

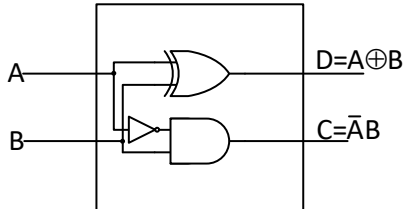
Solutions des Exercices de la Série de Travaux Dirigés N° 3

Exercice N° 1 :

- Demi-soustracteur : $D=A-B$

A	B	D	C
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

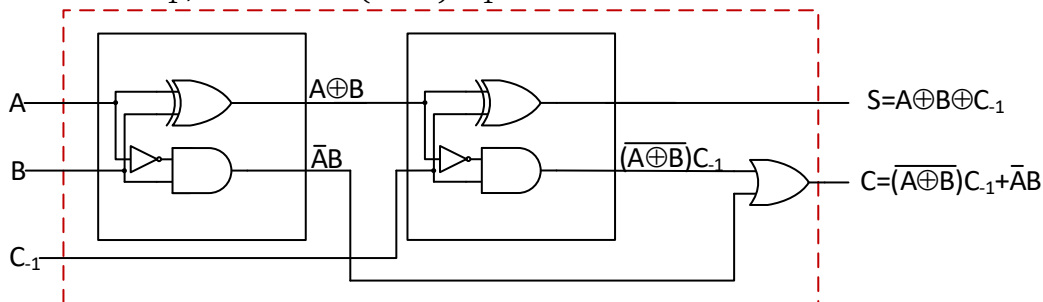
$$D = A \oplus B ; C = \bar{A}B$$



- Soustracteur complet $D=A-B-C_1$

A	B	C_{-1}	D	C
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$D = A \oplus B \oplus C_{-1} ; C = \bar{A}B + \overline{(A \oplus B)}C_{-1}$$



Exercice N° 2 :

Trouver les circuits combinatoires qui permettent le passage du binaire (3bits) au code Gray, et inversement.

B_2	B_1	B_0	G_2	G_1	G_0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

- Transcodeur Binaire-Gray

$$G_2 = B_2$$

$$G_1 = B_2\bar{B}_1 + \bar{B}_2B_1 = B_1 \oplus B_2$$

$$G_0 = B_0\bar{B}_1 + \bar{B}_0B_1 = B_0 \oplus B_1$$

- Transcodeur Gray-Binaire

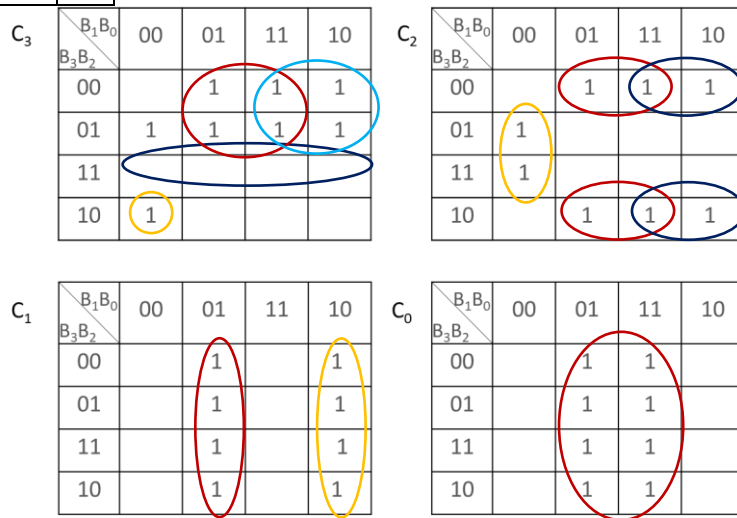
$$B_2 = G_2$$

$$B_1 = G_2\bar{G}_1 + \bar{G}_2G_1 = G_1 \oplus G_2$$

$$B_0 = G_0 \oplus G_1 \oplus G_2$$

Exercice N° 3 : (Complémentation à 2)

