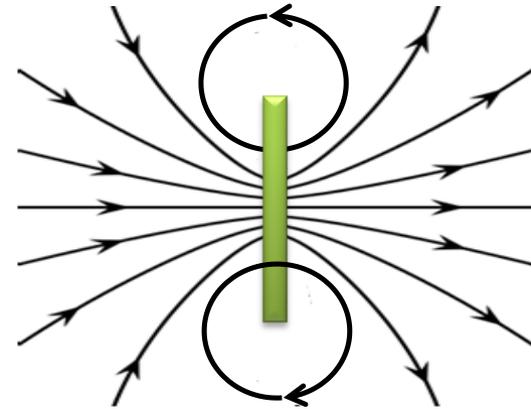
$$\|\vec{F}_{1/2}/L\| = \|\vec{F}_{2/1}/L\| = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2r}$$

## 6. Dipôle magnétique et moment magnétique

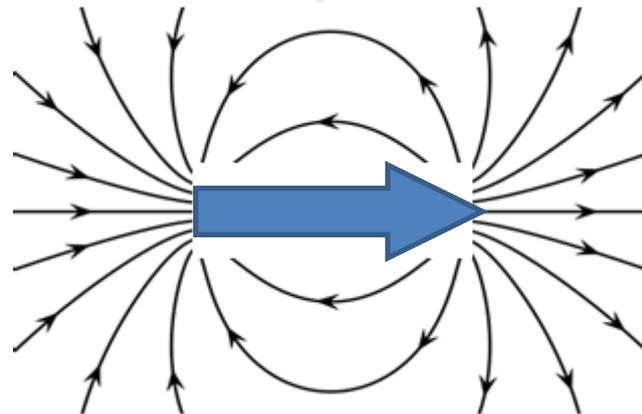
Un **dipôle magnétique** est une boucle de courant dont on considère le champ à **grande distance**.



Aimant



Une spire

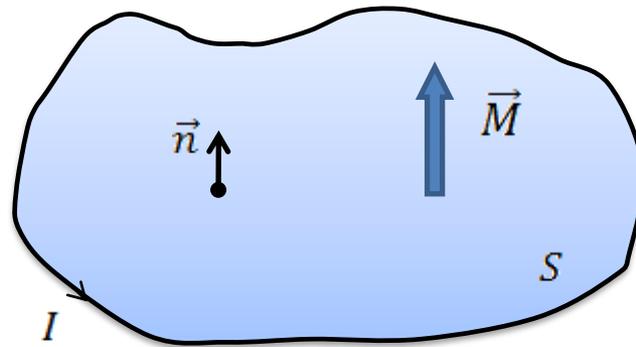


Moment magnétique :  $\vec{M}$

# Electromagnétisme

On définit une surface orientée par l'intermédiaire d'un vecteur surface :

$$\vec{dS} = \vec{n} \cdot dS \rightarrow \vec{S} = \iint_S \vec{n} \cdot dS \rightarrow \vec{S} = S \cdot \vec{n}$$



Le moment magnétique d'une boucle de courant  $I$  est donné par :

$$\vec{M} = I \cdot \vec{S} = I \cdot S \cdot \vec{n} \quad , \quad [M] = Am^2$$

Pour  $N$  spires :

$$\vec{M}_T = N \cdot \vec{M} = N \cdot I \cdot S \cdot \vec{n}$$

Couple électromagnétique :

$$C = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad , \quad [C] = Am^2T$$

# Electromagnétisme

En introduisant le moment magnétique, le champ magnétique crée par une spire :

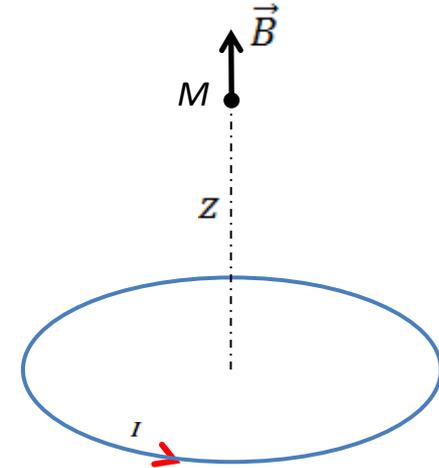
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k}$$

devient :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{2\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k}$$

Avec :

$$\vec{M} = I \cdot S \cdot \vec{k} = I \cdot \pi R^2 \cdot \vec{k}$$



Dans l'approximation dipolaire :  $R \ll z$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{2\pi z^3} \vec{k}$$

La différence entre DE et DM, dans le DM impossible de séparer les pôles.