

Université de M'sila	 Examen de remplacement	Faculté : Maths-informatique
L 2 Mathématiques		Année : 2022/2023
Module Analyse 4		Durée : 1h – 30m

Barème	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">Exercice : 1</div> 6pt
	Soit f la fonction définie par : $f(x, y) = \sqrt{3 - x^2 + 2x - y^2}$
2	1 Déterminer et présenter D_f le domaine de définition de f .
2	2 Donner l'équation du plan tangent à la surface $z = f(x, y)$ au point $(0, 0)$.
2	3 Déterminer les courbes de niveau $c > 0$ de la fonction f .

Barème	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">Exercice : 2</div> 7pt
	Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^2 par : $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2(y+1)}{x^2 + (y+1)^2} & : (x, y) \neq (0, -1) \\ 0 & : (x, y) = (0, -1) \end{cases}$
1.5	1 Montrer que f est continue sur \mathbb{R}^2 .
3	2 Étudier la dérivabilité de f sur \mathbb{R}^2 , puis calculer $\nabla f(x, y)$.
2	3 Montrer que f n'est pas différentiable en point $(0, -1)$.
0.5	4 La fonction f est-elle de classe C^1 en point $(0, -1)$.

Barème	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">Exercice : 3</div> 7pt
	On considère la courbe plane d'équation :
	$ye^x + e^y \sin(2x) = 0. \quad (1)$
3.5	1 Vérifier que l'équation (1) définit une et une seule fonction $y = \phi(x)$ au voisinage de $(0, 0)$.
2	2 Calculer $\phi'(0)$ et écrire l'équation de la droite tangente au graphe de la fonction ϕ en le point $(0, \phi(0))$.
1.5	3 En déduire la limite de $\frac{\phi(x)}{x}$ quand (x, y) tend vers $(0, 0)$.

Fin	31 mai 2023	Bon courage
-----	-------------	-------------