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	C ₃	C ₂	C ₁	C ₀
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1



$$C_3 = \bar{B}_3 B_2 + \bar{B}_3 B_0 + \bar{B}_3 B_1 + B_3 \bar{B}_2 \bar{B}_1 \bar{B}_0$$

$$C_2 = \bar{B}_2 B_1 + \bar{B}_2 B_0 + B_2 \bar{B}_1 \bar{B}_0$$

$$C_1 = \bar{B}_0 B_1 + \bar{B}_1 B_0$$

$$C_0 = B_0$$

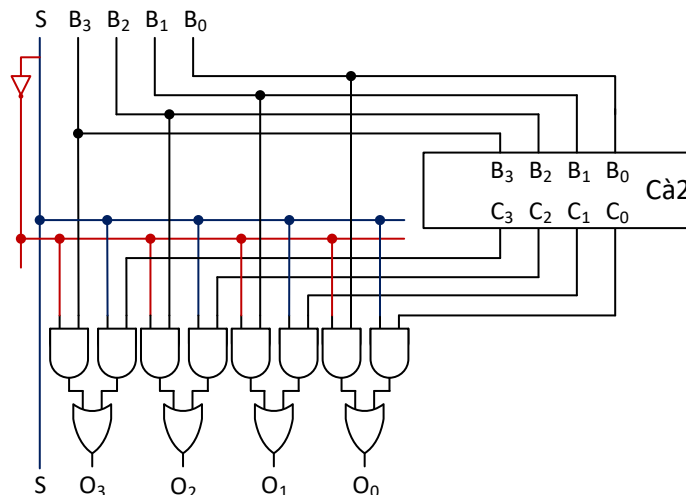
Le circuit qui aura comme entrées le nombre N ($N=S B_3 B_2 B_1 B_0$), et comme sorties O ($O=S O_3 O_2 O_1 O_0$). La sortie sera égale à N si celui-ci est positif ($S=0$) et au $\text{Cà}2(N)$ s'il est négatif ($S=1$).

$$O_3 = B_3 \text{ si } S=0 \text{ et } O_3 = C_3 \text{ si } S=1 : O_3 = \bar{S} B_3 + S C_3$$

$$O_2 = B_2 \text{ si } S=0 \text{ et } O_2 = C_2 \text{ si } S=1 : O_2 = \bar{S} B_2 + S C_2$$

$$O_1 = B_1 \text{ si } S=0 \text{ et } O_1 = C_1 \text{ si } S=1 : O_1 = \bar{S} B_1 + S C_1$$

$$O_0 = B_0 \text{ si } S=0 \text{ et } O_0 = C_0 \text{ si } S=1 : O_0 = \bar{S} B_0 + S C_0$$



Exercice N° 4 : (Identification)

$$I = (\overline{A_7 \oplus B_7}) (\overline{A_6 \oplus B_6}) (\overline{A_5 \oplus B_5}) (\overline{A_4 \oplus B_4}) (\overline{A_3 \oplus B_3}) (\overline{A_2 \oplus B_2}) (\overline{A_1 \oplus B_1}) (\overline{A_0 \oplus B_0})$$

Exercice N° 5 : (Multiplication)

Déterminer et discuter le circuit combinatoire qui réalise $Z = X \times Y$ avec $X = X_1X_0$ et $Y = Y_1Y_0$.

Y ₁	Y ₀	X ₁	X ₀	Z ₃	Z ₂	Z ₁	Z ₀
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1

Z₃

X ₁ X ₀ \ Y ₁ Y ₀	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

Z₂

X ₁ X ₀ \ Y ₁ Y ₀	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1

$$Z_3 = Y_1 \cdot Y_0 \cdot X_1 \cdot X_0$$

$$Z_2 = Y_1 \cdot X_1 \cdot \bar{X}_0 + Y_1 \cdot \bar{Y}_0 \cdot X_1$$

Z₁

X ₁ X ₀ \ Y ₁ Y ₀	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

Z₀

X ₁ X ₀ \ Y ₁ Y ₀	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

$$Z_1 = Y_0 \cdot X_1 \cdot \bar{X}_0 + \bar{Y}_1 \cdot Y_0 \cdot X_1 + Y_1 \cdot \bar{Y}_0 \cdot X_0 + Y_1 \cdot \bar{X}_1 \cdot X_0$$

$$Z_0 = Y_0 \cdot X_0$$

Exercice N° 6 : (Circuit de comparaison)

