CHAPITRE II

Rappels sur les composantes symétriques et les courants de défauts

II.1 Introduction :

L'étude des réseaux triphasés se ramène à celle d'un réseau monophasé équivalent, caractérisé par les tensions simples, les courants de phase, et les impédances du réseau (appelées impédances cycliques). Dès qu'apparaît une dissymétrie significative dans la configuration ou le fonctionnement du réseau, la simplification n'est plus possible.

On emploie la méthode des composantes symétriques qui repose sur l'équivalence entre un système triphasé déséquilibré, et la somme de trois systèmes triphasés équilibrés : direct, inverse et homopolaire.

L'avantage principal de l'application des composantes symétriques est dans le découplage de système qui permet d'obtenir trois équations découplées et de déduire la valeur désiré.

II.2 Définition des composantes symétriques

La décomposition en composantes symétriques n'est pas uniquement un artifice de calcul, mais correspond bien à une réalité physique des phénomènes : on peut en effet mesurer directement les composantes symétriques – tensions, courants, impédances – d'un système déséquilibré.

Les impédances directe, inverse, homopolaire d'un élément de réseau sont les impédances présentées par cet élément soumis à des systèmes de tension respectivement triphasé direct, triphasé inverse, phase-terre sur trois phases en parallèle.

Tout système triphasé d´déséquilibré peut être décompose en une somme d'un système direct, d'un système inverse et d'un système homopolaire.

Tout système de trois grandeurs vectorielles (V_1, V_2, V_3) de même nature et de même fréquence est égal à la superposition de trois systèmes de même fréquence : un système équilibré direct $\left(V_d, a^2V_d, aV_d\right)$, un système équilibré inverse $\left(V_i, aV_i, a^2V_i\right)$ et un système homopolaire $\left(V_h, V_h, V_h\right)$

Comme l'étude d'un système équilibré est plus facile, cette transformation peut parfois se justifier.

❖ ***Propriétés importantes***

- Le système des tensions composées $\left(U_{12}, U_{23}, U_{31}\right)$ du système de tensions simples $\left(V_1, V_2, V_3\right)$ admet pour composantes symétriques les tensions composées des composantes symétriques directes, inverses des tensions simples.
- Pour un système équilibré, on a une seule composante symétrique V_d ou V_i.
- Tous les systèmes dont la somme des trois grandeurs égale 0 n'ont pas de composante homopolaire.
- Le montage étoile avec fil neutre est le seul montage où on peut avoir un courant homopolaire $3I_h = I_1 + I_2 + I_3 = I_N$.

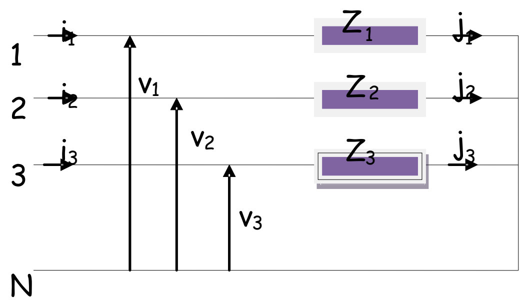

Figure II.2 : Montage en étoile déséquilibré

- Le montage triangle n'a pas de composante homopolaire pour les courants de ligne, mais une composante homopolaire existe pour les courants de branche. $J_{12} = \dfrac{U_{12}}{Z_1}$; $J_{23} = \dfrac{U_{23}}{Z_2}$; $J_{31} = \dfrac{U_{31}}{Z_3}$ donc $J_{12} + J_{23} + J_{31} = 3J_h$

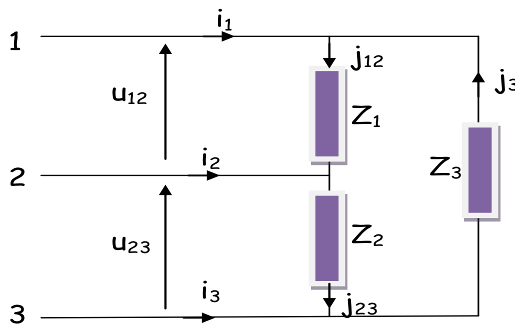

Figure II.2 : Montage triangle déséquilibré

- On peut montrer que tout système de 3 vecteurs ayant des extrémités communes a les mêmes composantes directe et inverse. Leurs composantes symétriques ne diffèrent alors que par la composante homopolaire.
- Les composantes directes et inverses ne dépendent pas du point d'origine, ainsi pour se simplifier, l'une des extrémités des vecteurs du système réel pourra être choisie comme origine.
- Les vecteurs issus du centre de gravité du triangle ont une composante homopolaire nulle, ainsi la composante homopolaire se mesure facilement par l'écart du centre de gravité à l'origine réelle.

