



Examen final

Barème

Exercice : 1

5pt

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(1, 0)\}$ par : $f(x, y) = \frac{y^3}{(x-1)^2 + y^2}$

- 3 1 Montrer que f est prolongeable par continuité au point $(1, 0)$.
- 2 2 Déterminer \tilde{f} le prolongement de f au point $(1, 0)$.

Barème

Exercice : 2

8pt

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^2 par : $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^2 + y^2} & : (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & : (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- 2 1 Montrer que f est continue sur \mathbb{R}^2 .
- 3 2 Étudier la dérivabilité de f sur \mathbb{R}^2 , puis calculer $\nabla f(x, y)$.
- 2 3 La fonction f est-elle de classe C^1 en point $(0, 0)$.
- 1 4 Que peut-on conclure sur la différentiabilité de la fonction f en point $(0, 0)$.

Barème

Exercice : 3

7pt

On définit la fonction f sur $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}$, par : $f(x, y) = y^3 + xy \ln x$.

- 3 1 Trouver les points critiques de f .
- 3 2 Établir leur nature (extremum local, point selle ...).
- 1 3 Montrer que le minimum local obtenu n'est pas un minimum global pour f .