Trouver le circuit logique qui permet de comparer deux nombres binaires $A = a_0a_1$ et $B = b_0b_1$ ($G : A > B$, $E : A = B$ et $L : A < B$)

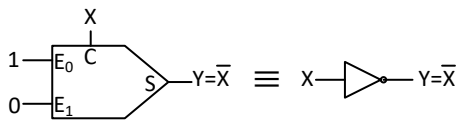
$$G = a_0 \cdot \bar{b}_0 + (\overline{a_0 \oplus b_0}) \cdot a_1 \cdot \bar{b}_1$$

$$E = (\overline{a_0 \oplus b_0}) \cdot (\overline{a_1 \oplus b_1})$$

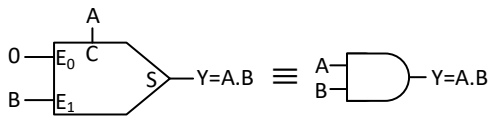
$$L = \bar{a}_0 \cdot b_0 + (\overline{a_0 \oplus b_0}) \cdot \bar{a}_1 \cdot b_1$$

Exercice N° 7 : (Multiplexeur)

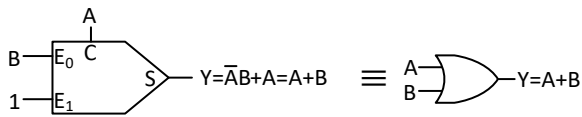
- Multiplexeur à 1 entrée de commande : $S = \bar{C} \cdot E_0 + C \cdot E_1$
- NOT



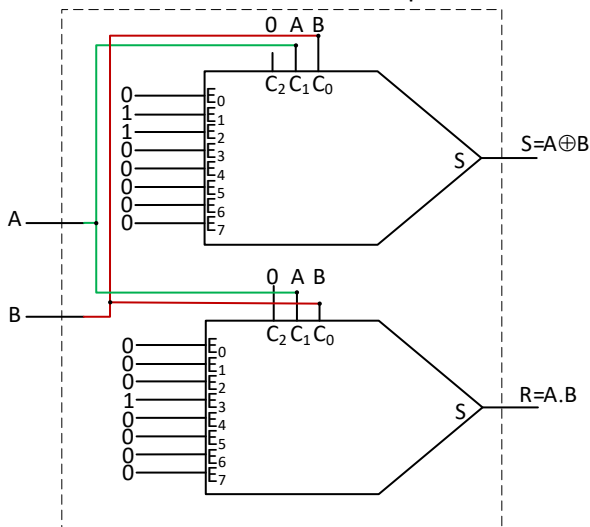
- AND



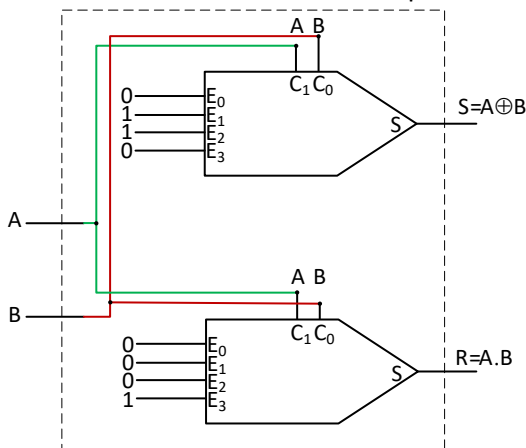
- OR



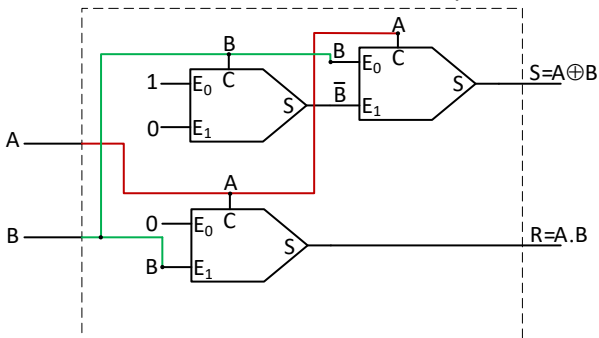
- Demi-additionneur à base de multiplexeurs à 3 entrées de commande