❖ ***Relations de passage***

Le passage des intensités dites naturelles, c'est à dire celles qui sont directement observables sur une ligne, aux intensités symétriques, s'effectue par la transformation de Fortescue.

$$\boxed{\begin{bmatrix} V_a = V_d + V_i + V_h \\ V_b = a^2V_d + aV_i + V_h \\ V_c = aV_d + a^2V_i + V_h \end{bmatrix}}$$ Avec $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ et donc : $1 + a + a^2 = 0$

On peut simplifier la représentation du système :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}}_{M} \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix}$$

Le calcul des tensions des systèmes se fait `a l'aide de la matrice *M* inverse :

$$M^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

Pour chaque système respectivement *d*, *i*, *o*, les tensions V_d, V_i, V_0 et les courants I_d, I_i, I_0 sont liés par les impédances Z_d, Z_i, Z_0 du même système. Les impédances symétriques sont fonction des impédances réelles, notamment des inductances mutuelles.

La notion de composantes symétriques s'étend également aux puissances.

II.3 Composantes symétriques des courants

Soit un système triphase déséquilibre avec des courants : $\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$

Avec et I_a, I_b et I_c les courants respectifs dans la phase a, b et c.

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \left[M \right] \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix} = \left[M^{-1} \right] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Remarque : Le courant homopolaire est :

$$I_o = \frac{1}{3}\left(I_a + I_b + I_c \right)$$

- Dans une charge triphasée quelconque sans neutre, le courant homopolaire $I_o = 0$.
- Dans une charge triphasee équilibrée avec neutre, $I_o = 0$.

II.4 Composantes symétriques des impédances

La décomposition en composantes symétriques n'est pas uniquement un artifice de calcul, mais correspond bien à une réalité physique des phénomènes : on peut en effet mesurer directement les composantes symétriques tensions, courants, impédancesd'un système déséquilibré.

Dans ce paragraphe, on se propose de déterminer dans le système de Fortescue la matrice impédance d'une branche passive d'un réseau triphasé symétrique sachant que chaque phase est caractérisée par une impédance propre $\overline{Z}$ et sa mutuelle avec l'une quelconque des deux autres notée $\overline{Z'}$. La mutuelle est supposée la même pour deux phases quelconques. L'application de la loi des mailles pour chaque branche donne:

$$\begin{cases} V_a = \overline{Z}\,\overline{I}_a + \overline{Z'}\,\overline{I}_b + \overline{Z'}\,\overline{I}_c \\ V_b = \overline{Z'}\,\overline{I}_a + \overline{Z}\,\overline{I}_b + \overline{Z'}\,\overline{I}_c \\ V_c = \overline{Z'}\,\overline{I}_a + \overline{Z'}\,\overline{I}_b + \overline{Z}\,\overline{I}_c \end{cases}$$

On pose : $\left[\overline{V}_s\right]$ et $\left[\overline{I}_s\right]$ sont les matrices colonnes des composantes symétriques des tensions et des courants.

En adoptant ces notations, on peut écrire que :

$$\left[\overline{V}\right] = \left[M\right]\left[\overline{V_s}\right]$$

$$\left[\overline{I}\right] = \left[M\right]\left[\overline{I_s}\right]$$

Et

$$\left[\overline{V_s}\right] = \left[M^{-1}\right]\left[\overline{V}\right] = \left[M^{-1}\right]\left[\overline{Z}\right]\left[\overline{I}\right]$$

$$\left[\overline{V_s}\right] == \left[M^{-1}\right]\left[\overline{Z}\right]\left[M\right]\left[\overline{I}\right]$$

D'après ce qui précède, on remarque que la quantité :

$$\left[M^{-1}\right]\left[\overline{Z}\right]\left[M\right] = \left[\overline{V_s}\right]$$

La matrice $\left[\overline{Z_s}\right]$ est la matrice d'impédances de passage

En remplaçant $\left[M^{-1}\right]$, $\left[\overline{Z}\right]$, $\left[M\right]$ par leurs expressions et tenant compte du fait que $1 + a + a^2 = 0$, on obtient :

$$\left[\overline{Z_s}\right] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{Z} & \overline{Z'} & \overline{Z'} \\ \overline{Z'} & \overline{Z} & \overline{Z'} \\ \overline{Z'} & \overline{Z'} & \overline{Z} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\overline{Z_s}\right] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} (\overline{Z} - \overline{Z'})(1+1+1) & (\overline{Z} - \overline{Z'})(1+a+a^2) & (\overline{Z} - \overline{2Z'})(1+a+a^2) \\ (\overline{Z} - \overline{Z'})(1+a+a^2) & (\overline{Z} - \overline{Z'})(1+1+1) & (\overline{Z} - \overline{2Z'})(1+a+a^2) \\ (\overline{Z} - \overline{Z'})(1+a+a^2) & (\overline{Z} - \overline{Z'})(1+a+a^2) & (\overline{Z} - 2\overline{Z'})(1+1+1) \end{bmatrix}$$

Après tout calcul fait, on tient compte $1 + a + a^2 = 0$, on trouve:

$$\left[\overline{Z_s}\right] = \begin{bmatrix} \overline{Z} - \overline{Z'} & 0 & 0 \\ 0 & \overline{Z} - \overline{Z'} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{Z} - 2\overline{Z'} \end{bmatrix}$$

Le développement précédent montre que la matrice $\left[Z_s\right]$ est diagonale. Ses éléments sont appelés impédance cyclique directe $Z_d = Z - Z'$, impédance inverse $Z_i = Z_d$ et impédance homopolaire $Z_o = Z - 2Z'$.

