

TD N°3 : Fonctions thermodynamiques

Exercice 1 :

- Montrer que pour un gaz parfait :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$$

- En déduire une relation entre les coefficients thermoélastiques α, β et χ_T définis par :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \text{ et } \chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

- Donner les unités de ces coefficients et déterminer leurs expressions pour le gaz parfait.

Un gaz de Van der Waals caractérisé par les constantes a et b est un gaz réel dont l'équation d'état de ce gaz est :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

- Donner les unités des constantes a et b .
- Déterminer le coefficient β d'un tel gaz et le comparer à celui d'un gaz parfait.

Exercice 2 :

Le tube d'un thermomètre est totalement rempli de mercure. On négligera la dilatation du verre et les variations envisagées seront considérées comme des petites variations.

- 1) Quelle est la surpression subie par l'enveloppe de verre lorsque la température augmente de 1°C ?
- 2) En supposant que l'enveloppe de verre peut supporter une surpression de 10 bars, quelle augmentation de température peut-elle supporter sans rupture ?

Données :

- Les différentes dérivées partielles sont liées par :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -1$$

- Coefficient thermoélastiques du mercure : $\alpha = 1,8 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$; $\chi_T = 3,9 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$

Exercice 3 :

Exprimer les coefficients thermoélastiques α et χ_T pour une mole de gaz réel suivant

l'équation de Van der Waals : $\left(P + \frac{a}{V^2}\right) \cdot (V - b) = R \cdot T$

Exercice 4 :

L'énergie libre pour un gaz parfait monoatomique est donnée par l'expression suivante :

$$F(V, T) = \frac{3}{2} nR \left[(T - T_0) - T \ln \frac{T}{T_0} - \frac{2}{3} T \ln \frac{V}{V_0} \right] + U_0 - TS_0$$

Retrouver, à partir de $F(V, T)$ l'équation d'état du gaz parfait ainsi que l'expression des fonctions d'entropie $S(T, V)$ et d'énergie interne $U(T)$.