

Examen de Rattrapage : Programmation Linéaire (PL)

Durée: 1h30 - Documents interdits

Année Universitaire : 2022 / 2023

Date : 10/06/2023 (13:15 – 14:45)

Niveau : L3 SI Semestre : 6

Exercice 1 : (6 points / 25 minutes)

Dans un gymnase, un groupe d'élèves se charge de la distribution de pains au chocolat et de croissants lors de la pause de 10 heures. Pour pouvoir satisfaire la demande, ils doivent disposer au minimum de 36 pains au chocolat et de 24 croissants.

Deux boulangers proposent pour le même prix :

- l'un le lot A comprenant 4 pains au chocolat et 2 croissants,
- l'autre le lot B composé de 3 pains au chocolat et 3 croissants.

Q1) Identifier les variables de décision du problème.

Q2) Écrire le programme linéaire Primal (P) qui permet d'optimiser les profits.

Q3) Résoudre le programme linéaire par la méthode graphique.

Exercice 2 : (6 points / 25 minutes)

Considérons le problème linéaire suivant :

$$\begin{cases} \min Z = x_1 + x_2 \\ 12x_1 + 9x_2 \geq 108 \\ 8x_1 + 12x_2 \geq 96 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

Q1) Donner la forme standard du programme linéaire (I)

Q2) Résoudre par la méthode des variables artificielles (Big-M) le problème (I).

Exercice 3 : (Problème) (8 points / 40 minutes)

Soit le programme linéaire suivant : $S.C \quad \begin{cases} \text{Min } Z = 8x_1 + 12x_2 + 3x_3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \geq 2 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \quad (P)$

- Q1)** Ecrire le dual (D) de (P) . (On appellera y_1, y_2 les variables de (D))
- Q2)** Résoudre (D) par l'algorithme du simplexe.
- Q3)** A partir du dernier tableau du simplexe, déduire l'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- Q4)** Exprimer A^{-1} sous forme de produit de matrices de pivotage.
- Q5)** La solution $y_1 = 4, y_2 = 4$ est-elle une solution optimale de base de (D)? Justifier la réponse.
- Q6)** Montrer que : $\begin{cases} y_1 = 4\alpha + 2 \\ y_2 = -2\alpha + 5 \end{cases} \quad \text{où } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad \text{Est solution optimale de (D).}$
- Q7)** Déduire les bases optimales ?
- Q8)** A partir du dernier tableau du simplexe, déduire la solution optimale de (P).
- Q9)** Le coefficient de x_1 dans la fonction objective est supposé β au lieu de 8. Pour quelles valeurs de β la base trouvée à la question (Q2) reste-elle optimale?

Bon courage