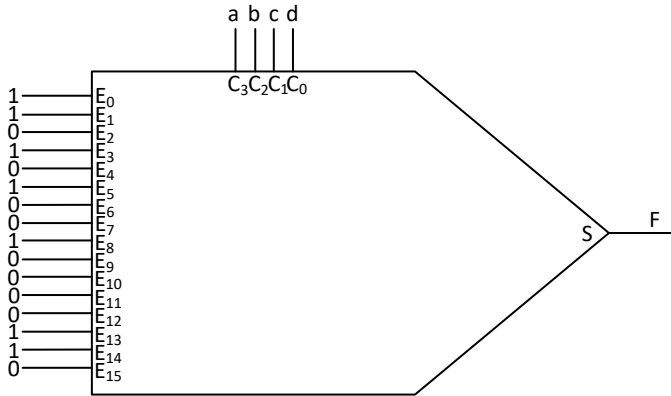
- Demi-additionneur à base de multiplexeurs à 2 entrées de commande



- Demi-additionneur à base de multiplexeurs à 1 entrée de commande



- Réaliser la fonction $F = \sum(0,1,3,5,8,13,14)$ des variables a, b, c et d à l'aide de multiplexeurs



Exercice N° 8 :

Trouver le circuit logique d'un encodeur prioritaire à 04 entrées.

E ₀	E ₁	E ₂	E ₃	S ₁	S ₀
0	0	0	0	x	x
1	x	x	x	0	0
0	1	x	x	0	1
0	0	1	x	1	0
0	0	0	1	1	1

S₁

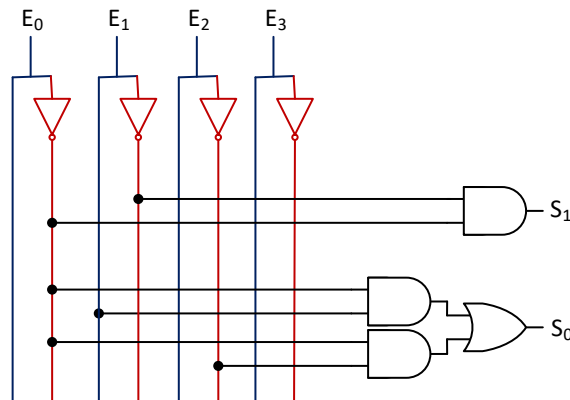
E ₂ E ₃ \ E ₀ E ₁	00	01	11	10
00	x	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$$S_1 = \bar{E}_0 \cdot \bar{E}_1$$

S₀

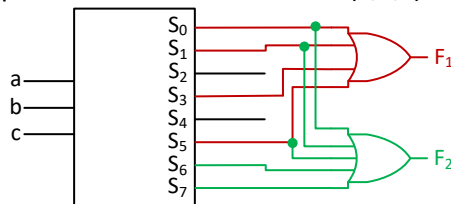
E ₂ E ₃ \ E ₀ E ₁	00	01	11	10
00	x	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$$S_0 = \bar{E}_0 \cdot E_1 + \bar{E}_0 \cdot \bar{E}_2$$



Exercice N° 9 :

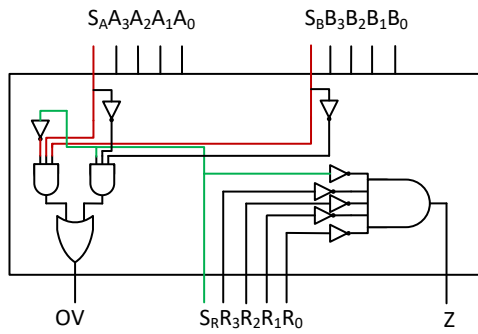
Réaliser à l'aide d'un décodeur 3x8 et de portes "OU" les fonctions : $F_1(a,b,c) = \sum(0,1,3,5)$ et $F_2(a,b,c) = \sum(0,1,5,6,7)$.



