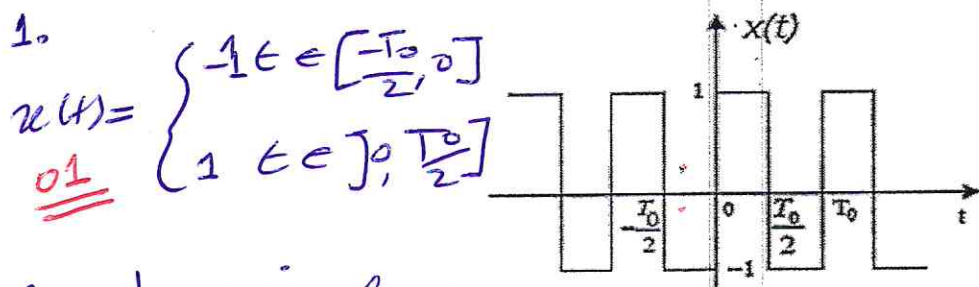


Corrigé Type

Matière : Théorie du Signal - 2^{ème} année : Electronique & Télécommunications

Exercice 01 : (07 pts)

Considérons le signal périodique $x(t)$ représenté ci-dessous:



2. Le signal est impair. 01

3. Calcul des coefficients de série de Fourier de $x(t)$

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad \underline{01}$$

Puisque $x(t)$ est impair, $a_0 = a_n = 0$ et $b_n \neq 0$ 0,50

Donc: $x(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin n\omega t$ 0,50

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \sin n\omega t dt \Rightarrow b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \sin n\omega t dt \quad \underline{0,50}$$

$$b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} \sin n\omega t dt = \frac{4}{T_0} \left[-\frac{\cos n\omega t}{n\omega} \right]_0^{\frac{T_0}{2}}, \quad \omega = 2\pi f, \quad \frac{T}{T_0} = \frac{1}{f}$$

$$b_n = \frac{-4}{T_0} \frac{\cos 2\pi f \frac{T_0}{2} - 1}{2\pi f n} = \frac{-2}{T_0} \frac{\cos \pi f n T_0 - 1}{\pi f n} \quad \underline{0,50}$$

$$b_n = \frac{2 - 2 \cos n\pi}{n\pi} \Rightarrow b_n = \frac{2}{n\pi} (1 - (-1)^n), n \in \mathbb{N} \quad \underline{0,50}$$

Donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{n} \sin n\omega t$$

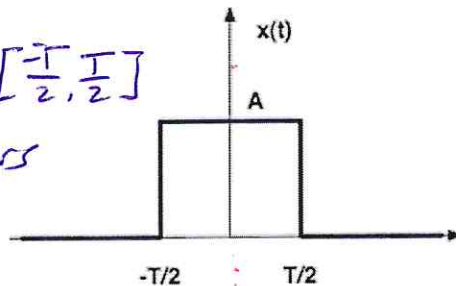
Corrigé Type

Matière : Théorie du Signal - 2^{ème} année : Electronique & Télécommunications

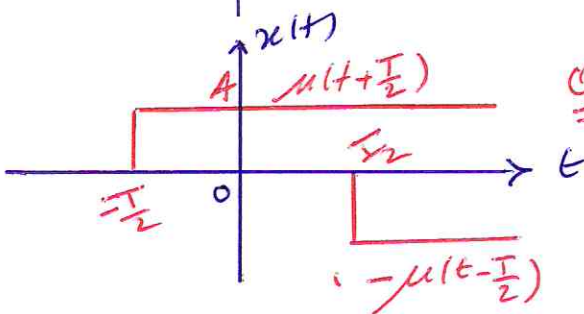
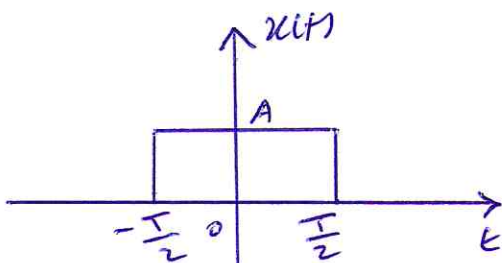
Exercice 02 : (06 pts)

Soit le signal $x(t)$ représenté ci-dessous:

1.
01
$$x(t) = \begin{cases} A & \text{si } t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



2.



$$x(t) = A u(t + \frac{T}{2}) - A u(t - \frac{T}{2})$$
 0,50

3.

- Le signal $x(t)$ est à énergie finie puisque le signal est borné. 0,50

-
$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

0,50
$$= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 dt \Rightarrow \overline{E_x} = A^2 t \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}$$

$$E_x = A^2 T$$
 0,50

4. Transformée de Laplace.

$$\mathcal{L}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-pt} dt$$
 0,50

$$X(p) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A e^{-pt} dt$$

0,50
$$= -\frac{A}{p} e^{-pt} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{-A}{p} \left[e^{-p\frac{T}{2}} - e^{p\frac{T}{2}} \right]$$

$$\mathcal{L}[x(t)] = \frac{A}{p} \left[e^{\frac{pT}{2}} - e^{-\frac{pT}{2}} \right]$$

01