Les impédances directe, inverse, homopolaire d'un élément de réseau sont les impédances présentées par cet élément soumis à des systèmes de tension respectivement triphasé direct, triphasé inverse, phase-terre sur trois phases en parallèle.

II.5 systèmes direct, inverse et homopolaire.

On emploie la méthode des composantes symétriques, qui consiste à ramener le système réel à la superposition de trois réseaux monophasés indépendants,

En tenant compte des hypothèses de calcul, la composition du schéma de calcul correspondant au régime d'étude permet de déterminer les courants de court circuit.

Pour simplifier les calculs, chaque élément du réseau sera représenté par son schéma équivalent et ce, en remplaçant les circuits ayant des liaisons par des circuits électriques simples.

Soit $\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$ un système triphasé déséquilibre.

II.5.1 Système direct

Le système direct est un système triphase équilibre de séquence directe (abc), comme a la figure II.3.

Système direct : $\begin{bmatrix} V_{da} \\ V_{db} \\ V_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_d \\ a^2 V_d \\ a V_d \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} V_{da} = V_d\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \psi_d\right) \\ V_{da} = V_d\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \psi_d - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ V_{da} = V_d\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \psi_d + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Pour ce système, la tension de la seconde phase présente un retard de phase $\frac{2\pi}{3}$ de par rapport à la phase 1 et la troisième phase présente une avance de phase de $\frac{2\pi}{3}$ par rapport à la première phase.

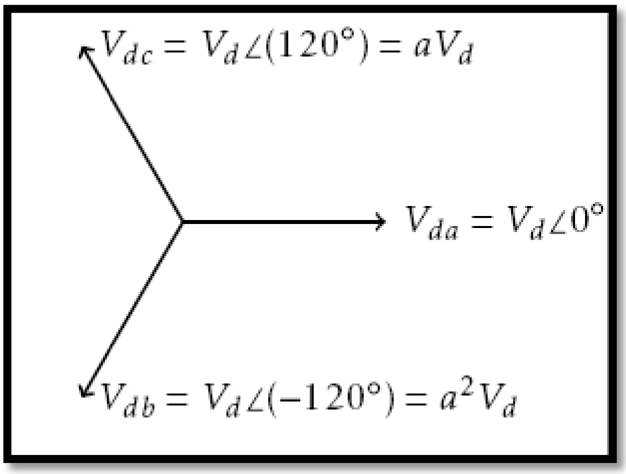

Figure II.3 : Système direct

II.5.2 Système inverse

Le système inverse est un système triphase équilibré de séquence inverse (acb), comme a la figure II.4.

Système inverse : $\begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ aV_i \\ a^2V_i \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} V_{ia} = V_i\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \psi_d\right) \\ V_{ia} = V_i\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \psi_d + \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ V_{ia} = V_i\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \psi_d + \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Pour le système inverse, la tension de la seconde phase présente une avance de phase de $\frac{2\pi}{3}$ par rapport à la phase 1 et il en est de même pour la troisième phase comparée à la seconde phase.

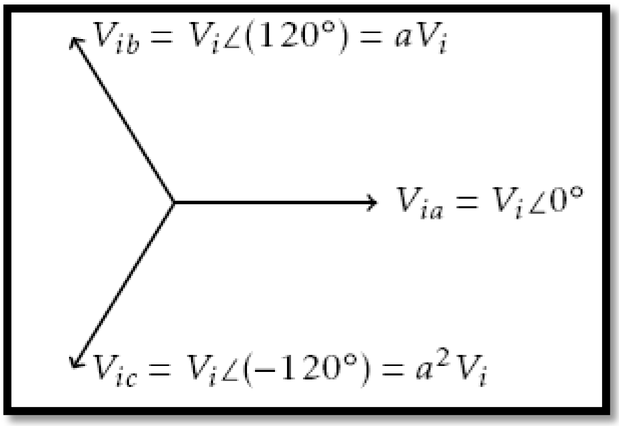

Figure II.4 : Système inverse

II.5.3 Système homopolaire

Le système homopolaire en tension est caractérisé par trois tensions égales en modules et en phases, comme a la figure II.5.

Système homopolaire : $\begin{bmatrix} V_{oa} \\ V_{ob} \\ V_{oc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_o \\ V_o \\ V_o \end{bmatrix}$

Donc : $V_o = V_{oa} = V_{ob} = V_{oc}$

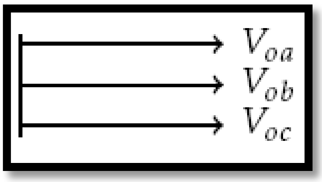

Figure II.4 : Système homopolaire

On combine alors les trois systèmes (direct, inverse, homopolaire) pour obtenir un système complet :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} V_d + \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix} V_i + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} V_o$$

La distinction entre les systèmes direct et inverse est évidemment conventionnelle, puisqu'elle repose uniquement sur l'ordre de numérotation des phases.