Exercice N° 10 :

$$Z = \bar{S}_R \cdot \bar{R}_3 \cdot \bar{R}_2 \cdot \bar{R}_1 \cdot \bar{R}_0$$

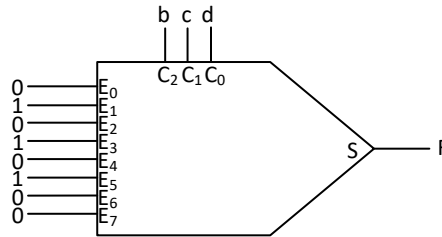
$$OV = \bar{S}_A \cdot \bar{S}_B \cdot S_R + S_A \cdot S_B \cdot \bar{S}_R$$



Exercice N° 11 :

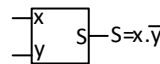
Réaliser la fonction $F(a, b, c, d)$ à l'aide uniquement de multiplexeurs à 8 entrées d'information.

$$F(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}cd + b\bar{c}d + a\bar{b}cd + \bar{b}cd = \bar{b}cd + b\bar{c}d + \bar{a}cd$$



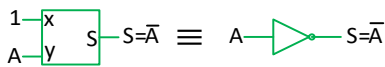
Exercice N° 12 :

Soit la fonction $S(x, y) = x \cdot \bar{y}$;

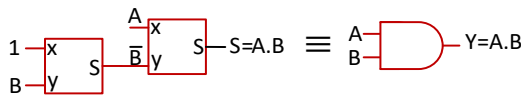


1. Montrer que la fonction S peut être considérée comme élément de connexion universel.

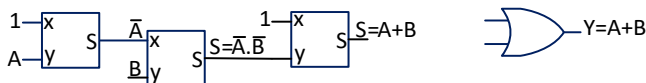
- NOT :



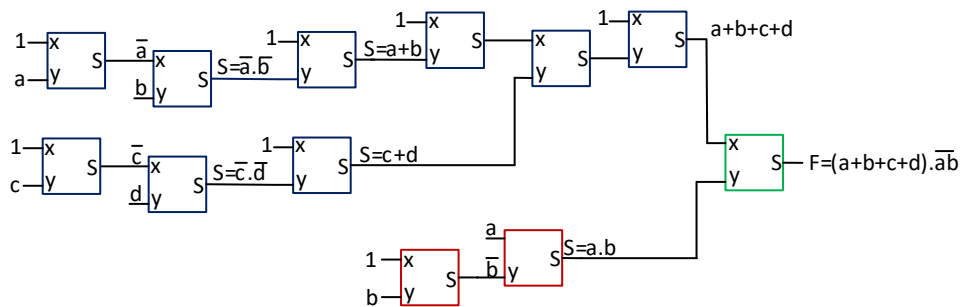
- AND



- OR



2. En utilisant uniquement des circuits S , réaliser la fonction $F = (a + b + c + d) \cdot \bar{a}\bar{b}$.



$$S = \bar{C}_2\bar{C}_1\bar{C}_0E_0 + \bar{C}_2\bar{C}_1C_0E_1 + \bar{C}_2C_1\bar{C}_0E_2 + \bar{C}_2C_1C_0E_3 + C_2\bar{C}_1\bar{C}_0E_4 + C_2\bar{C}_1C_0E_5 + C_2C_1\bar{C}_0E_6 + C_2C_1C_0E_7$$

$$S = \bar{C}_1\bar{C}_0E_0 + \bar{C}_1C_0E_1 + C_1\bar{C}_0E_2 + C_1C_0E_3$$